This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Transformatoren

für

Wechselstrom und Drehstrom

von

Gisbert Kapp

Library
of the
University of Wisconsin

8,—

Transformatoren

für

Wechselstrom und Drehstrom.

Eine Darstellung ihrer

Theorie, Konstruktion und Anwendung.

Von

Gisbert Kapp.

Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage.

Mit 185 in den Text gedruckten Figuren.

Berlin.
Verlag von Julius Springer.
1907.

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Universitäts-Buchdruckerei von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin.

115030
FEB 3 1903

TOD
.K14
T

6977805

Vorwort zur dritten Auflage.

Die allgemeine Anordnung des Buches ist unverändert geblieben, es sind jedoch einige Kapitel erweitert worden, so daß der Umfang um rund ein Sechstel vermehrt worden ist. Es war dies nötig, um den technischen Fortschritten im Bau von Transformatoren Rechnung zu tragen. Zu diesen gehören die Einführung des sogenannten legierten Bleches und die Anwendung besonderer Kühlmittel. Die Kurven für Eisenwärme in legierten Blechen sind auf Seite 22 und 23 gegeben. Neu hinzugekommen ist auch eine Formel zur oberflächlichen Berechnung des Eisengewichts für das KW-Leistung unter Berücksichtigung der Gesamtleistung, Periodenzahl, Type und Kühlmethode. Die auf Seite 73 bis 76 gegebenen Werte betreffend Kühlung sind der Praxis entnommene Mittelwerte.

Eine beträchtliche Erweiterung hat das achte Kapitel erfahren durch Einführung der ballistischen Methoden zur Eisenprüfung und einiger neuen Methoden zur direkten Bestimmung des hysteretischen Verlustes bei langsam durchlaufenem Zyklus. In betreff der ersteren könnte vielleicht eingewendet werden, daß sie heutzutage entbehrlich sind, da wir ja bei dem hochentwickeltem Stand des Apparatenbaues Meßinstrumente besitzen, die für jeden beliebigen Zweck so eingerichtet werden können, daß ihr Gebrauch selbst dem wissenschaftlich ungebildeten Arbeiter möglich ist. Ich halte einen solchen Einwand nicht für gerechtfertigt. Meßinstrumente dieser Art sind am Platz bei Massenfabrikation, nicht aber bei technisch wissenschaftlichen Untersuchungen, wie sie doch ab und zu jedem in der Praxis

stehenden Ingenieur entgegentreten. In solchen Fällen versagen die für ganz bestimmte Zwecke besonders eingerichteten Apparate, und der Ingenieur ist gezwungen, sich die nötigen Einrichtungen auf wissenschaftlicher Grundlage selbst aufzubauen. Er wird also bei Untersuchung von Blechen die ballistische Methode doch nicht entbehren können, und deshalb habe ich eine kurze Erläuterung hierüber aufgenommen. Die in demselben Kapitel angegebenen Schaltungen sind solche, die ich in praktischen Untersuchungen zweckmäßig fand, und bei denen nur die gewöhnlichen, in jedem Versuchsraum vorhandenen Meßinstrumente nötig sind.

Birmingham, im März 1907.

Gisbert Kapp.

Inhaltsverzeichnis.

Erstes Kapitel. Seite

Wesen des Transformators 1
Magnetische Streuung 3
Anordnung der Spulen 7
Ableitung der Grundgleichung 8

Zweites Kapitel.

Verluste in Transformatoren 16
Legiertes Blech 21
Einfluß der Spannungskurve auf den Hysteresisverlust 24
Günstigste Blechdicke 28
Einfluß der Kern- und Spulenform auf die Verluste 29
Kern- und Manteltransformatoren 32

Drittes Kapitel.

Gebräuchliche Formen 38
Konstruktion des Eisenkörpers 40
Verhältnisse des Eisenkörpers 46
Erwärmung der Transformatoren durch die Arbeitsverluste 49
Versuchsergebnisse 52
Theorie der Erwärmung 54
Einfluß der linearen Dimensionen 64
Formel zur oberflächlichen Berechnung der Leistung 72
Wirksamkeit der Kühlmittel 74

Viertes Kapitel.

Arbeitsleistung eines Wechselstromes 77
Die Zusammensetzung von Strömen oder Spannungen 84
Bestimmung des Leerlaufstromes 87
Einfluß der Stoßfugen 92
Drosselspule 93

Fünftes Kapitel.

Seite
Konstruktion eines Transformators 97
Günstigste Verteilung des Kupfers zwischen beiden Spulen 99
Kosten des aktiven Materiales 106
Günstigste Verteilung der Verluste 106
Wirtschaftlicher Betrieb 109
Konstruktionsdetails 115

Sechstes Kapitel.

Das Vektordiagramm 117
Berechnung des induktiven Spannungsabfalles 125
Einfluß der Frequenz auf den induktiven Spannungsabfall 135
Graphische Bestimmung der Arbeitsgrößen 136

Siebentes Kapitel.

Begriff der übertragenen Erregung 164
Anwendung des Begriffes der übertragenen Erregung auf Transformatoren 169
Gleicheit der Übertragungskoeffizienten 173
Das Kreisdiagramm 176
Transformator für konstanten Strom 182

Achtes Kapitel.

Das Dynamometer 183
Das Wattmeter 186
Messung von unregelmäßigen Strömen 190
Andere Methoden der Effektmessung 196
Die Prüfung von Transformatoren 202
Untersuchung von Blechen 208
Ballistische Methode 217
Scotts Methode 225
Kapps Methode 233

Neuntes Kapitel.

Sicherheitsmaßregeln für Transformatoren 236
Verwendung von Transformatoren 241
Spannungserhöher 245
Serienschaltung 252
Drosselspulen 257
Ausgleichsspulen 258
Dreileitersystem 260
Ausgleichstransformator 260
Scotts System der Stromverteilung 262

Zehntes Kapitel.

Seite
Der Transformator und seine Stromkreise 265
Elektrische Konstanten der Leitungen 270
Konzentrische Kabel 270
Resonanz 275
Spannungserhöhung durch Resonanz 276
Kabeldurchschläge in weit verzweigten Netzen 285

Elftes Kapitel.

Beschreibung ausgeführter Transformatoren 293

Erstes Kapitel.

Wesen des Transformators. — Magnetische Streuung. — Anordnung der Spulen. — Ableitung der Grundgleichung.

Wesen des Transformators. Wenn die durch eine Drahtspule gehende Kraftlinienzahl N sich ändert, so wird in der Spule eine EMK induziert, welche dem auf die Zeit bezogenen Grad der Änderung $\left(\frac{dN}{dt}\right)$ und der Windungszahl n proportional ist. Wird umgekehrt durch eine Spule ein Strom geschickt, so erzeugt dieser ein durch die Spule gehendes Feld von Kraftlinien, deren Zahl innerhalb gewisser Grenzen dem Produkt von Strom und Windungszahl, also den Amperewindungen, proportional ist. Ändert sich

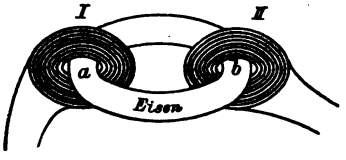


Fig. 1.

der Strom, so ändert sich auch die Anzahl der Kraftlinien. Wenn man also zwei Spulen in solcher Weise anordnet, daß die von der ersten Spule durch einen Strom von wechselnder Stärke erzeugten Kraftlinien ganz oder teilweise durch die zweite Spule gehen, so wird in letzterer eine EMK induziert. Eine solche Anordnung ist in Fig. 1 dargestellt. Um einen Eisenring sind die beiden Spulen I und II gewickelt. Schickt man nun durch I einen Strom, so wird ein Feld von Kraftlinien gebildet, welches teilweise im Eisenringe selbst und teilweise in der die Spule I umgebenden Luft liegt. Es wird somit das Feld im Innenraum der Spule I bei a die größte Kraftliniendichte haben und im Innenraum der Spule II bei

b die kleinste. Der Eisenring wirkt gewissermaßen als ein Träger von Kraftlinien, indem er die Verkettung zwischen den Spulen mit einem beiden gemeinsamen magnetischen Felde bewerkstelligt. Eine solche Verkettung kann auch ohne Vermittelung eines eisernen Zwischengliedes stattfinden, wenn die Spulen im Raume richtig angeordnet sind. So würde bei der gezeichneten Stellung auch ohne Anwendung des Eisenringes das durch den Strom in I erzeugte Feld teilweise durch II gehen, aber seine Stärke daselbst würde sehr gering sein. Auch bei Aufeinanderlegen der beiden Spulen würde das Feld durch II gehen, und die induktive Wirkung würde größer als im vorigen Falle sein, jedoch immer nicht so groß als bei Anwendung eines Eisenringes. Stellt man jedoch, ohne Eisen anzuwenden, die Spulen so auf, daß die Achse von I in die Ebene von II zu liegen kommt oder umgekehrt, so geht keine der Kraftlinien des durch den Strom in I erzeugten Feldes durch die Spule II, und eine Änderung in der Stärke des Feldes erzeugt in II keine EMK. Die Anwendung von Eisen als verkettendes Zwischenglied ist also nicht absolut notwendig, sie hat aber den Vorteil, daß erstens die induktive Wirkung der einen Spule auf die andere sehr bedeutend verstärkt wird, und zweitens diese Wirkung nicht in so hohem Maße von der räumlichen Lage der beiden Spulen gegeneinander beeinflußt wird. Ein solcher Apparat, der aus zwei Spulen mit gemeinsamem Eisenkern besteht, heißt ein Wechselstrom-Transformator.

Wir haben gesehen, daß die in der Spule II oder der sekundären Spule induzierte EMK dem auf die Zeit bezogenen Änderungsgrad der Stromstärke in der Primärspule proportional ist. Da nun die Stromstärke sich nicht immerwährend in einem Sinne ändern kann (denn dann müßte sie ins Unendliche ansteigen), so müssen Perioden von ansteigender und abnehmender Stromstärke miteinander wechseln. Wenn nun bei anwachsendem Strom in der sekundären Spule eine EMK in einer Richtung entsteht, so muß bei abnehmendem Strom die EMK in der entgegengesetzten Richtung auftreten; und wir sehen somit, daß Stromschwankungen in der Primärspule, selbst wenn die Richtung des Stromes nicht geändert wird, eine abwechselnd positive und negative EMK in der Sekundärspule erzeugen. Diese Wechselspannung bringt nun in einem mit den Enden der Spule verbundenen Leiter einen Wechselstrom hervor. Wir können somit einen pulsierenden Gleichstrom in einen Wechsel-

strom, niemals aber in einen Gleichstrom verwandeln. Statt eines pulsierenden Gleichstromes können wir aber auch einen Wechselstrom durch die primäre Spule schicken und diesen in einen zweiten Wechselstrom verwandeln, dessen Spannung von derjenigen des Primärstromes und dem Verhältnis der Windungszahlen in den beiden Spulen abhängt.

Magnetische Streuung. Bevor wir auf die Berechnung der Spannung eingehen, wollen wir das Verhalten des Feldes in bezug auf beide Spulen näher untersuchen. Da Kraftlinien nicht nur durch Eisen, sondern auch durch Luft gehen, so werden nicht alle Kraftlinien, welche bei *a* die Spule I durchsetzen, auch bei *b* durch die Spule II gehen, und zwar wird der Unterschied um so größer sein, je weiter die beiden Spulen voneinander entfernt liegen, und je größer der Widerstand ist, welchen das Eisen des Ringes dem Verlauf der Kraftlinien (in der Folge magnetischer Fluß genannt) entgegensetzt. Durch diesen Widerstand werden Kraftlinien, welche bei *a* noch durch das Eisen fließen, zu beiden Seiten dieses Punktes aus der Eisenmasse herausgedrängt und schließen sich in der Luft, d. h. außerhalb der Spule II. Diese Kraftlinien, welche sich in der Luft zerstreuen (daher der Ausdruck magnetische Streuung), tragen nichts zur Erzeugung einer EMK in II bei, wenn durch Stromschwankungen in I oder durch einen Wechselstrom in I der gesamte magnetische Fluß geändert wird. Je mehr magnetische Streuung der Apparat hat, desto kleiner ist die in der Spule II induzierte EMK. Um nun die Verhältnisse beurteilen zu können, welche die Streuung beeinflussen, wollen wir zunächst annehmen, daß in I ein Gleichstrom fließt, und in II entweder kein Strom fließt oder auch ein Gleichstrom, der jedoch so gerichtet ist, daß er das durch I erzeugte Feld zu schwächen bestrebt ist. Spule I treibt also einen Fluß magnetischer Kraftlinien in einer bestimmten Richtung durch den Eisenring. Fließt in Spule II kein Strom, so ist dabei bloß der magnetische Widerstand des Eisens zu überwinden, und es werden verhältnismäßig wenig Kraftlinien, die in *a* durch die Spule gehen, das Eisen verlassen und ihren Weg durch die Luft nehmen. Fließt jedoch in II auch ein Strom, so ist derselbe bestrebt, einen Kraftlinienfluß in der umgekehrten Richtung zu bilden, der sich mit dem durch I erzeugten Flusse staut und dadurch eine viel stärkere Streuung der Kraftlinien aus dem Eisen heraus und durch den Luftraum hervorbringt.

Dieser Vorgang läßt sich leicht mit Hilfe einer hydraulischen Analogie veranschaulichen. Denken wir uns ein ringförmiges Rohr aus porösem Material (Fig. 2), welches ganz mit Wasser gefüllt ist und unter Wasser liegt. In diesem Rohr soll durch Drehung des Flügelrades I eine kontinuierliche Zirkulation von Wasser in der Pfeilrichtung erzeugt werden. Es muß also das Flügelrad eine Druckdifferenz erzeugen, welche zur Überwindung des Reibungswiderstandes dient. Oberhalb I ist ein größerer Druck als unterhalb, und daher wird Wasser aus den Poren der oberen Hälfte des Rohres ausströmen und durch die Poren in der unteren Hälfte wieder in das Rohr einströmen, wie das durch die punktierten Linien angedeutet ist. Es muß also die Geschwindigkeit des

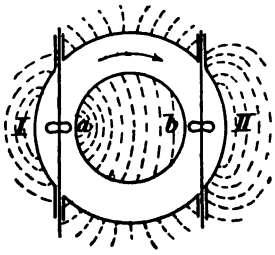


Fig. 2.

Wassers innerhalb des Rohres bei *a* größer sein als bei *b*. Ist das Rohr weit genug, so ist die durch Reibung verlorene Druckhöhe nicht groß und mithin die Wasserstreuung sowohl als auch der Geschwindigkeitsunterschied zwischen *a* und *b* unbedeutend. Denken wir uns nun in *b* ein zweites Flügelrad II eingesetzt und dasselbe vorläufig vollkommen frei beweglich, so wird es durch das durchfließende Wasser in Drehung versetzt werden, die Streuung aber nicht vermehren. Wenn wir jedoch die freie Beweglichkeit des Flügelrades II dadurch vermindern, daß wir von seiner Welle Arbeit entnehmen, so wird es sofort dem Flusse des Wassers einen Widerstand entgegensetzen, und es wird oberhalb von *b* ein größerer Druck herrschen als unterhalb. Die Druckdifferenz bei *a* wird dadurch auch steigen, und es wird mithin jetzt bedeutend mehr Wasser durch die Poren der oberen Hälfte des Rohres aus- und durch die der unteren Hälfte desselben einströmen. Die bei *a* in der Zeiteinheit durchfließende Wassermenge muß also erheblich

größer sein als jene bei *b*, d. h. die Geschwindigkeit des Wassers bei *a* muß größer sein als bei *b*, und die Umdrehungsgeschwindigkeit des Flügelrades II wird jetzt kleiner als früher. Dieses aus zwei Gründen; erstens weil die Belastung an und für sich auch bei gleichbleibender Wassergeschwindigkeit die Bewegung verlangsamt, und zweitens weil infolge der Streuung auch die Geschwindigkeit des Wassers vermindert worden ist. Wenn es sich nun darum handelt, den auf letzterer Ursache beruhenden Geschwindigkeitsverlust möglichst zu verkleinern, so können wir das dadurch erreichen, daß wir das getriebene Flügelrad II möglichst nahe an das treibende Flügelrad I setzen. Denken wir uns nun an Stelle des porösen Rohres den Eisenring, welcher für die magnetischen Kraftlinien einen Kanal mit undichten Wandungen bildet, an Stelle

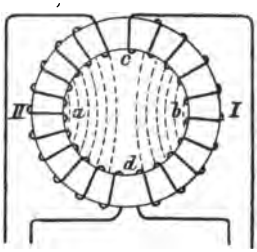


Fig. 3.

des Flügelrades I die treibende Spule I und an Stelle des Flügelrades II die getriebene Spule II, so sehen wir, daß der durch diese Spule gehende magnetische Fluß der Wassergeschwindigkeit in Fig. 2 entspricht und um so kleiner sein wird, je größer die Stromstärke in II ist.

Die in Fig. 1 gezeichnete Anordnung eines Transformators ist also eine ungünstige, denn sie entspricht nur sehr unvollkommen dem Zweck, aus der getriebenen Spule einen möglichst starken Strom unter möglichst hoher Spannung entnehmen zu können. Diesem Ziel kommen wir etwas näher, wenn wir die Spulen auf den ganzen Umfang des Ringes verteilen, so daß jede Spule eine Ringhälfte vollständig bedeckt (Fig. 3). Wie man sofort sieht, hat bei dieser Anordnung der magnetische Druck, welcher die Kraftlinien aus dem Eisenring herauszudrängen sucht, nicht mehr einen über die ganze Ringhälfte gleichen Maximalwert, sondern er hat diesen Wert nur in den Punkten *c* und *d*, nimmt zu beiden Seiten

ab und ist in *a* und *b* Null. Das Streufeld ist also quantitativ kleiner, und durch die Verteilung desselben sowie jene der Windungen wird sein nachteiliger Einfluß, verglichen mit der Anordnung Fig. 1, bedeutend vermindert.

Man kann die Verteilung des Streufeldes im Innern des Ringes annähernd graphisch darstellen, wenn man bedenkt, daß der magnetische Druck in irgend einem Punkte den bis zu diesem Punkte gezählten Amperewindungen proportional ist. Denken wir uns nun jede Ringhälfte gleichmäßig bewickelt und die Stromrichtung derart, daß der Druck in dem linken oberen Quadranten die Richtung vom Eisen in die Luft und in dem linken unteren Quadranten die umgekehrte Richtung, also von der Luft in das Eisen, hat. Das gleiche findet dann in den beiden rechts liegenden Quadranten statt. Denken wir uns nun den Ring in *a* aufgeschnitten und in

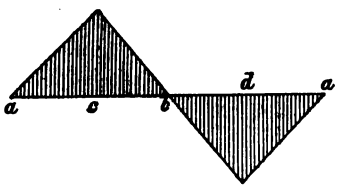


Fig. 4.

eine Gerade ausgestreckt, so würde das Diagramm des magnetischen Druckes, welcher Streuung hervorbringt, die in Fig. 4 dargestellte Form haben. Positive Ordinaten bedeuten einen Druck aus dem Eisen heraus, also nördliche Polarität des Eisens, und negative Ordinaten, südliche. In Fig. 3 sind die Kraftlinien, welche durch die Luft gehen, punktiert gezeichnet, jedoch nur für den Innenraum des Ringes. Außerdem gehen natürlich Streulinien auch durch den ganzen Luftraum außerhalb des Ringes. Wenn wir nun als eine ganz rohe Annäherung die Annahme machen, daß der magnetische Widerstand längs jeden Pfades der gleiche ist, d. h. daß die aus der Flächeneinheit des Ringes austretende bezw. die in die Flächeneinheit eintretende Anzahl Kraftlinien dem magnetischen Druck an der betreffenden Stelle proportional ist, so würde die gesamte Streuung durch die schraffierten Flächen in Fig. 4 dargestellt. Die Annahme eines konstanten magnetischen Widerstandes ist allerdings nicht richtig. Da es sich aber vorläufig nur um eine

ganz oberflächliche Betrachtung handelt, so brauchen wir auf die Frage, wie der magnetische Widerstand variiert, nicht näher einzugehen und können annehmen, daß die Flächen in Fig. 4 das Streufeld darstellen.

Anordnung der Spulen. Denken wir uns nun die Wickelung derart geändert, daß wir nicht zwei halbkreisförmige Spulen erhalten, sondern sechs Spulen, deren jede ein Sechstel des Ringes bedeckt, und die so angeordnet sind, daß je eine Primärspule zwischen zwei Sekundärspulen liegt (Fig. 5), so wird dadurch die magnetische Streuung bedeutend vermindert. Der größte magnetische Druck liegt wie früher an den Berührungsstellen der Primär- und Sekundärspulen; da jedoch die Anzahl Windungen in jeder Spule auf ein

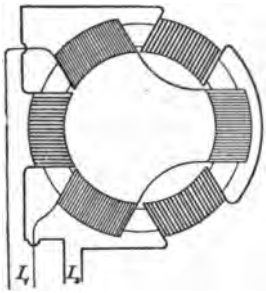


Fig. 5.

Drittel reduziert ist, so ist dieser Maximalwert auch auf ein Drittel des früheren Wertes reduziert. Gleichzeitig ist die Oberfläche, durch welche Streulinien austreten können, auf ein Drittel reduziert. Das gesamte Streufeld beträgt mithin nur $^1/_3 \times {}^1/_3 = {}^1/_9$ des früheren Wertes. Hätten wir jede Wickelung in 4 anstatt in 3 Teile geteilt, so wäre, wie man sofort sieht, das Streufeld auf $^1/_{16}$ des Wertes gesunken, den es bei der Anordnung Fig. 3 hat. Es ist also möglich, durch genügende Unterteilung der Wickelung das Streufeld beliebig zu verkleinern, und es könnte ganz vermieden werden, wenn die Unterteilung so weit durchgeführt wird, daß die einzelnen Primär- und Sekundärwindungen ineinander gelegt werden. Das ist nun mit Rücksicht auf gute Isolierung der beiden Stromkreise voneinander nicht ausführbar, und es ist auch für praktische Zwecke nicht nötig; denn die Erfahrung hat gezeigt, daß bei einer Unterteilung, bei

welcher nur einige hundert effektive Amperewindungen auf jede Teilspule kommen, die Streuung ganz unbedeutend ist.

Es ist natürlich nicht notwendig, daß man den Eisenkern in der Form eines Kreisringes herstellt. Jede geschlossene Figur kann verwendet werden. Man könnte also z. B. das die beiden Spulen verkettende magnetische Zwischenglied in der Form eines rechteckigen Rahmens herstellen (Fig. 6) und die Spulen auf die längeren Seiten bringen. Die links gezeichnete Anordnung entspricht Fig. 3. Wir haben nur eine Primärspule und eine Sekundärspule. Dabei würde die Streuung sehr bedeutend sein. Bei der rechts gezeichneten Anordnung haben wir 5 Primärspulen und 5 Sekundärspulen, und die Streuung würde dadurch auf ungefähr den 25. Teil reduziert werden.

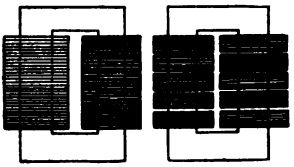


Fig. 6.

Schließlich können wir auch die Spulen nicht nebeneinander, sondern ineinander anordnen und dadurch die Streuung auf ein sehr bescheidenes Maß bringen. Diese Anordnung wird sehr viel angewendet, weil sich dabei die Spulen gut gegeneinander isolieren lassen.

Ableitung der Grundgleichung. Es wurde schon am Anfang dieses Kapitels erwähnt, daß die in einer Drahtspule induzierte EMK proportional ist der Anzahl Windungen n und dem Grad der Änderung, welchen der durch die Spule gehende magnetische Fluß N, der Zeit nach genommen, erfährt. Es ist also $E = n\frac{dN}{dt}$, und um die in jedem Augenblicke wirkende EMK berechnen zu können, müssen wir wissen, in welcher Beziehung N zur Zeit t steht. Nun wird der magnetische Fluß N durch die magnetisierende Wirkung der Primärspule erzeugt, und wenn die Magnetisierung innerhalb jener Grenzen bleibt, für welche die Permeabilität als konstant angenommen werden kann, so ändert sich N proportional mit dem Primärstrom. Dabei nehmen wir vorläufig an, daß die

Sekundärspule offen ist, also kein Strom durch dieselbe fließt. Bei Transformatoren muß nun schon mit Rücksicht auf Erwärmung und Wirkungsgrad die Induktion mäßig gehalten werden, und wir können somit annehmen, daß die Permeabilität konstant bleibt und die Feldstärke N der Stärke des dieselbe induzierenden Stromes proportional ist. Es treten allerdings gewisse Nebenwirkungen auf, welche dieses Verhältnis trüben; wir wollen diese jedoch vorläufig außer acht lassen. Wir wollen auch annehmen, daß der erregende Strom von einer Maschine geliefert wird, deren EMK-Wellen durch eine Sinuskurve dargestellt werden können. Obwohl beide Annahmen der Wirklichkeit im allgemeinen nicht entsprechen, sind, wie später gezeigt werden soll, die auf dieser Grundlage abgeleiteten Gleichungen doch praktisch verwendbar.

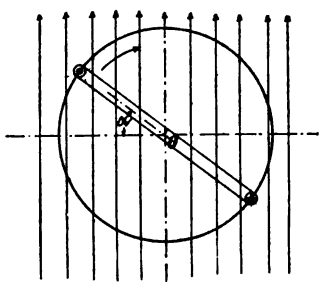


Fig. 7.

Denken wir uns also eine Drahtwindung, deren Fläche s sei, von einem Kraftlinienfluß durchsetzt, der periodisch zwischen den Maximalwerten $+N$ und $-N$ schwankt, wobei der Maximalwert der Induktion $B = N : s$ ist. Die Zeit, welche zu einem vollen Kreislauf von $+N$ nach $-N$ und zurück nach $+N$ nötig ist, nennen wir die Zeit einer Periode T, und die Anzahl in einer Sekunde durchlaufener Perioden nennen wir die Periodenzahl ν, so daß $T = \frac{1}{\nu}$. Da die EMK nur von der Änderung des Feldes, nicht aber von der Richtung seiner Kraftlinien abhängt, können wir das hin- und herwogende Feld uns ersetzt denken durch ein konstantes und homogenes Feld, welches ν mal in der Sekunde um eine auf seinen Kraftlinien senkrecht stehende Achse rotiert, die in der Ebene der Drahtspule liegt. Oder wir können uns das kon-

stante und homogene Feld, dessen Induktion B ist, im Raum als stillstehend denken und die Windung um eine in ihrer Ebene liegende und auf den Kraftlinien des Feldes senkrecht stehende Achse rotierend denken. Die induzierte EMK bleibt dabei dieselbe, als wenn die Windung stillsteht, und das Feld nach einem Sinusgesetz durch sie hindurch hin- und herwogt. Es sei in Fig. 7 O die Rotationsachse und α der Winkel, den die Ebene der Windung zur Zeit t mit der Horizontalen einschließt. Sind die Kraftlinien des Feldes vertikal nach aufwärts gerichtet, und rotiert die Windung in der Richtung des Uhrzeigers, so wird in dem oberen Drahte der Windung eine EMK induziert, welche gegen den Beschauer gerichtet ist, und im unteren Drahte eine EMK, welche entgegengesetzt gerichtet ist. Die Richtung zeigen wir in der Figur durch einen Punkt bezw. ein kleines Kreuz an. Diese Zeichen sollen die Spitze bezw. die Federn eines Pfeiles vorstellen, welcher in der Richtung der EMK oder des Stromes fliegt. Bei einem Strome, welcher gegen den Beschauer fließt, sieht er die Spitze des Pfeiles, bei einem von ihm fortfließenden Strome die Federn.

Ist ω die Winkelgeschwindigkeit der Drahtwindung, so ist $\alpha = \omega t$; und da die Windung in der Sekunde ν Umdrehungen macht, ist $\omega = 2\pi\nu$ und $\alpha = 2\pi\nu t$. Der durch die Windung gehende magnetische Fluß ist in diesem Augenblicke $N\cos\alpha$ und der Grad seiner Abnahme ist $-\frac{d}{dt}(N\cos\alpha) = N\sin\alpha\frac{d\alpha}{dt}$.

Nun ist $\frac{d\alpha}{dt} = 2\pi\nu$ und mithin der augenblickliche Wert der induzierten EMK:

$$E = 2\pi\nu N\sin\alpha.$$

Das gilt für eine Windung. Sind n Windungen in Serie geschaltet, so ist der Wert n mal so groß. Wir haben also für eine Spule von n Windungen

$$E = 2\pi\nu Nn\sin\alpha$$

in absolutem Maße. Wollen wir die EMK in Volt erhalten, so müssen wir diesen Ausdruck noch mit 10^{-8} multiplizieren. Steht die Spule horizontal, also senkrecht auf den Kraftlinien, so ist der magnetische Fluß durch die Spule ein Maximum und die EMK gleich Null. Steht die Spule vertikal, d. h. parallel zu den Kraft-

linien, so ist der durch sie gehende magnetische Fluß gleich Null und die induzierte EMK ein Maximum, nämlich

$$E = 2\pi\nu N n 10^{-8}.$$

Der augenblickliche Wert der EMK ist somit

$$E_t = E \sin\alpha, \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

wobei wir jetzt ihren Maximalwert mit E bezeichnen, und jener des magnetischen Flusses oder der Feldstärke

$$N_t = N \cos\alpha.$$

Es findet also zwischen Feldstärke und EMK eine Verschiebung statt, deren Zeitdauer die Zeit einer Viertelperiode ist. Denken wir uns nun die Enden der Spule mit einer Glühlampe verbunden, deren Widerstand W sei, so würde durch die Lampe ein Strom fließen, dessen Maximalwert $I = \frac{E}{W}$ und dessen augenblicklicher Wert $I_t = I \sin\alpha$ ist. Bekanntlich ändert sich der Widerstand des Kohlenfadens mit seiner Erwärmung, d. h. mit der Stromstärke. Da letztere jedoch sehr schnellen Änderungen unterworfen ist, und die Temperatur des Kohlenfadens wegen seiner Masse diesen Änderungen nicht folgen kann, sind wir berechtigt, W als konstant anzunehmen. Denken wir uns ferner die gleiche Lampe durch Gleichstrom betrieben und auf dieselbe Helligkeit gebracht, so muß die in beiden Fällen verbrauchte (d. h. in Wärme umgesetzte) elektrische Arbeit dieselbe sein. Wir haben dann bei Wechselstrom den gleichen Effekt wie bei Gleichstrom und können so den effektiven Wert des Wechselstroms durch Vergleichung mit einem Gleichstrom bestimmen. Da $I_t = I \sin\alpha$, so können wir den augenblicklichen Wert des Wechselstroms in einem Vektordiagramm durch die Projektion eines mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi\nu$ rotierenden Vektors darstellen, dessen Länge nach einem beliebig gewählten Maßstabe den Maximalwert I der Stromstärke darstellt. Die gesamte, während einer Umdrehung des Vektors (also in der Zeit T) vom Strome geleistete Arbeit kann nun gefunden werden, indem wir uns den Vektor in einer genügend großen Anzahl von Stellungen, die alle um ein kleines Zeitintervall Δt voneinander entfernt sind, eingezeichnet denken, die Projektionen der Vektoren durch Abmessung bestimmen, die entsprechenden Werte quadrieren und die Summe bilden $\Sigma I_t^2 W \Delta t$, wobei $I_t = I \sin\alpha$ ist. Nun können wir uns diese Operation zweimal vorgenommen denken,

was natürlich die Arbeit doppelt geben würde. Wir können bei dieser doppelten Summierung auch die Vektoren paarweise anordnen, so daß die zu einem Paar gehörigen Vektoren um 90^0 entfernt sind. Die Glieder der zu summierenden Reihe erhalten dann folgende Form (vergl. Fig. 8)

$$W(I^2 \sin^2\alpha + I^2 \cos^2\alpha)\,\Delta t = W I^2 \Delta t.$$

Da alle anderen Glieder der Reihe den gleichen Wert haben, so ist die Summe durch den Ausdruck $m W I^2 \Delta t$ gegeben, wobei

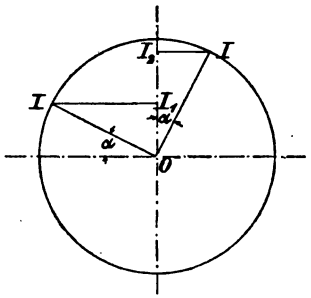


Fig. 8.

m die Anzahl der Glieder, also gleich $T : \Delta t$ ist. Wir erhalten somit für die Arbeit A:

$$A = \frac{W I^2 T}{2}.$$

Da diese Arbeit in der Zeit T geleistet wird, ist der Effekt oder die Leistung

$$P = \frac{W I^2}{2}.$$

Dieser durch den Wechselstrom vom Maximalwert I erzielte Effekt soll obiger Voraussetzung gemäß gleich sein dem Effekt eines Gleichstromes, den wir mit i bezeichnen wollen. Es ist dann i der effektive Wert des Wechselstromes, und seine Beziehung zu dem Maximalwerte I ist gegeben durch die Gleichung

$$\frac{W I^2}{2} = W i^2$$

$$i = \frac{I}{\sqrt{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Diese Beziehung gilt natürlich nur, wenn die Stromstärke eine Sinusfunktion der Zeit ist. Ändert sich die Stromstärke nach einem anderen Gesetz, so wird die Beziehung zwischen ihrem Maximalwert und ihrem effektiven Wert nicht durch $\sqrt{2}$, sondern einen anderen Koeffizienten ausgedrückt, der eben von der Form der Stromkurve abhängt. Allgemein hat man, wenn I den augenblicklichen Wert des Stromes bedeutet,

$$A = \int_0^T I^2 W dt = T W i^2,$$

woraus

$$i = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I^2 dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Die effektive Stromstärke ist also die Quadratwurzel aus dem quadratischen Mittelwert des Stromes.

Eine gleiche Überlegung gilt für die Spannung an den Klemmen der Lampe und überhaupt für elektromotorische Kräfte. Da bei allen bei Wechselstrom in Betracht kommenden Instrumenten zur Messung der Spannung (Hitzdraht-Voltmeter, elektrostatische Voltmeter, dynamometrische Instrumente) die Wirkung dem Quadrate der Spannung proportional ist, so ist die durch das Instrument angezeigte effektive Spannung die Quadratwurzel aus dem quadratischen Mittelwerte der Spannung

$$e = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T E^2 dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Verläuft die Spannung der Zeit nach derart, daß dieselbe durch eine Sinuslinie dargestellt werden kann, wobei die Abszissen Zeit und die Ordinaten Spannung bedeuten, so ist bei der Maximal-Spannung E die effektive Spannung:

$$e = \frac{E}{\sqrt{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Wir haben früher gefunden, daß die maximale, in einer Spule von n Windungen induzierte EMK ist

$$E = 2\pi\nu N n 10^{-8} \text{ Volt},$$

wobei ν die Periodenzahl und N die maximale Zahl der durch die Spule gehenden Kraftlinien bedeutet. Durch Vergleich mit 5) finden wir somit die effektive EMK:

$$e = \frac{2\pi\nu}{\sqrt{2}} N n 10^{-8}$$

$$e = 4{,}44\,\nu N n 10^{-8}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Dieses ist die Grundgleichung, nach der sich die effektive EMK in Transformatoren-Spulen berechnet. Dabei ist sinusartiger Verlauf der Strom- und Spannungskurven vorausgesetzt. Für andere Formen der Kurven wird die Gleichung später gegeben werden. Die Gleichung 6) gibt die EMK, welche in der Primärspule auftritt, wenn wir für n die Anzahl der Primärwindungen einsetzen. Diese Zahl soll in der Folge mit n_1 und die Windungszahl in der Sekundärspule mit n_2 bezeichnet werden.

Wir haben dann für die in beiden Spulen induzierten EM-Kräfte

$$e_1 = 4{,}44\,\nu N n_1 10^{-8}$$

$$e_2 = 4{,}44\,\nu N n_2 10^{-8},$$

wobei wir annehmen, daß die Feldstärke in beiden Spulen die gleiche ist, daß also magnetische Streuung nicht eintritt. Der Einfluß der Streuung wird später berücksichtigt werden.

Für den praktischen Gebrauch dieser Formeln ist es bequem, den Kraftfluß nicht in absoluten Einheiten, sondern in Einheiten von 10^6 (Millionen Linien) einzusetzen. Unter dieser Voraussetzung erhalten die Formeln folgende Gestalt

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= 4{,}44\,\frac{\nu}{100} N n_1 \\ e_2 &= 4{,}44\,\frac{\nu}{100} N n_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

Da der Strom in der Primärspule Arbeit leistet, muß die Richtung von e_1 im allgemeinen der Stromrichtung entgegengesetzt sein. Die Sekundärspule gibt Leistung ab, und es ist deshalb die Richtung von e_2 im allgemeinen dieselbe wie jene des Sekundärstromes. Die aufgenommene oder abgegebene Leistung kann jedoch nicht ohne weiteres als das Produkt von Spannung und Strom betrachtet werden, weil in den meisten Fällen zwischen beiden eine Phasenverschiebung besteht; d. h. der Strom erreicht seinen Maximalwert zu einer anderen Zeit als die Spannung, und Strom

und Spannung gehen zu verschiedenen Zeiten durch Null. In der Primärspule ist also das Produkt aus den augenblicklichen Werten von Strom und EMK nicht immer negativ, sondern wird auch zeitweilig positiv. Ebenso ist dieses Produkt in der Sekundärspule nicht immer positiv, sondern wird auch zeitweilig negativ. Die wirkliche, während einer Periode geleistete Arbeit ist also kleiner als das Produkt $T e_1 i_1$ bezw. $T e_2 i_2$.

Die Bestimmung der wirklichen Arbeit bezw. der effektiven Energie eines Wechselstromes ist im vierten Kapitel näher erläutert.

Zweites Kapitel.

Verluste in Transformatoren. — Legiertes Blech. — Einfluß der Spannungskurve auf den Hysteresisverlust. — Einfluß der Kern- und Spulenform auf die Verluste. — Kern- und Manteltransformatoren.

Verluste in Transformatoren. Die in Transformatoren auftretenden Verluste sind verschiedener Art. Wir haben zunächst den durch ohmischen Widerstand in den Spulen erzeugten Verlust, die sogenannte „Stromwärme". Die Berechnung dieses Verlustes ist einfach und braucht nicht näher erläutert zu werden. Außerdem können noch durch Wirbelströme in den Leitern oder anderen metallischen Teilen des Transformators Verluste auftreten. Die Berechnung derselben ist sehr schwierig und zum Teil unmöglich; dagegen ist es sehr leicht, durch geeignete Konstruktion diese Verluste auf ein so geringes Maß zu beschränken, daß sie ohne Fehler vernachlässigt werden können. Schließlich haben wir die Verluste im Eisenkörper des Transformators zu berücksichtigen, und diese werden durch zwei Ursachen hervorgerufen, erstens durch Hysteresis und zweitens durch Wirbelströme.

Durchläuft die Induktion in einem Eisenkörper einen vollen Zyklus von $+B$ durch 0 zu $-B$ und zurück durch 0 zu $+B$, so wird eine gewisse Menge Arbeit in Wärme umgesetzt, und diese Arbeitsmenge ist abhängig von der Qualität des Eisens und der Induktion und ist dem Gewicht des Eisens und der Periodenzahl direkt proportional. Dabei ist es ganz gleichgültig, ob die Kurve, welche die Induktion als eine Funktion der Zeit darstellt, eine Sinuskurve ist oder nicht. Wenn in jeder halben Periode nur ein Maximum der Induktion vorkommt, so ist die Hysteresisarbeit nur von diesem Maximum abhängig, gleichviel auf welchem Wege es erreicht wird. Nach Steinmetz ist die Hysteresisarbeit per Periode

und per Gewichtseinheit Eisen gegeben durch einen Ausdruck von der Form[1])

$$A = h B^{1,6},$$

wobei h ein Koeffizient ist, welcher von der Qualität des Eisens und der gewählten Gewichtseinheit abhängt.

Die durch das Eisen hin- und herwogende Induktion erzeugt in der Masse des Eisens selbst EM-Kräfte, welche zur Bildung von Wirbelströmen Veranlassung geben. Nehmen wir an, der Querschnitt des Eisenkernes sei rechteckig, und die Seiten haben die Dimensionen a und δ, so daß a die Breite und δ die Dicke des Kernes ist. Denken wir uns, daß die Breite konstant bleibt, und die Dicke δ variiert wird. Es ist zunächst klar, daß die EMK am äußeren Umfange des Rechteckes ein Maximum sein wird. Dieses Maximum ist der gesamten Kraftlinienzahl, also $a \delta B$ proportional. Für einen gegebenen Wert von B ist also die EMK nahe an der äußeren Haut des Eisenkernes $a \delta$ proportional, und das gleiche gilt von den kleineren Werten der EM-Kräfte, welche tiefer in der Masse des Metalles herrschen. Die erzeugten Ströme sind dem Widerstande umgekehrt proportional, d. h. je größer δ bei gleicher Breite a, um so kleiner ist der Widerstand, und um so größer sind die Ströme. Bei Vergrößerung von δ steigen also die EM-Kräfte, welche Wirbelströme erzeugen, im einfachen Verhältnis und die Wirbelströme selbst im quadratischen Verhältnis mit δ. Die aufgewendete Leistung ist demnach der dritten Potenz von δ proportional. Bei runden Kernen ist die EMK dem Quadrate des Kerndurchmessers proportional und der Widerstand ähnlicher Schichten von demselben unabhängig. Es wächst also die Stromstärke im quadratischen Verhältnis mit dem Kerndurchmesser und die verbrauchte Arbeit mit seiner vierten Potenz. Um nun den Arbeitsverlust möglichst gering zu halten, verwendet man nicht solide

[1]) Bestimmt man den Hysteresisverlust bei jener Induktion, für welche die Permeabilität den größten Wert hat, und dann bei Induktionen, die etwa 20 % darüber und darunter liegen, so kann man aus den Versuchsergebnissen die Potenz von B ermitteln. Man findet in der Regel einen kleineren Wert als 1,6, etwa 1,55 bis herab zu 1,5. Ich behalte aber in folgendem trotzdem die von Steinmetz ursprünglich angegebene Potenz 1,6 bei, weil sie einmal allgemein angenommen ist und übrigens als grobe Annäherung bei weiten Grenzen der Induktion nicht schlechter stimmt als die für engere Grenzen genauere Potenz 1,5.

Kerne, sondern setzt sie aus Blechen oder Drähten zusammen. Im ersten Falle ist der Verlust der dritten Potenz der Blechdicke proportional und im zweiten der vierten Potenz des Drahtdurchmessers. Da nun das Gewicht bei Platten der Dicke und jenes von runden Kernen dem Quadrat des Durchmessers proportional ist, so ist die per Gewichtseinheit durch Wirbelströme verlorene Leistung dem Quadrat der Plattendicke oder dem Quadrat des Drahtdurchmessers proportional. Drahtkerne werden wenig verwandt. Bei Verwendung von Blechen kann man durch Verminderung der Blechdicke auf die Hälfte oder ein Drittel den Verlust pro Gewichtseinheit auf $^1/_4$ bezw. $^1/_9$ vermindern. Man könnte also durch Anwendung genügend dünner Bleche den Verlust überhaupt verschwindend klein machen. Man darf jedoch in dieser Richtung nicht zu weit gehen, weil die Kosten des Transformators sonst zu groß würden, und zu viel Raum für die Isolation der Bleche voneinander verloren gehen würde. Man begnügt sich deshalb, mit der Unterteilung des Eisens so weit zu gehen, daß die Verluste durch Wirbelströme, wenn sie auch nicht ganz verschwinden, so doch unerheblich werden. Es hat sich in der Praxis herausgestellt, daß eine Blechstärke von 0,35 bis 0,5 mm noch ganz gut zulässig ist. Die dünneren Bleche werden bei höheren Periodenzahlen bis etwa 100 und die dickeren bei niedrigeren Periodenzahlen von ungefähr 50 verwendet. Für sehr niedrige Periodenzahlen und schwache magnetische Beanspruchung des Eisens kann man auch noch dickere Bleche als 0,5 mm verwenden. Wie weit man in dieser Beziehung gehen kann, möge an einem Beispiel erläutert werden. Nehmen wir an, daß wir bei einer gewissen Qualität Eisen durch praktische Erfahrungen festgestellt haben, daß bei $\nu = 50$ und $B = 4000$ 0,5 mm Blechdicke ganz gut zulässig sei. Nun sei ein Transformator für $\nu = 20$ und $B = 5000$ zu konstruieren. Was ist die größte zulässige Blechdicke, bei welcher die Verluste durch Wirbelströme per Kilogramm Eisen den gleichen Wert haben wie früher? Im früheren Falle war die EMK, welche Wirbelströme erzeugte, dem Produkt $B\nu = 200\,000$ proportional. Bei Anwendung gleich dicker Bleche würde sie im neuen Transformator dem Produkte $B\nu = 100\,000$ proportional sein, also nur die Hälfte betragen. Wäre die Blechdicke in beiden Transformatoren gleich, so würden die Verluste in jenem von geringerer Periodenzahl nur den vierten Teil betragen. Wir können also seine Blechdicke vergrößern, und zwar so weit, daß das Quadrat des Verhältnisses zwischen der

alten und neuen Blechdicke 4 ist. Das heißt, wir können die Blechdicke verdoppeln, also Bleche von 1 mm Dicke anwenden.

Die Abhängigkeit des Wirbelstromverlustes von Periodenzahl, Blechdicke und Induktion kann durch eine einfache Formel dargestellt werden. Wir haben schon gesehen, daß dieser Verlust, wenn auf die Gewichtseinheit bezogen, dem Quadrat der Blechdicke proportional ist. Es muß also der Ausdruck für den Verlust das Quadrat der Blechdicke als einen Faktor enthalten. Ferner ist klar, daß die elektromotorischen Kräfte, welche in allen Tiefen des Kernes Wirbelströme erzeugen, dem Produkt νB und die verlorenen Leistungen dem Quadrat dieses Produktes proportional sein müssen. Es ist also $(\nu B)^2$ ein zweiter Faktor in dem Ausdruck, welcher die durch Wirbelströme verlorene Leistung darstellt. Die einzige noch zu bestimmende Größe ist ein Koeffizient, der von der elektrischen Leitfähigkeit des Materials abhängt. Je größer diese ist, um so größer sind die einer gegebenen EMK entsprechenden Wirbelströme, und um so größer sind natürlich die Verluste. Unter der praktisch vollkommen zulässigen Annahme, daß die Dicke der Platten verschwindend klein ist gegen ihre Breite, kann man den Koeffizienten mittels einer allerdings etwas mühsamen Rechnung finden. Für Eisen, dessen elektrischer Widerstand etwa $7^1/_2$ mal jener von reinem Kupfer ist, ist der Koeffizient 0,16, wenn man den Verlust pro kg Eisen in Watt ausdrückt, die Blechdicke in mm, die Periodenzahl in Einheiten von 100 und die Induktion in Einheiten von 1000 einsetzt. Für den praktischen Gebrauch empfiehlt es sich jedoch, den Koeffizienten etwas größer zu nehmen, und zwar aus folgendem Grunde. Die Länge der Kraftlinienpfade ist in ein und demselben Kern verschieden: dementsprechend ist auch die Induktion über den Kernquerschnitt nicht genau konstant, sondern für die kürzeren Kraftlinien etwas größer und für die längeren etwas kleiner als der in der Formel erscheinende Mittelwert B. Da nun der Wirbelstromverlust eine quadratische Funktion von B ist, so bedeutet eine Ungleichmäßigkeit von B einen größeren Gesamtverlust, und, um diesen Umstand zu berücksichtigen, empfiehlt es sich, den Koeffizienten etwas größer zu nehmen, als ihn die Rechnung ergibt, nämlich 0,19 anstatt 0,16.

Die Formel lautet also

$$P_w = 0{,}19 \left(\Delta \frac{\nu}{100} \frac{B}{1000} \right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

Darin bedeutet P_w die in einem kg Blech durch Wirbelströme verlorene Leistung in Watt, Δ die Blechdicke in mm, ν die Periodenzahl und B die Induktion.

Für den praktischen Gebrauch ist es bequem, die Formel 8) durch eine Kurve darzustellen, wie das in Fig. 9 geschehen ist.[1]) Die Linie P_w ist gezeichnet für eine Blechdicke von 0,5 mm und für

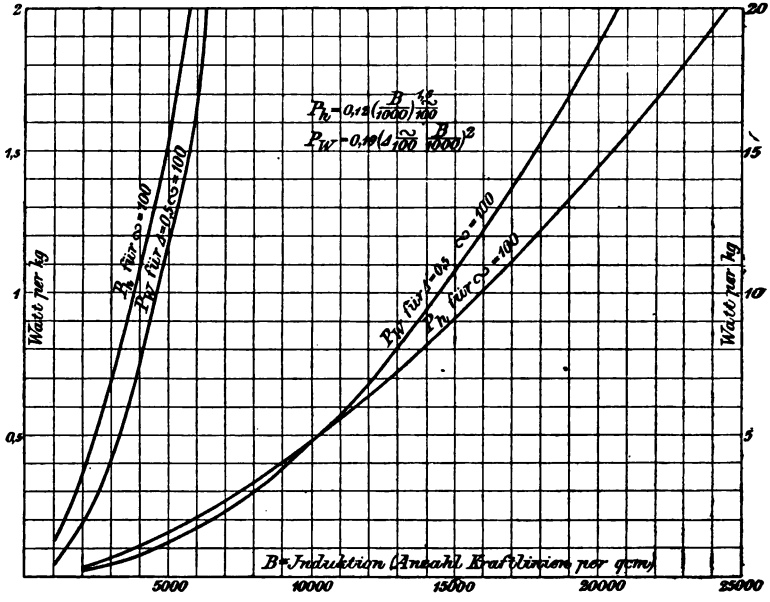


Fig. 9.

eine Periodenzahl von 100. Die Abszissen stellen Induktion und die Ordinaten Leistungsverlust pro kg Eisen dar. Für andere Blechdicken oder andere Periodenzahlen sind die Ordinaten mit

$$\left(\frac{\Delta\,\nu}{50}\right)^2$$

zu multiplizieren, um die richtigen Werte zu erhalten. Fig. 9 enthält auch Kurven, die den Hysteresisverlust angeben. Die auf Seite 17 angeführte Formel von Steinmetz wird gewöhnlich bezogen auf den einem ccm Eisen entsprechenden und in Erg ausgedrückten Arbeitsverlust. Für praktische Zwecke ist es jedoch bequemer, die

[1]) In dieser Figur bedeutet $\sim$ die Frequenz.

Formel so umzurechnen, daß sie einen Leistungsverlust bei einer gewissen Periodenzahl, z. B. $\nu = 100$, gibt und sich nicht auf den ccm als Volumeneinheit, sondern auf das kg als Gewichtseinheit bezieht. Ist h der Steinmetz-Koeffizient für ccm und Erg, so ist die in einer Sekunde verlorene Arbeit, also die Leistung in Erg-Sekunden

$$P = 100\, h\, B^{1,6}$$

für einen ccm Eisen. Das spezifische Gewicht der Bleche ist 7,9, und mithin enthält 1 kg Eisen $1000 : 7{,}9 = 126{,}2$ ccm. Die Leistung, die pro kg Eisen verloren geht, ist also in Erg-Sekunden

$$P = 12620\, h\, B^{1,6}$$

oder

$$P = \frac{12\,620}{10^7}\, h\, B^{1,6} \text{ Watt.}$$

Setzen wir B in Einheiten von 1000 ein, so können wir schreiben

$$P = \frac{12\,620}{10^7}\, h \left(\frac{B}{1000}\right)^{1,6} (1000)^{1,6}.$$

Nun ist

$$(1000)^{1,6} = 63\,100,$$

also

$$P = 80\, h \left(\frac{B}{1000}\right)^{1,6}.$$

Der Steinmetz-Koeffizient h schwankt je nach der Güte des Bleches zwischen 0,001 und 0,002. Der untere Wert ist kaum mit Sicherheit zu erreichen, während 0,0012 bis 0,0016 als Mittelwerte für gute, von deutschen Eisenwerken hergestellte Bleche angesehen werden können. Die Kurven in Fig. 9 sind für $h = 0{,}0015$ gezeichnet, wobei der Leistungsverlust pro kg Eisen bei 100 Perioden in Watt ausgedrückt wird durch

$$P = 0{,}12 \left(\frac{B}{1000}\right)^{1,6}.$$

Für eine andere Periodenzahl ν ist der Verlust

$$P = 0{,}12\, \frac{\nu}{100} \left(\frac{B}{1000}\right)^{1,6}.$$

Legiertes Blech. Dank den gemeinsamen Arbeiten der Hysteresis-Kommission des Verbandes Deutscher Elektrotechniker, der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt und einiger deutscher

Hüttenwerke ist es neuerer Zeit gelungen, ein Blech herzustellen, welches erheblich weniger Verlust hat als das durch Fig. 9 gekennzeichnete Blech. Diese neue, unter dem Namen „Legiertes Blech“ eingeführte Sorte[1]) ist allerdings in rein mechanischer Beziehung minderwertig und deshalb in jenen Fällen nicht verwendbar, wo in bezug auf Festigkeit gewisse Anforderungen gestellt werden müssen, aber in magnetischer Beziehung ist sie weit besser als das gewöhnliche Dynamoblech; und da in Transformatoren die mechanische Beanspruchung nicht wesentlich ist, so eignet sich legiertes Blech ganz besonders für den Bau dieser Apparate. In Fig. 9a und 9b sind die

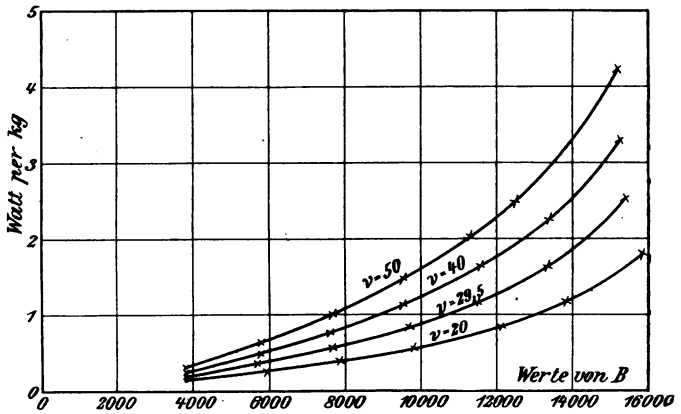


Fig. 9a.

Verluste für dieses Blech dargestellt. Die Kurven verdanke ich Herrn Prof. Epstein, der sie in seinem Apparat (siehe achtes Kapitel) aufgenommen hat. Die Ordinaten geben die Summe der Hysteresis- und Wirbelstromverluste, also jene Größe, welche den Konstrukteur in erster Linie interessiert; es ist jedoch auch möglich, aus den Kurven die Verluste zu trennen. Am bequemsten geschieht das mittels der Linien in Fig. 9b, welche den Arbeitsverlust in Joule per Periode für 100 kg Blech darstellen. Wie man sieht, werden die Gesamtverluste durch gerade Linien dargestellt.

[1]) Eine von Professor Turner in der Universität zu Birmingham gemachte Analyse hat folgende prozentuale Zusammensetzung ergeben: Kohlenstoff 0,03; Silicium 3,40; Schwefel 0,04; Phosphor 0,01; Mangan 0,32; Eisen 96,20.

Wären Wirbelströme überhaupt nicht vorhanden, so wären diese Geraden horizontal; ihre Neigung ist also ein Maß für den Wirbelstromverlust. Dieser ist gegeben durch die Differenz der Ordinaten am Anfang links und jenem Punkte auf der Abszissenachse, welcher der gewählten Periodenzahl entspricht. Durch Nachrechnung findet man aus diesen Kurven, daß der Verlust durch Wirbelströme nur ungefähr die Hälfte des durch Gleichung 8) auf Seite 19 gegebenen Wertes beträgt, d. h. man erhält ihn annähernd, wenn man in dieser Gleichung an Stelle des Faktors 0,19 den Faktor 0,1 einsetzt. Unter Benützung dieses Wertes findet man dann aus den unteren

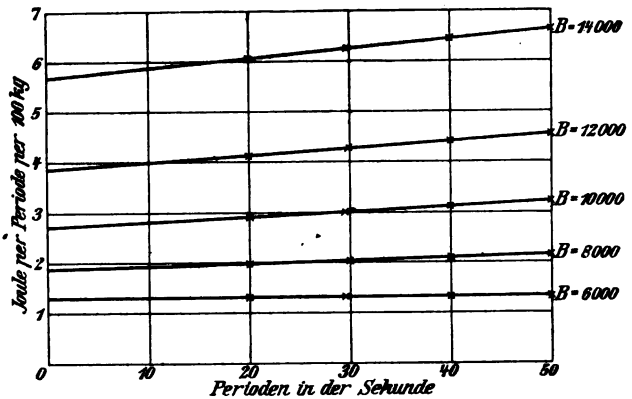


Fig. 9b.

Kurven, daß der Hysteresisverlust (allerdings nur in grober Annäherung) durch die Formel auf Seite 21 gegeben wird, wenn man als Faktor nicht 0,12, sondern 0,08 nimmt. Demnach hat das legierte Blech ungefähr die Hälfte des Wirbelstromverlustes und zwei Drittel des Hysteresisverlustes des gewöhnlichen Dynamobleches. Seine Permeabilität ist etwa 80% von jener des Dynamobleches. In bezug auf das „Altern", d. h. die Vergrößerung der Verluste infolge monate- oder jahrelanger Erwärmung, scheint es nicht besser und nicht schlechter zu sein als das bisher verwendete gute Blech, welches diese Erscheinung nicht in sehr hohem Maße zeigt. Die eigentliche Ursache des „Alterns" ist noch nicht erforscht, man kann nur sagen, daß manche Bleche so gut wie garnicht altern, und andere wieder im Laufe der Zeit etwas schlechter werden, die Vergrößerung der Verluste übersteigt aber selten 15%.

Einfluß der Spannungskurve auf den Hysteresisverlust. Die Form der Kurve der EMK beeinflußt nicht nur das Verhältnis zwischen dem effektiven und dem maximalen Wert, sondern auch den Energieverlust durch Hysteresis. Nehmen wir zunächst an, daß die Induktion in jeder halben Periode nur einen Maximalwert hat, so ist der Hysteresisverlust durch diesen Wert und die Periodenzahl bestimmt. Es ist dabei, wie schon erwähnt, die Form der Kurve, welche N als eine Funktion der Zeit darstellt, nicht von Einfluß, sondern bloß ihr höchster Punkt. Nun können wir uns verschiedene Formen der Kurve vorstellen, welche alle das gleiche Maximum erreichen, sonst aber in ihrem Verlaufe sehr verschieden sein mögen. In bezug auf Hysteresisverlust sind alle diese Kurven gleichwertig,

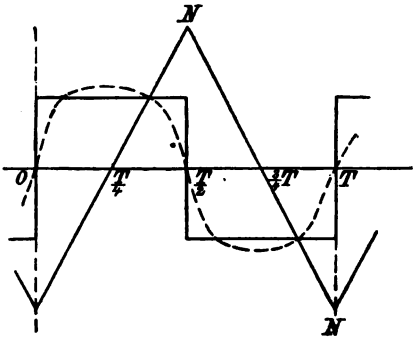


Fig. 10.

jedoch nicht in bezug auf die induzierte EMK. Diejenige Kurve wird vorzuziehen sein, bei welcher die effektive EMK bei der gleichen Maximalinduktion N den größten Wert hat. Nun ist aber die Induktion und mithin ihr Maximalwert von der Kurve der EMK abhängig, und wir können mithin die Aufgabe uns folgendermaßen gestellt denken: Gegeben seien verschiedene Wechselstrommaschinen, die alle die gleiche effektive EMK erzeugen, bei denen jedoch die Kurve der EMK verschiedene Form hat. Zu bestimmen ist jene Form, bei welcher N, und mithin der Gesamtverlust im Eisen, ein Minimum wird.

Zur Lösung dieser Aufgabe ist es natürlich notwendig, daß wir verschiedene Formen der EMK-Kurve annehmen. Wir wählen dabei passend die Sinuskurve als den Ausgangspunkt der Untersuchung und sehen zu, welchen Einfluß eine Abänderung dieser

Kurve in der einen oder anderen Weise sowohl auf das Verhältnis des effektiven zum maximalen Wert der EMK als auch auf den maximalen Wert der Induktion hat. Die Sinuskurve kann in zwei Richtungen verändert werden; wir können sie entweder verflachen oder steiler, d. h. spitziger, machen. Wenn wir mit der Verflachung bis an die theoretisch (allerdings nicht praktisch) mögliche Grenze gehen, so erhalten wir eine gebrochene Linie, die sich aus senkrechten und horizontalen Stücken zusammensetzt. Die senkrechten Stücke repräsentieren den plötzlichen Übergang von $-E$ nach $+E$, so daß die Länge der horizontalen Stücke gleich der Zeit einer halben Periode ist. Man könnte eine solche Kurve durch Kommutation einer Gleich-EMK angenähert erhalten. Die Annäherung ist mit einer Wechselstrommaschine weniger gut zu erzielen, und wir können deshalb eine so gestaltete EMK-Kurve als den äußersten, praktisch nicht erreichbaren Grenzfall der verflachten Sinuskurve ansehen. In diesem Falle ist

$$e = E,$$

und da E konstant ist, muß $\frac{dN}{dt}$ auch konstant sein, d. h. die Kurve der Induktion muß durch eine Zickzacklinie dargestellt werden, deren Spitzen genau über den vertikalen Teilen der EMK-Linie liegen (Fig. 10).

Aus der Figur ersieht man sofort, daß $\frac{dN}{dt} = \frac{4N}{T}$. Da für eine Windung $E = \frac{dN}{dt}$ und $e = E$, so ist

$$e = 4\nu N 10^{-8} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

Folgt die EMK einer Sinuskurve, so ist, wie aus Gleichung 6) hervorgeht,

$$e = 4{,}44\,\nu N 10^{-8}.$$

Soll nun in beiden Fällen die effektive EMK dieselbe sein, so muß der Kraftlinienfluß bei der in Fig. 10 dargestellten Form der EMK-Kurve im Verhältnis von 4,44 zu 4 größer sein als in dem Falle einer Sinuskurve. Es ist also bei gleicher Induktion das Eisenvolumen und mithin auch der Eisenverlust um etwa 11% größer. Nun bildet, wie schon erwähnt, die in Fig. 10 dargestellte Kurvenform einen Grenzfall, der mit einer gewöhnlichen Wechselstrommaschine nicht erreicht wird. Die Kurve wird von der scharfen rechtwinkligen Form abweichen und mehr die durch die punktierte

Linie dargestellte Form annehmen. Der Eisenverlust wird also nicht um die vollen theoretisch möglichen 11%, sondern um einen geringeren Betrag anwachsen. Immerhin zeigt die obige Betrachtung, daß eine EMK-Kurve von abgeflachter Form wegen der damit verbundenen Vergrößerung der Eisenverluste für Transformatoren ungünstig ist.

Wir wenden uns jetzt zur Untersuchung des andern Falles, nämlich einer sehr spitzen EMK-Kurve. Dabei kann man nicht von vornherein annehmen, daß die Zickzack- oder Dreieckform die Grenze bildet. Es gibt Maschinen, bei denen die Kurve der EMK durch eine Aufeinanderfolge von Dreiecken gebildet wird, deren Seiten nach innen gekrümmt sind, wo also die Spitze sehr steil ansteigt, und E im Verhältnis zu e sehr groß ist. Nun ist aber die

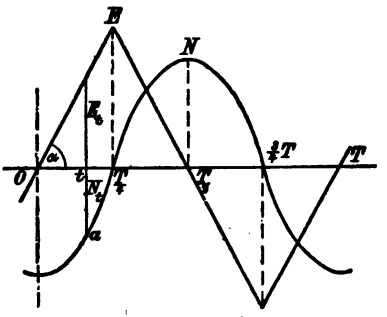


Fig. 11.

mathematische Untersuchung solcher Kurven der EMK kaum durchzuführen und für den gegenwärtigen Zweck auch wertlos, da es sich ja nur darum handelt, im allgemeinen festzustellen, ob eine spitze Kurvenform in bezug auf die Eisenverluste in Transformatoren günstiger oder weniger günstig ist als die Sinusform. Wenn wir finden, daß die Dreieckform günstiger ist, so können wir ohne weiteres schließen, daß die übertriebene Dreieckform noch günstiger sein muß.

Es sei also E in Fig. 11 die Kurve der EMK, so ist zunächst die Kurve der Induktion dafür zu bestimmen. Da für eine Windung

$$E_t = \frac{dN}{dt}$$

in absoluten Einheiten ist, muß diese Kurve der Bedingung genügen, daß die trigonometrische Tangente in irgend einem zur Abszisse t

gehörigen Punkte a gleich ist der zu diesem Punkte gehörigen Ordinate der EMK-Kurve:

$$E_t = t \operatorname{tg} \alpha = - \frac{d N_t}{dt},$$

woraus

$$N_t = - \int t \operatorname{tg} \alpha \, d t + \text{Konst.}$$

$$N_t = \text{Konst.} - \frac{1}{2} t^2 \operatorname{tg} \alpha.$$

Die Konstante bestimmt sich aus der Überlegung, daß für $t = 0$ $N_t = N$ sein muß; es ist also

$$N_t = N - \frac{1}{2} t^2 \operatorname{tg} \alpha,$$

die Gleichung einer Parabel. Da $E = \frac{T}{4} \operatorname{tg} \alpha$, so ist

$$N_t = N - \frac{1}{2} t^2 \frac{4E}{T}.$$

Für $t = \frac{T}{4}$ muß $N_t = 0$ sein; woraus

$$N = \frac{1}{2} \left(\frac{T}{4}\right)^2 \frac{4E}{T},$$

$\frac{TE}{3} = N$ in absolutem Maße; und da $\frac{1}{T} = \nu$, so ist

$$E = 8 \nu N 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Es ist also bei der Dreiecksform der Kurve und gleichem Kraftlinienfluß die maximale EMK genau doppelt so groß als bei der rechteckigen Kurvenform. Nun handelt es sich nicht um den maximalen Wert der EMK, sondern um den effektiven Wert. Dieser bestimmt sich für eine Viertelperiode, wie folgt:

$$e = \sqrt{\frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{4}} E_t^2 \, dt}$$

$$E_t = t \operatorname{tg} \alpha$$

$$e = \sqrt{\frac{4 \operatorname{tg}^2 \alpha}{T} \int_0^{\frac{T}{4}} t^2 \, dt} = \sqrt{\frac{4 \operatorname{tg}^2 \alpha}{T} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{T^3}{64}}$$

$$e = \frac{7}{4} \operatorname{tg} \alpha \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$e = \frac{E}{\sqrt{3}} \quad \text{und} \quad E = e\sqrt{3}.$$

Wenn man diesen Wert in die obige Gleichung für E einsetzt, so erhält man

$$e = 4{,}62\, \nu N 10^{-8} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 10)$$

Der Koeffizient ist etwas größer als bei sinusartiger Kurve der EMK, und infolgedessen genügt eine kleinere Feldstärke N und bei gleicher Induktion weniger Eisen, um die gleiche effektive EMK zu erzeugen. Fassen wir jetzt die Gleichungen 6, 9 und 10 zusammen, so sehen wir, daß die in der Spule von n Windungen induzierte EMK (der effektive Wert) sich ganz allgemein ausdrücken läßt durch

$$e = k\, \nu N n 10^{-8},$$

wobei k ein Koeffizient ist, welcher von der Form der EMK-Kurve abhängt und deshalb Formfaktor heißt. Er hat folgende Werte:

1. Die EMK-Kurve ist aus Rechtecken zusammengesetzt $k = 4{,}00$,
2. - - - - eine Sinuskurve . . . . . $k = 4{,}44$,
3. - - - - aus Dreiecken zusammengesetzt $k = 4{,}62$.

Denken wir uns nun ein und denselben Transformator sukzessive mit drei Leitungen verbunden, in welchen dieselbe effektive EMK herrscht, aber die Kurvenform der Spannung den unter 1, 2 und 3 angegebenen Bedingungen entspricht, so muß offenbar die Induktion B in den drei Fällen verschieden sein, und zwar ist sie am größten bei 1 und am kleinsten bei 3.

Wenn wir nun die Induktion bei sinusartiger Spannungskurve zum Zweck des Vergleiches als Einheit betrachten, so ist sie

bei rechteckiger Form der Spannungskurve 1,11,
- dreieckiger - - - 0,96.

Es ist also in bezug auf den Verlust im Eisen bei Transformatoren von einem gewissen, wenn auch nicht überwiegenden Vorteil, solche Maschinen zu verwenden, deren Spannungskurve sich der Dreieckform nähert. Jedenfalls ist die abgeflachte Form der Kurve möglichst zu vermeiden.

Günstigste Blechdicke. Da der Verlust durch Wirbelströme dem Quadrat der Blechdicke proportional ist, so kann man sie

unter Voraussetzung ein und derselben Induktion durch Verminderung der Blechdicken beliebig klein machen. Da aber die Induktion wegen des durch Isolierung verlorenen Raumes mit abnehmender Blechdicke steigen muß, so gibt es eine untere Grenze für die Blechdicke, bei deren Unterschreitung die Verluste wieder zunehmen. Die Dicke der Isolierschicht ist unabhängig von der Blechdicke und beträgt etwa 0,05 mm, so daß die Ausnützung des Gesamtquerschnittes ist

bei Blechen von	1,0 mm	95 %
- - -	0,7 -	93 -
- - -	0,5 -	91 -
- - -	0,3 -	86 -

Bei einem vorgeschriebenen Kraftfluß und Gesamtquerschnitt nimmt also die Induktion mit abnehmender Blechdicke zu und mithin auch der Verlust durch Hysteresis; der Verlust durch Wirbelströme nimmt dagegen ab. Es muß also eine bestimmte Blechdicke geben, bei welcher die Summe dieser beiden Verluste ein Minimum wird. Diese günstigste Blechdicke hängt natürlich von den magnetischen Eigenschaften des Eisens, seiner elektrischen Leitfähigkeit und von der Frequenz ab. Für die im Handel üblichen Bleche ist die günstigste Dicke bei einer

Frequenz von 50	0,25—0,4 mm
- - 25	0,35—0,7 -

Die Kurventafel Fig. 12 gibt Gesamtverluste für mittelgute Blechsorten bei 50 und 30 Perioden, bezogen auf eine ideelle Induktion, die man erhält, wenn man den gesamten Kraftfluß durch den gesamten Querschnitt (also Eisen plus Isolierung) dividiert.

Einfluß der Kern- und Spulenform auf die Verluste. Da der Verlust im Eisen dem Eisengewicht proportional ist, so muß man bestrebt sein, letzteres möglichst gering zu halten. Nun ist man aber in der Anordnung des Eisenkörpers durch den Umstand beschränkt, daß ein gewisser Querschnitt des Kernes notwendig ist, um den Kraftlinienfluß zu führen, und daß eine gewisse Länge des Kernes zur Unterbringung der Spulen nötig ist. Gleichzeitig soll die Länge jeder einzelnen Windung mit Rücksicht auf die Stromwärme möglichst klein sein. Dieses sind Bedingungen, welche sich zum Teil widersprechen, und sie können daher einzeln nicht voll und ganz erfüllt werden.

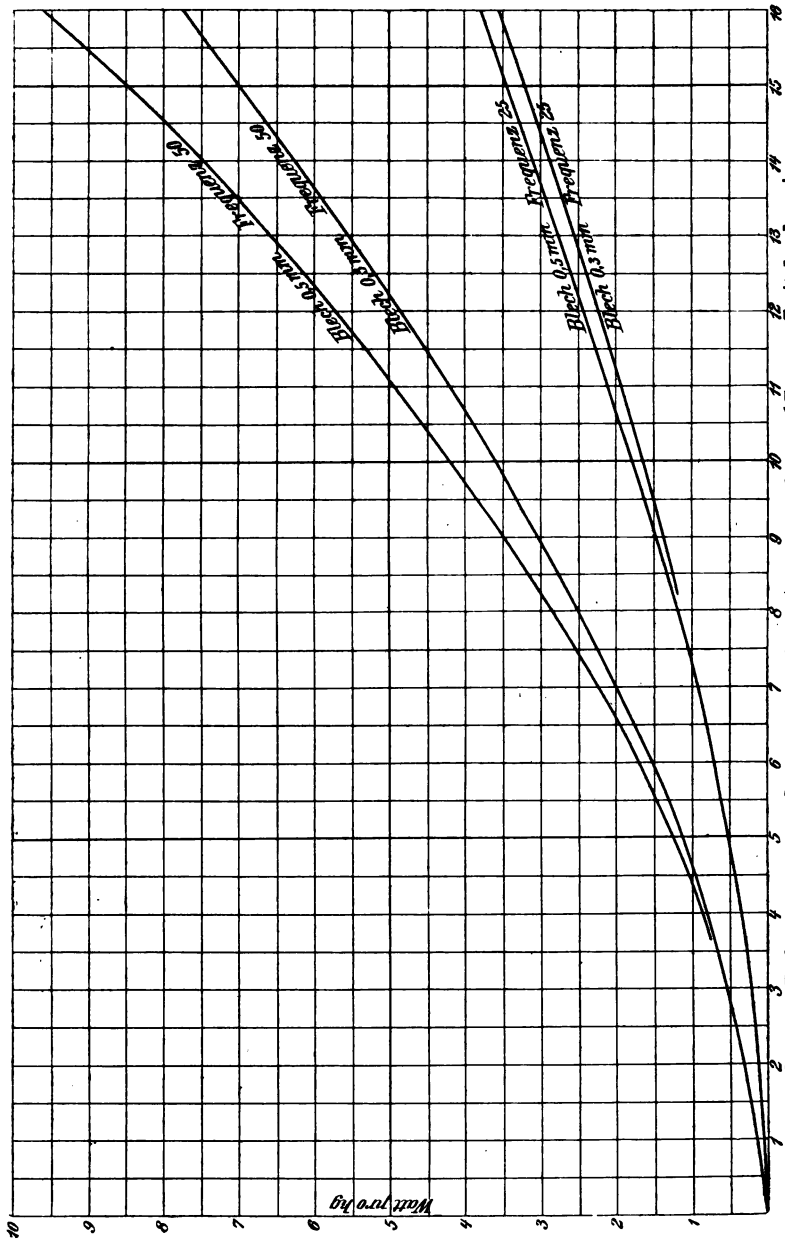

Blech 0,5 mm Frequenz 50
Blech 0,5 mm Frequenz 50
Blech 0,5 mm Frequenz 25
Blech 0,3 mm Frequenz 25
Watt pro kg
Induktion in Einheiten von 1000 bezogen auf den Gesamtquerschnitt (Eisen + Zwischenlage)

Fig. 12.

Die beste Konstruktion muß einen Kompromiß zwischen diesen Bedingungen vorstellen und kann deshalb nur dadurch erhalten werden, daß man den Einfluß von Abänderungen in den Dimensionen und Windungsverhältnissen Schritt für Schritt bestimmt und die Konstruktion so lange ändert, bis eine weitere Verbesserung ausgeschlossen erscheint.

Die Form des Querschnittes des Kernes ist von wesentlichem Einfluß auf die Länge der Windungen und mithin auf den Widerstand der Spulen. Eine rechteckige Form ist beispielsweise nicht so günstig als die quadratische, weil zum Einschließen gleicher Flächen beim Rechteck mehr Draht erforderlich ist als beim Quadrat. Ebenso ist im allgemeinen ein kreisförmiger Querschnitt vorteilhafter als ein quadratischer. Es kann aber der Fall eintreten, daß man aus konstruktiven Rücksichten verhindert ist, den Durchmesser des Kreises größer zu machen als die Seite des Quadrates. Sind die linearen Dimensionen gleich, so enthält der quadratische Kern $\frac{4}{\pi}$ mal so viel Eisen als der kreisförmige und ist dann günstiger, wie sich leicht durch folgende Überlegung ergibt. Es sei r der Radius des Kreises (also $2r$ die Seite des Quadrates), δ die Dicke der auf dem Kern angebrachten Isolierschicht und d die Dicke der Wickelung. Bei gleicher Induktion verhalten sich die EM-Kräfte wie $\pi r^2 : 4r^2$. Die mittlere Länge einer Windung ist beim Kern von kreisförmigem Querschnitt $\pi(2[r+\delta]+d)$ und beim Kern von quadratischem Querschnitt $8(r+\delta)+\pi d$. Die in der Einheit der Drahtlänge erzeugte EMK ist also in diesen Fällen proportional zu $\pi r^2 : \pi(2[r+\delta]+d)$ und $4r^2 : (8[r+\delta]+\pi d)$, und das Verhältnis dieser Werte ist

$$\frac{2(r+\delta)+d}{2(r+\delta)+\frac{\pi}{4}d} > 1;$$

d. h. die pro Meter Draht induzierte EMK ist beim quadratischen Kerne größer als beim kreisförmigen, und zwar wird der Unterschied um so größer, je dicker die Wickelung ist. Die Erklärung dieses scheinbaren Widerspruches liegt einfach darin, daß der quadratische Kern mehr Eisen enthält, und der so gebaute Transformator eine größere Leistung gibt. Nun ist die Ausnützung des Materiales bei dem größeren Apparat immer besser als bei dem kleineren.

Die Eisenkörper von Transformatoren müssen zur Vermeidung der Verluste durch Wirbelströme, wie schohn erwähnt, aus Blechen oder Drähten aufgebaut werden. Bei Verwendung von Drähten, welche nicht besonders isoliert zu sein brauchen, werden 78—80% des Raumes wirklich von Eisen ausgefüllt. Drahtkerne werden jedoch heutzutage sehr wenig benutzt. Bei Blechen ist eine Isolation der einzelnen Bleche gegeneinander notwendig, und diese kann aus einem Anstrich von Schellack, einer Oxydschicht oder eingelegten Papierblättern bestehen. Die letztgenannte Methode der Isolation ist am zuverlässigsten. Es werden dabei 10—15% des Raumes verloren, so daß im Mittel 87½% des Raumes wirklich von Eisen ausgefüllt werden. Bei Blechen wird also der Innenraum der Spulen besser ausgenützt als bei Drähten, und es werden aus diesem Grunde sowie wegen der leichteren mechanischen Herstellung meistens Bleche für die Eisenkörper von Transformatoren verwendet.

Kern- und Manteltransformatoren. Wie schon eingangs erläutert wurde, beruht die Wirkung des Transformators auf einer Verkettung zweier voneinander isolierter Stromkreise durch einen magnetischen Kraftlinienfluß. Diese Verkettung läßt sich sehr vielfach gestalten. Eine der einfachsten Formen ist in Fig. 6 dargestellt. Der Eisenkörper ist als rechteckiger Rahmen ausgebildet, und die zwei längeren Seiten desselben bilden die Kerne für die Spulen. Man nennt diese Anordnung einen Kerntransformator; dieselbe ist dadurch charakterisiert, daß der größte Teil des Eisens innerhalb der Spulen liegt, bezw. die Oberfläche der Spulen überall dem abkühlenden Einfluß der Luft ausgesetzt ist.

Nun können wir uns die gegenseitige Lage von Eisen und Kupfer auch vertauscht denken. Wir können annehmen, daß der rechteckige Rahmen in Fig. 6 durch den Kupferdraht der beiden in diesem Falle aufeinander gelegten Spulen gebildet wird, und daß wir jede der beiden längeren Seiten des Rechteckes durch Aufschieben von Eisenscheiben gewissermaßen mit einem Mantel von Eisen umhüllen. Ein so konstruierter Transformator wird Manteltransformator genannt und dadurch charakterisiert, daß die Spulen zum Teil im Eisen eingebettet sind.

Bei der Kerntype hat man ein kleines Eisengewicht und eine kleine mittlere Windungslänge in den Spulen. Dagegen ist die Anzahl Windungen (wegen des kleineren Kernquerschnitts) verhältnis-

mäßig groß uud das Kupfergewicht trotz der kleinen mittleren Windungslänge beträchtlich. Die Länge des Pfades der Kraftlinien ist groß, und dadurch steigen die zur Magnetisierung nötigen Amperewindungen. Andererseits ist die freie Lagerung und Zugänglichkeit der Spulen ein Vorteil.

Bei der Manteltype hat man einen kurzen magnetischen Kreislauf und erreicht deshalb die Magnetisierung mit wenigen Amperewindungen; die Spulen enthalten weniger Windungen und bedürfen trotz der größeren Windungslänge im allgemeinen weniger Draht als bei der Kerntype. Andererseits wird der Eisenkörper bedeutend schwerer, die Abkühlung der eingebetteten Spulen ist nicht leicht zu bewerkstelligen, und die Spulen sind nur teilweise zugänglich.

Um uns zunächst ein ungefähres Bild über den Einfluß verschiedener Anordnungen zu machen, wollen wir an einem Beispiel diese Frage behandeln. Zu diesem Zwecke nehmen wir an, daß die verschiedenen Typen alle für gleiche Leistung berechnet seien. Es muß also das Produkt aus Strom und Spannung konstant sein. Der Einfachheit halber wollen wir annehmen, daß sowohl die Stromdichte in den Drähten als auch der Strom selbst konstant bleiben sollen. Dann müssen wir alle Transformatoren mit demselben Drahte bewickeln, und die Anzahl Windungen ist dem Wickelungsraum direkt proportional. Je größer der Wickelungsraum, desto größer kann die Anzahl Windungen in jeder Spule genommen werden, und desto kleiner wird die gesamte Feldstärke N. Nehmen wir ferner an, daß die Induktion in allen Fällen die gleiche ist (B konstant), so ändert sich der Kernquerschnitt im umgekehrten Verhältnis mit der Windungszahl, d. h. mit dem Wickelungsraum. Zur Beurteilung dient das Eisengewicht und die Drahtlänge.

Der Transformator a (Fig. 13) hat 400 qcm Kernquerschnitt (einschließlich des für die Isolation der Bleche nötigen Raumes) und 60 qcm Wickelungsraum. Das Eisengewicht ist 200 kg, und die mittlere Länge einer Windung ist 119 cm. Bei 100 Windungen in der Primärspule werden wir also für diese Spule 119 m Draht brauchen. Jetzt wollen wir den Eisenquerschnitt auf den vierten Teil verkleinern dadurch, daß wir den Eisenkörper nicht 40 cm, sondern nur 10 cm lang machen. Dann müssen wir die Windungszahl viermal so groß machen, um dieselbe Spannung zu haben. Der Wickelungsraum muß also $4 \times 60 = 240$ qcm Querschnitt erhalten. Wir kommen so zur Type b. Die mittlere Windungslänge

ist jetzt nur 78 cm; da wir aber 400 Windungen brauchen, so ist die Drahtlänge jetzt größer geworden. Sie beträgt 312 m, also nahezu dreimal so viel wie früher. Dafür ist das Eisengewicht auf 73 kg, also nahezu auf ein Drittel vermindert worden. Bei gutem und billigem Eisen, aber teuerem Kupfer ist demnach Type *a* vorzuziehen. Bei schlechtem und teuerem Eisen, aber billigem Kupfer

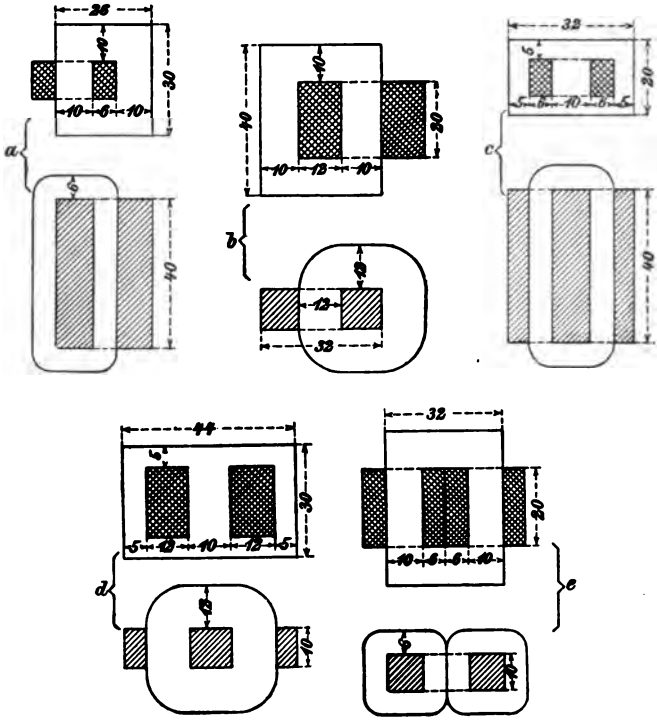


Fig. 18.

ist Type *b* vorzuziehen. Beide Konstruktionen lassen sich jedoch noch wesentlich verbessern. Wir können z. B. die Konstruktion *a* so abändern, daß wir beide Seiten der Spule mit Eisen umkleiden, also einen richtigen Manteltransformator daraus machen. Wir erhalten so die Type *c*. Der magnetische Kraftlinienfluß teilt sich dann zu beiden Seiten, und der Mantel braucht nur den halben Querschnitt des Kernes zu haben. Die Drahtlänge ist wie bei *a* 119 m, das Eisengewicht ist aber auf 112 kg vermindert worden.

Die Type *c*, welche bei einem nicht übermäßig großen Eisengewicht nur wenig Kupfer braucht, ist die besonders in Amerika und England beliebte Form des Manteltransformators.

Wenn wir die Type *b* in ähnlicher Weise verändern, gelangen wir zur Type *d*, welche strenggenommen auch zu den Manteltransformatoren gehört, aber nicht den Vorteil geringen Kupfergewichtes hat. Die Drahtlänge ist wie früher 312 m; dafür ist aber das Eisengewicht auf 59 kg vermindert worden. Diese Konstruktion ist nur dann gerechtfertigt, wenn man mit dem Kupfer nicht zu sparen braucht und Eisen von besonders guter Qualität nicht erhalten kann. Sie wurde deshalb in früherer Zeit, d. h. bevor die Walzwerke auf Erzeugung guten Bleches für Transformatoren eingerichtet waren, in Europa verwendet. Heutzutage ist Blech von vorzüglicher Qualität leicht erhältlich, und es ist deshalb nicht notwendig, mit dem Eisen sehr zu sparen. Es ist daher besser, die Änderung in der Type *b* derart vorzunehmen, daß man an Kupfer spart, was erreicht wird, indem man die Wickelung auf die zwei längeren Schenkel verteilt. Man gelangt so zur Type *e*, welche einen richtigen Kerntransformator bildet (vergl. Fig. 6). Die mittlere Länge einer Windung ist wegen der Verminderung in der Dicke der Wickelung erheblich kleiner als bei *b*. Die Drahtlänge ist 236 m und das Eisengewicht 73 kg. Diese Type ist in England und Deutschland vielfach im Gebrauch.

Der Übersicht halber stellen wir die obigen Ergebnisse tabellarisch zusammen:

Type	Eisengewicht	Drahtlänge
	kg	m
a	210	119
b	73	312
c	112	119
d	59	312
e	73	236

In allen diesen Typen ist der magnetische Kreislauf vollständig geschlossen, d. h. die nützlichen Kraftlinien gehen nur durch Eisen. Es gibt außerdem noch eine Type von Transformatoren, bei welchen der Kraftlinienfluß nur zum Teil in Eisen, im übrigen aber durch die Luft verläuft. Es sind das die sogen. Igeltransformatoren, die von Swinburne mit der Absicht eingeführt wurden, den Hysteresis-

verlust auf das tunlich geringste Maß herabzudrücken. Zu diesem Zwecke wickelt Swinburne die Spulen über einen aus Eisendrähten bestehenden Kern (Fig. 14a) und breitet die Enden der Eisendrähte halbkugelförmig aus, so daß der Transformator an beiden Enden dem Rücken eines Igels gleicht. Die Kraftlinien schließen sich dann durch die Luft, wie das die punktierten Linien andeuten. Der Hysteresisverlust ist also auf den eigentlichen Kern des Transformators beschränkt. Im Luftmantel findet kein Verlust statt. Diese Konstruktion hat sich in der Praxis nicht bewährt.

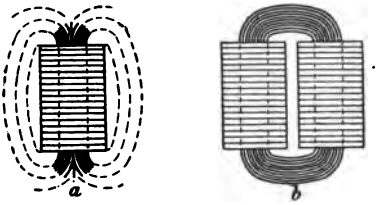


Fig. 14.

Denkt man sich zwei solche Transformatoren nebeneinander gestellt (Fig. 14b) und die Drahtenden gegeneinander gebogen, so daß ein geschlossener Eisenpfad entsteht, so gelangt man zur gewöhnlichen Manteltype. Der Hysteresisverlust des so erhaltenen Transformators kann nur unbedeutend größer sein als jener von zwei einzelnen Igeltransformatoren (und zwar ist der Zuwachs an Verlust durch die kleine Verlängerung der Drähte, welche zur Verbindung der Kerne dienen, bedingt), so daß die Igeltype schon aus diesem Grunde keine bedeutende Ersparnis in den Hysteresisverlusten herbeiführen kann. Andererseits ist damit ein kleiner Zuwachs an diesen Verlusten verbunden, weil infolge der starken Streuung die Induktion in der Mitte des Kernes größer ist als an den Enden. Die EMK ist der mittleren Induktion proportional, während der Hysteresisverlust der $\sqrt[1,6]{\ }$ aus den Mittelwerten von $B^{1,6}$ proportional ist. Es erhellt daraus sofort, daß bei ungleichmäßiger Induktion im Kern der Verlust größer sein muß als bei gleichmäßiger. Außerdem hat der Igeltransformator noch den Nachteil, daß er bei Leerlauf einen außergewöhnlich hohen Strom verbraucht. Während die in Fig. 13 gezeichneten Typen bei Leerlauf einen Primärstrom brauchen, dessen Wert nur wenige Prozente von dem Primärstrom bei Voll-

belastung ausmacht, braucht der Igeltransformator (Fig. 14a) bis 60% des vollen Betriebsstromes, ist also schon aus diesem Grunde bei Stromverteilung von Zentralen aus nicht zulässig. Für einen Zweck eignet sich jedoch der Igeltransformator recht gut, nämlich als Drosselspule; dafür ist seine Eigentümlichkeit, viel Strom bei mäßiger Spannung durchzulassen, sehr wertvoll. Für alle andern Zwecke haben sich die Typen Fig. 13c und e in der Praxis am besten bewährt.

Drittes Kapitel.

Gebräuchliche Formen. — Konstruktion des Eisenkörpers. — Verhältnisse des Eisenkörpers. — Erwärmung der Transformatoren durch die Arbeitsverluste. — Versuchsergebnisse. — Theorie der Erwärmung. — Einfluß der linearen Dimensionen. — Formel zur oberflächlichen Berechnung der Leistung. — Wirksamkeit der Kühlmittel.

Gebräuchliche Formen. Die in der Praxis gebräuchlichen Transformatoren lassen sich alle in zwei große Gruppen einreihen; nämlich Manteltransformatoren und Kerntransformatoren.

Die ersteren haben die in Fig. 15 skizzierte Gestalt. Die Spulen (*P* primär und *S* sekundär) sind länglich und entweder ineinander oder übereinander gelegt, und der Eisenkörper ist aus Blechen zu-

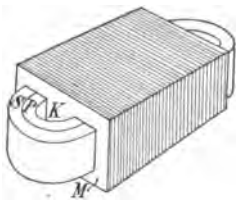


Fig. 15.

sammengesetzt. Er ist so angeordnet, daß er den größten Teil der Spulen umgibt, so daß nur die zwei halbrunden Enden frei bleiben. Eine Abart dieser Konstruktion, bei welcher die Spulen kreisförmig sind und der Eisenkörper in Segmenten ringsherum angeordnet ist, wird auch ausgeführt, bietet aber keine besonderen Vorteile. Die Bleche enthalten je zwei Fenster, so daß nach dem Aneinanderlegen der einzelnen Bleche zwei Kanäle zur Aufnahme der Spulen entstehen. Die Spulen werden zuerst hergestellt und die Bleche dann darüber bezw. dazwischen geschoben. Die ver-

schiedenen Anordnungen, die man zu diesem Zwecke treffen kann, sind weiter unten angegeben. Die mittleren Blechstreifen *K*, die die zwischen den Fenstern liegen, bilden den eigentlichen Kern der Spulen, und die äußeren Rahmen *M* bilden den sogen. Mantel.

Der Eisenkörper der Kerntransformatoren besteht aus einem rechteckigen, auch aus Blechen zusammengesetzten Rahmen Fig. 16, dessen längere Seiten die Kerne *K* und dessen kürzere Seiten die Jochstücke *J* bilden. Der Querschnitt der Kerne ist meist quadratisch, kann aber auch rechteckig sein. In der Figur ist die Ebene der Bleche mit jener des Rahmens parallel. Es gibt jedoch auch Konstruktionen, bei denen die Fläche der Bleche senkrecht zu einer durch die beiden Spulenachsen gehenden Ebene steht. Der Rahmen hat dann abgerundete Ecken und besteht aus in die richtige Form

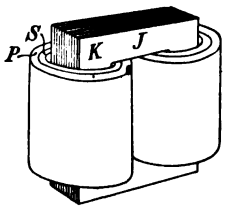


Fig. 16.

gebogenen Blechstreifen. Die Spulen (*P* primär und *S* sekundär) können ineinander oder in flachen Scheiben übereinander angeordnet sein.

Für Dreiphasenstrom kann man entweder drei Einzeltransformatoren, also je einen für jede Phase, anwenden, oder man kann die Wickelungen auf einem gemeinsamen Magnetkörper anbringen. Die Fig. 17, 18 und 19 zeigen drei gebräuchliche Formen. Bei der Ausführung Fig. 17 sind die Jochstücke *J* durch Scheiben gebildet und die Kerne *K* in einem gegenseitigen Winkelabstand von 120° seitlich angesetzt. Die Enden der Kerne sind, wie die Figur zeigt, abgeschrägt und werden mittels entsprechend geformter Gußplatten seitlich gegen die Jochscheiben angedrückt. Die Spulen, welche der Deutlichkeit halber in der Skizze weggelassen sind, werden wie in Fig. 16 über die Kerne geschoben. Die in Fig. 18 dargestellte Anwendung unterscheidet sich von der oben beschriebenen durch die Form der Jochstücke und durch den Umstand, daß die Trennungsebenen zwischen den einzelnen Blechen in Joch und Kern

parallel sind. Die Jochbleche werden zwischen entsprechend geformten Wangen der oberen und unteren Endplatte fest eingeklopft und so gehalten. Um die Kerne zu halten, werden ihre seitlichen Deckplatten aus Rotguß mit Nasen versehen, die in entsprechende Aussparungen der Jochwangen eingreifen.

Die in Fig. 19 dargestellte Konstruktion des Eisenkörpers ist eine Erweiterung von Fig. 16. Die drei Kerne *K* haben gemeinsame Jochstücke *J*, und jeder Kern wird von den beiden zu einer Phase gehörigen Spulen umgeben.

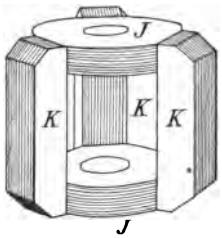


Fig. 17.

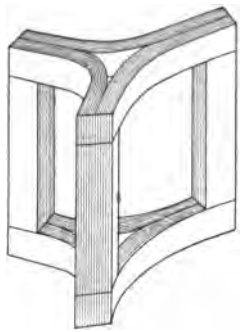


Fig. 18.

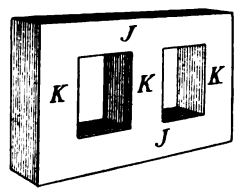


Fig. 19.

Konstruktion des Eisenkörpers. In den Fig. 15, 16 und 19 sind die Bleche, aus welchen der Eisenkörper zusammengesetzt ist, als vollständig geschlossene Flächen gezeichnet, d. h. es ist angenommen, daß der Kern mit Joch oder Mantel aus einem Stück gestanzt ist. Eine solche Konstruktion ist zwar möglich und hätte auch den Vorteil, daß der Pfad für die Kraftlinien keine Unterbrechung durch Stoßfugen hat; es wäre damit jedoch der Nachteil verbunden, daß man die Spulen zwischen Kern und Joch oder Kern und Mantel hindurch wickeln müßte. Die Wickelung in dieser Art auszuführen, ist sehr schwierig, weil die ganze Drahtlänge bei jeder Windung durch den ohnehin beschränkten Wickelungsraum gezogen werden muß. Man könnte also nicht auf der Drehbank wickeln, und, wo der Draht dick und infolgedessen steif ist, würde es auch nicht möglich sein, ihn von Hand fest zu wickeln. Zu dem käme noch der Übelstand, daß etwaige Isolationsfehler erst entdeckt werden könnten, wenn der Transformator fertig hergestellt ist, die Beseitigung von Fehlern also sehr viel unnötige Arbeit machen

würde. Aus diesen Gründen empfiehlt es sich, die Konstruktion so einzurichten, daß die Spulen unabhängig vom Kern auf der Drehbank gewickelt werden können, und zwar womöglich jede einzeln. Dabei kann jede Drahtstärke bequem gewickelt und gut isoliert werden, und die fertige Spule kann auf ihre Isolation geprüft werden, bevor sie zum Aufbau des Transformators verwendet wird. Der Kern wird dann in die geprüften Spulen eingebaut. Um diesen Einbau jedoch zu ermöglichen, ist es notwendig, die Kontinuität des magnetischen Pfades in jedem einzelnen Bleche zu unterbrechen, und es handelt sich darum, diese Unterbrechungen so einzurichten, daß sie auf die Gesamtheit der zusammengestellten Bleche keinen oder einen möglichst geringen Einfluß haben. Dieser Zweck läßt sich dadurch erreichen, daß man die Fugen gegeneinander versetzt,

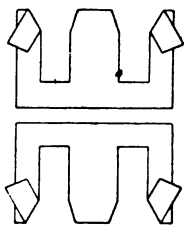


Fig. 19a.

so daß zu jeder Seite einer Fuge ununterbrochene Bleche zu liegen kommen. Dabei können die Kraftlinien, anstatt die Fuge zu überspringen, zu beiden Seiten derselben in die benachbarten Bleche übertreten, und da die Durchgangsfläche im Vergleich zur Stoßfläche der Fuge selbst enorm groß ist, kann der magnetische Widerstand dieses Überganges als verschwindend klein vernachlässigt werden. Ein so zusammengesetzter Eisenkörper bietet also wirklich einen kontinuierlichen Pfad für die Kraftlinien.

Einige dieser Konstruktionen mögen hier beispielsweise Erwähnung finden. Im Westinghouse-Transformator sind die Bleche aus einem Stück gestanzt, aber zu beiden Seiten des Mittelsteges (Fig. 19a) schräg aufgeschlitzt. Nachdem die Spulen hergestellt und entsprechend isoliert sind, wird der Eisenkörper in dieselben eingebaut, indem man die Bleche einzeln anbringt. Zu diesem Zwecke wird das Mittelstück jedes Bleches nach Umbiegung der beiden Lappen in die Spule eingeschoben. Die Lappen werden dann zurück-

gebogen, und das zweite, unterhalb gezeichnete Blech wird in der gleichen Weise von der andern Seite eingebracht. Dadurch werden die Fugen eines Bleches durch den kontinuierlichen Teil des nächsten Bleches abgedeckt.

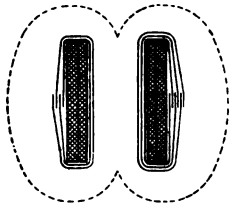


Fig. 20.

Im Transformator von Ferranti (Fig. 20) besteht der Kern aus einem Bündel von Blechstreifen, welches zunächst in die Spulen eingesteckt wird. Die Streifen werden dann einer nach dem andern an beiden Enden der Spulen zurückgebogen, um den Mantel zu bilden. Dabei ist ihre Länge so bemessen, daß an der Berührungsstelle zwischen den Enden jedes Streifens noch eine kleine Überlappung bleibt, wie es in der Zeichnung angedeutet ist.

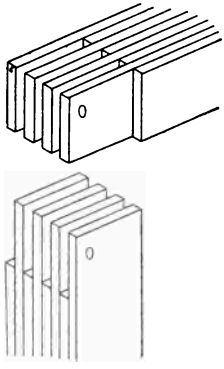


Fig. 21.

In dem vom Verfasser konstruierten Transformator (Fig. 16) bestehen sowohl Kerne als auch Joche aus Bündeln von geraden Blechen, die jedoch gegeneinander so versetzt sind, daß an den vier Ecken des Eisenkörpers eine Verzapfung entsteht, wie das die Abbildung (Fig. 21) veranschaulicht. Um die Konstruktion klar zu

machen, ist die Dicke der Bleche übertrieben groß gezeichnet. Die Bleche werden durch isolierte Bolzen zusammengehalten. Da alle verwendeten Blechstücke rechteckige Form haben, geht beim Ausschneiden derselben aus den Blechtafeln kein Material verloren.

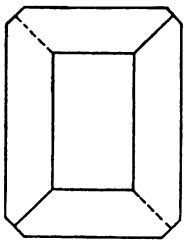


Fig. 22.

In der Cromptonschen Anordnung (Fig. 22) bestehen die Bleche aus L-förmigen Stücken, welche abwechselnd von der einen und der andern Seite in die Spulen eingeschoben werden, so zwar, daß die Fugen einer Lage durch die vollen Bleche der nächsten Lage abgedeckt werden. Beim Ausstanzen aus den Tafeln findet wegen der eigentümlichen Form der Stücke ein gewisser Materialverlust statt.

Beim Stanzen der Bleche für den Westinghouse-Transformator (Fig. 19a) geht ebenfalls das in den zwei Fenstern ausgestanzte Material verloren. Um diesen Verlust zu vermeiden, hat Mordey diese Konstruktion so abgeändert, daß der mittlere Steg durch den

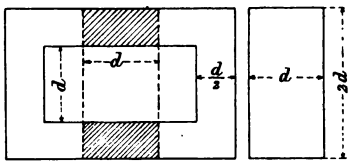


Fig. 23.

herausgestanzten Teil gebildet wird (Fig. 23). Man bekommt also aus jedem Stanz zwei Stücke: den rechteckigen Mantel und den quer darüber zu legenden Steg oder Kern. Die Mantelbleche werden über und die Kernbleche durch die Spulen geschoben. Bei dieser Konstruktion ist die Größe des Wickelungsraumes durch die Kerndicke d gegeben und kann nicht beliebig genommen werden, wie in Fig. 19a; denn, wie sich aus der Zeichnung ergibt, ist die

Höhe jedes Fensters d und seine Breite $\frac{d}{2}$. Daraus folgt auch, daß die äußeren Dimensionen des Mantels $3\,d$ und $2\,d$ sind. Eine Berührung zwischen Kern und Mantel findet nur in den schraffierten Teilen statt, in den übrigen Teilen ist zwischen je zwei Blechen eine gleich dicke Luftschicht. Es wird also nur die Hälfte des inneren Raumes der Spulen wirklich von Eisen ausgefüllt. Mit andern Worten, die Länge jeder Windung muß größer sein als in Fig. 19a, wo der ganze Raum von Eisen ausgefüllt ist. Um diesem Übelstande abzuhelfen, stanzt Mordey noch die in Fig. 24 dargestellten Stücke, und zwar wieder ohne jeglichen Materialverlust. Das innere Quadrat wird zur Ausfüllung des Kernes benutzt, und die beiden äußeren Stücke zur Ausfüllung des Mantels. Es kommen

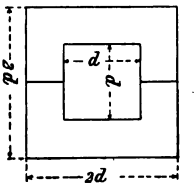


Fig. 24.

also fünf Stücke für je zwei Blechlagen zur Verwendung. Die Abhängigkeit des Windungsraumes von der Kerndicke ist eine notwendige Folge der Bedingung, daß die Bleche aus den Tafeln ohne jeden Materialverlust hergestellt werden sollen. Obzwar die dadurch erhaltenen Verhältnisse zwischen Kerndicke und der Höhe und Breite des Wickelungsraumes im allgemeinen brauchbar sind, so kann doch eine Abweichung von diesen Verhältnissen aus Konstruktionsrücksichten notwendig werden. In solchen Fällen muß man eine gewisse Materialverschwendung beim Ansstanzen der Bleche mit in den Kauf nehmen. Dieselbe ist jedoch sehr unbedeutend, wenn man die von Mordey angegebene Herstellungsweise der zur Ausfüllung bestimmten Teile beibehält.

In den bisher erläuterten Konstruktionen ist das Prinzip einer gegenseitigen Überlappung oder Verzapfung der einzelnen Bleche an den Verbindungsstellen eingehalten, wodurch der magnetische Widerstand an den Fugen verschwindend klein wird. Man kann jedoch auch von diesem Prinzip abgehen und die Verbindung zwischen Kern und Joch oder Kern und Mantel durch möglichst glatte Stoß-

fugen bewerkstelligen. Bei Fig. 17 ist dieses durch die Konstruktion selbst sogar geboten, bei Fig. 16 und 19 sind Stoßfugen zwar vermeidlich, werden aber häufig angewendet, weil dadurch der Aufbau des Apparates bequemer wird. Man kann nämlich alle Teile des Eisenkörpers fertig herstellen, bevor die Spulen aufgesetzt werden, und kann auch bei Reparaturen eine Spule herausnehmen und durch eine andere ersetzen, ohne die Bleche einzeln auseinandernehmen und wieder einzeln einbauen zu müssen. Diese Anordnung hat jedoch den Nachteil, daß an den Fugen ein merklicher magnetischer Widerstand auftritt, welcher zur Folge hat, daß der Transformator zu seiner eigenen Magnetisierung mehr Strom gebraucht als bei Anwendung von überlappenden oder verzapften Verbindungen. Der Einfluß der Stoßfugen auf den Magnetisierungsstrom ist im nächsten Kapitel behandelt. Augenblicklich möge es genügen, darauf hinzuweisen, daß der magnetische Widerstand von der Entfernung der

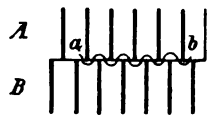


Fig. 25.

Eisenteile abhängt, daß es aber nicht immer angängig ist, diese Entfernung auf Null zu reduzieren, weil dadurch an den Berührungsflächen Wirbelströme entstehen würden, welche Arbeitsverluste und Erhitzung hervorbringen würden. In dem Falle, wo die Ebenen der Bleche an der Stoßfuge aufeinander senkrecht stehen wie in Fig. 17, ist es ohne weiteres klar, daß bei wirklicher Berührung zwischen den Blechkanten geschlossene Stromkreise entstehen, welche der direkten Einwirkung des durch die Fuge hin- und herwogenden Kraftlinienflusses ausgesetzt sind. Die dadurch hervorgerufenen Ströme sind also sehr groß und bedingen nicht nur einen Arbeitsverlust, sondern schwächen geradezu das Feld, d. h. vermehren die magnetische Streuung. Um diesen Übelständen zu begegnen, muß man die Berührung der sich kreuzenden Blechkanten durch Einlage einer Isolierschicht vermeiden.

Wenn die Blechkanten sich nicht kreuzen, sondern zueinander parallel verlaufen, entstehen auch Wirbelströme, jedoch nur in geringem Maße. In Fig. 25 ist eine Stoßfuge ohne isolierende Einlage dargestellt, wobei die Blechdicke übertrieben groß gezeichnet

ist. Die Isolation zwischen den Blechen ist durch die starken Linien dargestellt. Obzwar die Dicke aller Bleche die gleiche ist (oder wenigstens sein soll), so kann man doch nicht erwarten, daß an der Stoßfuge die Bleche und Isolierschichten genau aufeinander passen. Man wird vielmehr mit dem Umstande rechnen müssen, daß hie und da eine kleine seitliche Verschiebung zwischen den Blechen des Körpers *A* und jenen des Körpers *B* stattfindet. Wenn nun die Figur eine solche Stelle darstellt, so sieht man, daß zwischen den Blechen *a* und *b* metallische Verbindung besteht, und daß zwischen diesen Blechen ein durch die Wellenlinie angedeuteter Wirbelstrom fließen muß. Um diesem Strom den Weg abzuschneiden, müssen wir eine Schichte von isolierendem Material (Papier oder Preßspan)

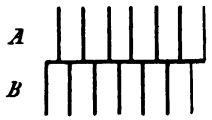


Fig. 26.

in die Stoßfuge einlegen (Fig. 26). Es ist dabei vorausgesetzt, daß durch sehr genaue Bearbeitung der Flächen eine wirkliche Berührung über ihre ganze Ausdehnung erzielt wird. Das ist jedoch bei Stücken, die aus vielen einzelnen Blechen zusammengesetzt sind, kaum zu erwarten. Es wird immer Stellen geben, an denen der Kontakt besser, und andere Stellen, an denen er schlechter ist, so daß die Gefahr der Erhitzung an den Kontaktflächen und des damit verbundenen Verlustes keine sehr große ist. Aus diesem Grunde lassen auch viele gute Fabrikanten die isolierende Zwischenlage an der Stoßfuge fort, wenn die Bleche parallel sind. Bei sich kreuzenden Blechen ist diese Zwischenlage jedoch unentbehrlich. Da nun bei Stoßfugen entweder eine isolierende Zwischenlage notwendig ist, oder, wenn sie entbehrt werden kann, dies nur deshalb zulässig ist, weil der Kontakt unvollkommen ist, so sieht man, daß in allen Fällen Stoßfugen einen gewissen zusätzlichen Widerstand in dem Kraftlinienpfade darstellen.

Verhältnisse des Eisenkörpers. Die Güte der Konstruktion hängt sehr wesentlich von dem Verhältnis zwischen den verschiedenen Dimensionen des Eisenkörpers ab. Wenn wir beispielsweise bei der Type Fig. 16 die Kerne sehr kurz machen, so müssen wir, um den nötigen Windungsraum zu erhalten, die Joche *J* lang

machen. Gleichzeitig wird die mittlere Windungslänge und mithin das Kupfergewicht vergrößert. Wir erhalten somit eine ungünstige Konstruktion. Machen wir umgekehrt die Kerne sehr lang und dünn, so wird der magnetische Pfad lang, und der Transformator braucht viel Leerlaufstrom. Wir tun also besser, die Kerndicke zu vergrößern. Allerdings darf man auch in dieser Beziehung nicht zu weit gehen, weil man sonst zu viel Eisengewicht und zu viel Hysteresisverlust bekommt. Es lassen sich für die günstigsten Verhältnisse keine bestimmten Angaben machen; man muß dieselben vielmehr von Fall zu Fall durch versuchsweises Konstruieren bestimmen, wobei der angestrebte Wirkungsgrad, die mittlere und maximale Belastung, die Eisen- und Kupferpreise etc. mit in Rechnung zu

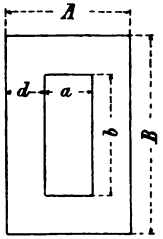


Fig. 27.

ziehen sind. Um jedoch einen Anhaltspunkt für den ersten Entwurf zu haben, kann man die in Fig. 27 angegebenen Verhältnisse annehmen. Es ist dabei vorausgesetzt, daß der Kern einen quadratischen Querschnitt hat, wobei, wenn die Verbindung von Joch und Kern durch Verzapfung geschieht, die Ecken des Quadrates noch abgeschrägt sein können. Dadurch wird die mittlere Windungslänge etwas vermindert. Wir beziehen zweckmäßig alle Dimensionen auf die Kerndicke d in Millimeter. Dann sind die übrigen Abmessungen in Millimeter durch folgende Gleichungen gegeben:

$$\begin{aligned} a &= 10 + 1{,}2\,d \\ b &= 100 + 2{,}6\,d \\ A &= 10 + 3{,}2\,d \\ B &= 100 + 4{,}6\,d. \end{aligned}$$

Bei Manteltransformatoren mit kurzen Kernen der Type Fig. 15, für welche die Bleche ohne jeden Materialverlust beim Stanzen hergestellt werden sollen, ist in Fig. 28

$$a = \frac{d}{2} \qquad b = d$$
$$A = 3\,d \qquad B = 2\,d.$$

Wenn jedoch etwas Materialverschwendung beim Stanzen zulässig ist, so kann man a nach Bedarf größer nehmen. Man kann dann auch mit ganz geringer Materialverschwendung folgende Dimensionen wählen:

$$a = 0{,}6\,d \qquad b = d$$
$$A = 3{,}2\,d \qquad B = 2{,}2\,d \quad \text{oder}$$
$$a = 0{,}7\,d \qquad b = d$$
$$A = 3{,}4\,d \qquad B = 2{,}4\,d.$$

Die Länge des Eisenkörpers senkrecht zur Ebene der Bleche gemessen kann $2\,d$ bis $4\,d$ betragen.

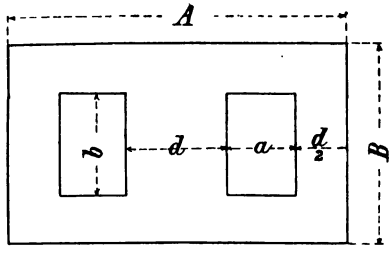


Fig. 28.

Bei Einphasen-Transformatoren der Type Fig. 16 sind die Windungen auf zwei Schenkel verteilt; bei Dreiphasen-Transformatoren der Type Fig. 19 liegen jedoch die Windungen jeder Phase auf nur einem Schenkel. Aus diesem Grunde empfiehlt es sich, für die Wickelung etwas mehr Platz zu schaffen, indem man die Schenkel länger und dünner macht. Man erhält brauchbare Dimensionen, wenn man die Breite der Fenster 1,3 bis 1,6 und ihre Höhe 4 bis 6 mal so groß macht, als die Kerndicke ist. Unter sinngemäßer Anwendung der Bezeichnung der Fig. 27 haben wir also

$$a = 1{,}3\,d \text{ bis } 1{,}6\,d$$
$$b = 4\,d \text{ bis } 6\,d.$$

Macht man $a = 1{,}5\,d$ und $b = 6\,d$, so hat man den Vorteil, daß die Jochstücke genau gleich werden den Kernstücken, so daß man genau die gleichen Bleche für Kern und Joch verwenden kann.

Wie schon oben erwähnt wurde, können Dreiphasen-Transformatoren in verschiedener Weise konstruiert werden. Die gebräuchlichsten Methoden sind:

a) Verwendung von drei Einphasen-Transformatoren;
b) drei Kerne mit gemeinsamen Jochen von ringförmiger Gestalt, Fig. 17;
c) drei Kerne mit gemeinsamen Jochen von dreieckiger Gestalt, Fig. 18;
d) drei Kerne mit gemeinsamen geraden Jochen, Fig. 19.

Die erste ist naturgemäß nicht so günstig als die andern, weil jeder der drei Transformatoren nur ein Drittel der Leistung hat. Zwischen den andern drei Konstruktionen bestehen jedoch keine sehr großen Unterschiede; d) hat den Vorteil der Einfachheit, und bei c) ist das Eisengewicht etwas geringer. Die Konstruktion b) ist

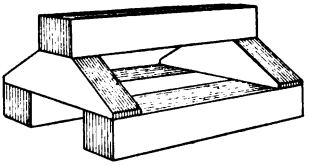


Fig. 29.

auch ziemlich einfach, hat aber den Nachteil, daß die Trennungsflächen der Bleche in Joch und Kern sich rechtwinklig kreuzen, also besondere Sorgfalt auf die Isolierung der Stoßfugen verwendet werden muß. Das gleiche gilt von einer abgeänderten Form der Type b), bei der die Jochstücke nicht kreisförmig sind, sondern, wie Fig. 29 zeigt.

Erwärmung der Transformatoren durch die Arbeitsverluste. Beim Betrieb eines Transformators wird ein gewisser Teil der gesamten, von der Primärspule aufgenommenen Arbeitsleistung in Wärme umgesetzt, welche von der Oberfläche des Apparates ausgestrahlt oder anderweitig fortgeführt werden muß. Damit nun Ausstrahlung oder Weiterleitung der Wärme eintreten kann, muß die Temperatur des Transformators höher als die des umgebenden Mittels sein. Es tritt also notwendigerweise eine Temperaturerhöhung ein, welche um so größer sein wird, je kleiner die Oberfläche des Transformators im Vergleich mit der gesamten in Wärme umgesetzten Arbeitsleistung ist. Die Temperaturerhöhung ist somit

eine Funktion von $o = \frac{O}{P_v}$, wobei O die Oberfläche und P_v den im Transformator verloren gegangenen Arbeitseffekt bedeutet. Der Charakter dieser Funktion muß durch Versuche mit ausgeführten Transformatoren bestimmt werden und hängt natürlich von der Type des untersuchten Transformators ab. Bei solchen Typen, in welchen die äußere Luft freien Zutritt zu den Spulen und Teilen des Kernes hat, ist die abkühlende Wirkung der Oberfläche größer, bei Transformatoren in Gehäusen kleiner. Es wird also die Temperaturerhöhung $T = f(o)$ im ersten Falle größer und im zweiten kleiner sein. Wird ein Gehäuse verwendet, so ist die Funktion auch verschieden, je nachdem dasselbe nur mit Luft oder mit einer isolierenden Flüssigkeit, wie z. B. Öl, gefüllt ist; denn Öl überführt die Wärme an die Wände des Gehäuses besser als Luft.

Die Anwendung von Öl als Füllmaterial zwischen dem Transformator und seinem Gehäuse hat auch noch den Vorteil, daß die Isolation besser erhalten bleibt, besonders wenn der Transformator im freien oder in einem feuchten Raume aufgestellt werden muß. Da die Belastung eines Transformators im regelmäßigen Betrieb zwischen weiten Grenzen schwankt, so ändert sich auch seine Temperatur und die Temperatur der im Gehäuse eingeschlossenen Luft. Es treten also Druckänderungen in der Luft auf, welche ein langsames Austreten der innern und Wiedereinsaugen der äußern, feuchten Luft zur Folge haben. Dadurch wird aber Feuchtigkeit nach und nach in das Gehäuse gebracht, welche mit der Zeit die Isolation schädigen kann. Bei Anwendung von Öl als Füllmaterial wird dieser Übelstand behoben. Da jedoch das Öl einen ziemlich großen Ausdehnungskoeffizienten hat, darf man das Gehäuse nicht ganz mit Öl füllen, oder man muß durch Anbringung eines Standrohres dafür sorgen, daß bei Erwärmung der innere Druck der Flüssigkeit nicht so ansteigen kann, daß das Gehäuse gesprengt wird.

Die im Transformator erzeugte Wärme rührt von drei Ursachen her: Erstens von den Eisenverlusten, zweitens von der Stromwärme infolge des ohmischen Widerstandes der Spulen und drittens von der durch Wirbelströme in dem Gehäuse oder andern metallischen Teilen des Apparates erzeugten Wärme. Der Eisenverlust hängt nur von der Induktion und Periodenzahl, nicht aber von der Leistung des Transformators ab. Die dadurch erzeugte Wärme ist also bei

konstanter Spannung und Periodenzahl auch konstant. Die Stromwärme wird lediglich in den Spulen erzeugt und ändert sich mit dem Quadrate der Leistung. Die durch Wirbelströme erzeugte Wärme kann sowohl in den Spulen als auch in andern benachbarten Metallteilen auftreten, besonders wenn die geometrische Anordnung der Spulen derart ist, daß bedeutende magnetische Streuung stattfindet. Es ist jedoch immer möglich und für den praktischen Gebrauch auch in den meisten Fällen notwendig, den Transformator so zu konstruieren, daß erhebliche Streuung überhaupt nicht eintritt. Dann kann die Wirbelstromwärme, als nur unbedeutend, ganz vernachlässigt werden.

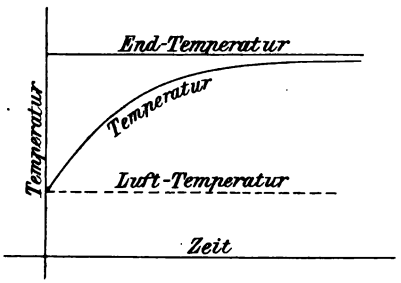


Fig. 30.

Wir haben also lediglich Eisenverlust durch Hysteresis und Wirbelströme in den Blechen und Stromwärme zu betrachten. Der Eisenverlust kann bei Leerlauf durch Einschaltnng eines Wattmeters in den primären Stromkreis bestimmt werden. Der Verlust durch Stromwärme kann aus den Widerständen der Spulen und den Strömen bei Vollbelastung berechnet werden. Wir finden so den Gesamtverlust. Um nun die entsprechende Temperaturerhöhung zu finden, müssen wir den Transformator dauernd unter voller Belastung betreiben und seine Temperatur von Zeit zu Zeit messen. Dabei empfiehlt es sich, ein Weingeist- und nicht ein Quecksilberthermometer zu verwenden, weil, im Falle etwas Streuung vorhanden sein sollte, im Quecksilber selbst Wirbelströme auftreten könnten, welche zu einer zu hohen Temperaturangabe führen würden. Wenn man nun die Temperatur als Funktion der Zeit graphisch aufträgt, so erhält man eine Kurve (Fig. 30), welche anfänglich rasch ansteigt und sich allmählich einer horizontalen Asymptote nähert. Die Ordinate dieser Asymptote ist die Temperatur bei Dauerbetrieb. Nun

wird die endgültige Temperatur selbst bei kleinen Transformatoren erst nach mehreren Stunden und bei großen Transformatoren von hohem Wirkungsgrad sogar erst nach Tagen erreicht; ein derartig ausgeführter Versuch würde also wegen der Notwendigkeit, eine große Betriebskraft während einer langen Zeit zu verwenden, sehr kostspielig werden. Diesen Übelstand kann man dadurch umgehen, daß man den Transformator überhaupt nicht mit Vollbelastung, sondern bei Leerlauf betreibt und ihm elektrisch genau so viel Leistung zuführt, als dem gesamten Verlust bei Vollbelastung entspricht. Wird diese Leistung in Form eines Wechselstromes zugeführt, so wird die Erzeugung der Wärme auf das Eisen beschränkt, denn die geringe Wärme des Leerlaufstromes kommt gar nicht in Betracht. Diese Versuchsmethode stellt also nicht genau das vor, was dem wirklichen Betrieb unter Belastung entspricht, indem in letzterem Falle im Eisen sowohl als auch in den Spulen Wärme frei wird. Wird nun andererseits ein Gleichstrom durch die Hochspannungsspule geschickt, so kann dessen Stärke auch so reguliert werden, daß der Energieverlust dem Gesamtverlust bei Vollbelastung entspricht, aber dann wird die Wärme nur in dieser Spule und nicht im Eisen frei. Es entspricht also diese Versuchsmethode auch nicht der Wirklichkeit. Eine Kombination beider Methoden gibt jedoch eine genügende Annäherung an die wirklichen Betriebsverhältnisse. Wir können dabei abwechselnd die primäre Spule durch Gleichstrom und das Eisen durch einen in die sekundäre Spule geleiteten Wechselstrom heizen. Es ist dabei am bequemsten, wenn man tagsüber den Wechselstrom und während der Nacht den Gleichstrom benutzt, weil letzterer von einer Akkumulatorenbatterie geliefert werden kann, welche keine Bedienung gebraucht.

Eine andere und ganz einwandsfreie Methode, die Erwärmung zu bestimmen, ist im Abschnitt „Prüfung von Transformatoren“ angegeben. Dabei werden die gleichen Transformatoren *D* und *B* so geschaltet, daß beide vollbelastet arbeiten, während der kleine Transformator *C* nur die verlorene Leistung, also nur wenige Prozente der Leistung jedes großen Transformators zuzuführen braucht. Die großen Transformatoren können übrigens zur Abkürzung der Versuchsdauer zuerst in einem Trockenofen, der ja doch in elektrotechnischen Fabriken immer vorhanden ist, angewärmt werden.

Versuchsergebnisse. Ich habe über die Erwärmung von Transformatoren ausgedehnte Versuche angestellt, und zwar bei verschie-

denen Belastungen, um die Abhängigkeit zwischen der Temperaturerhöhung und Abkühlungsfläche per Watt Verlust festzustellen. Diese Versuche wurden sämtlich mit Transformatoren angestellt, welche in gußeiserne Gehäuse eingesetzt waren, und zwar sowohl mit als auch ohne Öl als Füllmaterial. Die Resultate sind in den beiden Kurven Fig. 31 dargestellt. Die Gehäuse standen auf einem zementierten Boden in einem großen gedeckten Raume, so daß die Luft

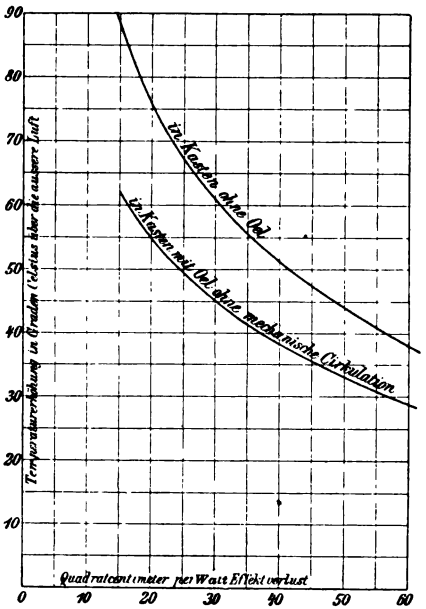


Fig. 31.

von allen Seiten Zutritt hatte, und Wärme auch in den Boden abfließen konnte. Bei Aufstellung im Freien würde die Temperaturerhöhung etwas kleiner, und bei Aufstellung in beengten Räumen würde sie etwas größer ausfallen, als die Kurven angeben. Bei Ölfüllung wurden keine mechanischen Mittel zur Zirkulation gebraucht.

Bei Verwendung dieser Kurven zur Beurteilung von verschiedenen Konstruktionen darf man nicht vergessen, daß die angegebenen Werte für Dauerbetrieb bei Vollbelastung gelten. Nun sind die meisten Transformatoren, besonders jene für Beleuchtungszwecke, wohl dauernd im Betrieb, aber nicht immer voll belastet. Diesem

Umstande kann Rechnung getragen werden, indem man entweder den Verlust für die verschiedenen Tageszeiten durch Rechnung bestimmt und so einen Mittelwert für P_v findet, welcher, in die Formel $o = O : P_v$ eingesetzt, die Abszisse zur Temperaturkurve darstellt, oder die Erwärmungs- und Abkühlungskurven für die Belastungs- und Leerperioden besonders bestimmt, wie auf Seite 58 gezeigt ist.

Theorie der Erwärmung. Es ist von Interesse, die Vorgänge bei der Erwärmung eines Transformators theoretisch zu verfolgen. Die dabei gewonnenen Gesichtspunkte gelten natürlich auch für andere, durch den Strom erwärmte Körper. Wir werden sie bei Erörterung der Frage anwenden, ob Sicherungen das Durchschlagen von durch Transformatoren gespeisten Kabeln verhindern können. Eine Abführung von Wärme kann nur eintreten, wenn die Temperatur des Körpers höher als jene des umgebenden Mediums (bei Transformatoren Luft oder Öl) ist. Die in der Zeiteinheit abgeführte Wärmemenge kann mit für unsern Zweck genügender Genauigkeit dem Temperaturunterschied proportional gesetzt werden. Die Abfuhr selbst erfolgt in zweifacher Weise, nämlich durch Strahlung und durch Konvektion, d. h. Übertragung von Teilchen zu Teilchen. Die erstere Wirkung steigt proportional mit dem Temperaturunterschied y zwischen Körper und Medium; die letztere etwas rascher, weil die Zirkulation des Mediums bei größerem Temperaturunterschied lebhafter wird, also die Übertragung der Wärme von Teilchen zu Teilchen durch das Vorbeistreichen des Mediums an dem erwärmten Körper begünstigt wird.

Ist y der Temperaturunterschied, O die erwärmte Oberfläche und P die in Wärme umgesetzte Leistung in Watt, so können wir setzen

$$P = k\,O\,y,$$

wobei k einen Koeffizienten bedeutet, der mit y wächst. Für eine einfache mathematische Behandlung ist es jedoch nötig, k als konstant anzunehmen, und wir müssen deshalb zunächst untersuchen, ob der dadurch eingeführte Fehler sehr groß ist. Das kann mit Hilfe der Versuchsergebnisse, wie sie in Fig. 31 dargestellt sind, geschehen.

Setzen wir

$$o = \frac{O}{P},$$

so ist

$$1 = k\,o\,y.$$

Wäre nun k absolut konstant, so würden die in Fig. 31 dargestellten Kurven sich bei entsprechender Wahl des Maßstabes als gleichseitige Hyperbeln darstellen. Das ist jedoch nicht der Fall. Die Abweichung ist nicht unbedeutend, wie man sofort sieht, wenn man k aus den Kurven berechnet. So ist z. B. für einen Transformator ohne Ölkühlung

$o =$	60	40	20
$T =$	38	52	75
$k =$	0,00044	0,00048	0,00067.

Die Abweichung ist besonders für höhere Werte von y bedeutend. Da man aber bei Transformatoren selten eine größere Temperaturerhöhung als 60° bis höchstens 65° C. zulassen wird und innerhalb dieser Grenze die Abweichung nicht übermäßig groß ist, so können wir ohne allzu großen Fehler k als konstant annehmen.

Unter dieser Voraussetzung können wir folgende Wärmebilanz aufstellen: Die in der Zeit dx zugeführte Wärme, ausgedrückt in Arbeitseinheiten (Volt-Ampere-Sekunden), wird verwendet:

1. zur Erhöhung der Temperatur des Körpers von y auf $y + dy$ Grade Celsius;
2. zur Deckung der abgeführten Wärme $k\,O\,y\,dx$.

Ist das Gewicht von Kupfer G_k und Eisen G_e bekannt, so läßt sich die zur Temperaturerhöhung nötige Wärme und die entsprechende elektrische Arbeit leicht berechnen. Die spezifische Wärme ist für Eisen 0,11 und für Kupfer 0,093. Die der Temperaturerhöhung dy entsprechende Wärmemenge ist mithin

$$(0{,}11\,G_e + 0{,}093\,G_k)\,dy.$$

Die entsprechende Arbeit in Watt-Sekunden ist

$$4160\,(0{,}11\,G_e + 0{,}093\,G_k)\,dy = c\,dy,$$

wobei c eine Konstante ist und für jeden Transformator berechnet werden kann aus

$$c = 4160\,(0{,}11\,G_e + 0{,}093\,G_k).$$

Um die Wärmebilanz aufstellen zu können, muß auch die abgeführte Wärme in demselben Maß, d. h. in Watt-Sekunden, und die verlorene Leistung in Watt ausgedrückt werden. Das gibt

$$P\,dx - c\,dy - b\,y\,dx = 0,$$

wobei

$$b = k\,O.$$

Die Gleichung der Wärmebilanz kann auch folgenderweise geschrieben werden

$$(P - by)\,dx - c\,dy = 0,$$

$$\left(y - \frac{P}{b}\right)dx + \frac{c}{b}\,dy = 0,$$

$$dx = -\frac{c}{b}\,\frac{dy}{\left(y - \frac{P}{b}\right)},$$

$$x = -\frac{c}{b}\ln\left(y - \frac{P}{b}\right) + C,$$

wobei C die Integrationskonstante bedeutet.

Im Anfang ist $x = 0$ und $y = 0$. Wir haben also

$$0 = -\frac{c}{b}\ln\left(-\frac{P}{b}\right) + C.$$

Aus beiden Gleichungen bilden wir

$$x = -\frac{c}{b}\ln\left(\frac{y - \frac{P}{b}}{-\frac{P}{b}}\right),$$

$$x = -\frac{c}{b}\ln\left(1 - \frac{b}{P}y\right),$$

$$x = -\frac{c}{k\,O}\ln(1 - k\,o\,y).$$

Oder, bei Anwendung gemeiner Logarithmen,

$$x = -\frac{2{,}3\,c}{k\,O}\log(1 - k\,o\,y) \quad \ldots\ldots\ 11)$$

$$x = -\frac{2{,}3\,c}{k\,O}\log\left(\frac{T - y}{T}\right).$$

Die Endtemperatur $y = T$ wird, streng genommen, erst nach unendlich langer Zeit erreicht. Sie ist

$$T = \frac{1}{k\,o}.$$

Wenn wir uns jedoch begnügen, mit einem Annäherungswerte von 99 % der wahren Endtemperatur, d. h. in ihrer Bestimmung eine Ungenauigkeit von 1 % zulassen, so wird die Klammergröße 0,01, und der Logarithmus ist — 2. Es ist also die Zeit zur Er-

reichung des Dauerzustandes in bezug auf Erwärmung gegeben durch die Formel

$$t = 4{,}6 \frac{c}{k\,O} \text{ Sekunden} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 12)$$

Es ist zu beachten, daß die Zeit unabhängig von der Belastung ist. Ob der Transformator gar nicht, wenig oder voll belastet ist, die Zeit, in welcher er die Endtemperatur erreicht, ist immer dieselbe; die Endtemperatur selbst ist aber von der Belastung abhängig. Wir haben bisher nur von der Erwärmung des Transformators gesprochen und gefunden, daß die Beziehung zwischen Temperatur und Zeit durch eine logarithmische Kurve dargestellt wird; es ist aber ohne weiteres klar, daß auch bei Abkühlung eine ähnliche Beziehung herrschen muß. In diesem Falle ist $d\eta$ negativ, und die Differentialgleichung der Wärmebilanz lautet:

$$P_1\,d\,x - c\,d\eta - k\,O\,y\,dx = 0,$$

wobei P_1 jene Leistung ist, welche während der Abkühlungsperiode dem Transformator elektrisch zugeführt wird. Natürlich muß

$$P_1 < P.$$

Die Lösung der Differentialgleichung ist dieselbe wie früher, nur sind die Grenzen entsprechend zu ändern. Bezeichnet T_1 die der verlorenen Leistung P_1 entsprechende Endtemperatur, T die Anfangstemperatur und x die Zeit in Sekunden, welche der Temperatur y entspricht, so haben wir die Beziehung

$$x = -\frac{c}{k\,O} \ln \left\{\frac{y - T_1}{T - T_1}\right\} = -\frac{2{,}3\,c}{k\,O} \log \left\{\frac{y - T_1}{T - T_1}\right\}.$$

Auch in diesem Falle wird die Endtemperatur $y = T_1$, streng genommen, erst nach unendlich langer Zeit erreicht; wenn wir uns aber wieder mit einem Näherungswerte von 99 % begnügen, also

$$\frac{y - T_1}{T - T_1} = 0{,}01$$

setzen, so ist die Abkühlungszeit

$$t = 4{,}6 \frac{c}{k\,O} \text{ Sekunden}.$$

Die Zeiten für Erwärmung und Abkühlung sind also genau gleich.

Der Faktor 4,6 ist ziemlich willkürlich; er hängt von der Genauigkeit ab, die wir bei Angabe der Endtemperatur verlangen. Soll der Fehler kleiner als 1 % sein, so würde der Faktor größer werden und umgekehrt.

Das Gesetz betreffend Erwärmung und Abkühlung findet praktische Anwendung in jenen Fällen, wo der Transformator nur zeitweise belastet ist. Wenn die Belastungszeit erheblich kürzer ist als die zur Erreichung der Endtemperatur nötige Zeit, so ist es offenbar zulässig, den Transformator zu überlasten. Wie groß die Überlastung sein darf, hängt natürlich von dem Verhältnis der Arbeitszeiten und Ruhepausen und von ihrer Länge ab. Bei raschem Wechsel (beispielsweise Kranbetrieb) kann man, wie schon auf Seite 54 vermerkt, das zeitliche Mittel der in Wärme umgesetzten Leistung der Berechnung zugrunde legen. Bei längeren Zeitabschnitten muß man jedoch Erwärmung und Abkühlung gesondert behandeln, wie an einem Beispiel hier erläutert werden möge. Ein 100 KW Beleuchtungstransformator sei täglich 6 Stunden voll und die übrigen 18 Stunden so wenig belastet, daß während dieser Zeit die Kupferwärme vernachlässigt werden kann. Bei 10 KW durchgehender Belastung ist die Kupferwärme nur 15 Watt, also tatsächlich zu vernachlässigen. Die Verluste in Eisen und Kupfer seien je $1^1/_2\,\%$. Der Gesamtverlust ist also bei Vollbelastung, d. h. während der Erwärmungsperiode, 3000 Watt und während der Abkühlungsperiode 1500 Watt. Bei einer Abkühlungsfläche von 60 000 qcm und schwachem Gebläse ist

$$\frac{1}{K} = 1000$$

und die Endtemperatur 50^0 höher als die der umgebenden Luft. Die Erwärmungszeit berechnet sich aus Gleichung 12) zu

$$t = 21 \text{ Stunden.}$$

Gleichung 11) kann offenbar auch in folgender Form geschrieben werden

$$x = \frac{t}{2} \log \frac{T}{T-y} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 11a)$$

$$x = \frac{t}{2} \log \frac{100}{100-p},$$

wenn wir mit p den Prozentsatz bezeichnen, der die augenblickliche Temperatur y im Vergleich zur Endtemperatur T angibt.

In Fig. 32 ist die Kurve für $t = 21$ Stunden und $T = 50^0$ durch die stark gezogene Linie dargestellt. Die Abkühlungslinie bei angeschlossenem, aber elektrisch beinahe unbelastetem Transformator ist dünn gezogen und jene für den ganz ausgeschalteten

Transformator ist gestrichelt. Die Endtemperaturen sind in diesen beiden Fällen 25 bezw. 0 Grad über Lufttemperatur. Natürlich muß das Gebläse auch bei dem ganz abgeschalteten Transformator in Wirksamkeit bleiben.

Wir haben vorausgesetzt, daß der Transformator bei 3000 Watt Verlust während 6 Stunden und bei 1500 Watt Verlust während 18 Stunden täglich im Betrieb ist. Es ist nun leicht, aus den stark und schwach gezogenen Kurven die Grenzen für die Temperaturerhöhung zu bestimmen. Nehmen wir vorläufig an, daß die Temperaturerhöhung am Anfang der Belastungsperiode 25° beträgt, dann

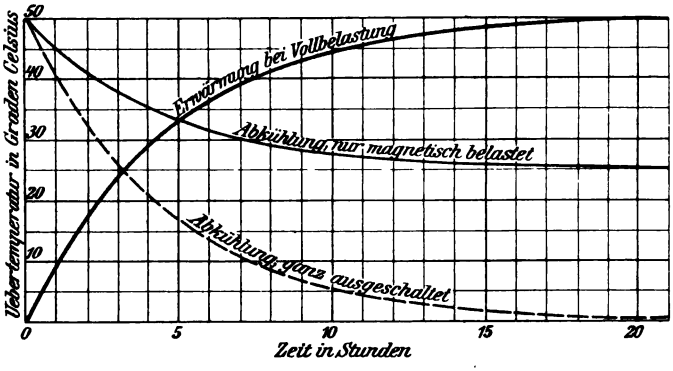


Fig. 32.

ist sie, wie die stark gezogene Kurve zeigt, am Ende dieser Periode 43,5°. Die Abkühlung beginnt also bei 43,5°, welcher Temperatur in der dünn gezogenen Kurve die Abszisse 1,4 Stunden entspricht. Die Temperatur am Ende der 18 Stunden ist also durch die zu $x = 19{,}4$ gehörige Ordinate gegeben. Ihr Wert ist 25,5°. Die Temperatur am Anfang der Erwärmungsperiode ist also nicht 25°, wie früher angenommen, sondern 25,5°, und die Endtemperatur ist rund 44°. Da nun 50° zugelassen ist, so können wir den Transformator stärker belasten. Das Maß der Überlastung finden wir durch folgende Überlegung. P und T sind proportional. Bei $P = 3000$ ist $T = 44$. Der zulässige Verlust ist also

$$P' = 3000 \cdot \frac{50}{44}$$

$$P' = 3400 \text{ Watt.}$$

Da die Eisenwärme, die 1500 Watt beträgt, von der Belastung unabhängig ist, kann die Kupferwärme 1900 Watt betragen, die Leistung also im Verhältnis von $1 : \sqrt{\frac{1900}{1500}} = 1 : 1{,}125$ gesteigert werden. Der Transformator kann also mit 112 KW belastet werden, oder ein normal 90 KW-Transformator reicht für den intermittierenden Betrieb mit 100 KW Belastung aus.

Die Ersparnis wird noch größer, wenn wir den Transformator während der 18 Stunden ganz abschalten. Man findet aus den stark gezogenen und gestrichelten Kurven, daß der 100 KW-Transformator am Ende der Belastungsperiode eine Temperaturerhöhung von nur 38^0 erreicht, er könnte also so weit überlastet werden, daß

$$P' = 3000 \cdot \frac{50}{38}$$

$$P' = 3950$$

wird. Die Kupferwärme darf also 2450 Watt betragen. Die entsprechende Belastung ist

$$100 \sqrt{\frac{2450}{1500}} = 127 \text{ KW}.$$

Wir würden also mit einem normal 80 KW-Transformator auskommen. Allerdings müßte dann neben dem 80 KW-Transformator noch ein 10 KW-Transformator vorgesehen werden, auf den während der 18 Stunden umgeschaltet wird. Diese Anordnung wird zwar nicht billiger in den Anlagekosten, hat aber den Vorteil, daß die Verluste durch Eisenwärme geringer werden, der jährliche Wirkungsgrad also erheblich verbessert wird.

Es ist interessant, zu untersuchen, welchen Einfluß die Größe des Transformators auf die Erwärmungszeit hat.

Denken wir uns nun zwei Transformatoren gleicher Bauart, aber verschiedener Größe, derart, daß die linearen Dimensionen des einen das m-fache jener des andern sind. Da k für beide Transformatoren gleich ist, c mit der dritten und O mit der zweiten Potenz variiert, so ist das Verhältnis der Zeiten, in welchen die Transformatoren bei Dauerbelastung ihre Maximaltemperatur erreichen, gegeben durch

$$\frac{t_2}{t_1} = m,$$

wobei t_1 sich auf den kleineren und t_2 auf den m-mal größeren Transformator bezieht. Wir finden somit, daß die Maximaltemperatur desto später erreicht wird, je größer der Transformator ist. Wie hoch diese Temperatur ist, hängt natürlich von dem Verhältnis $O/P = o$ ab. Bezeichnet T_1 die Temperatur des kleinen und T_2 jene des m-mal größeren Transformators, so ist bei gleicher Kühlmethode (k für beide gleich)

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{o_1}{o_2}.$$

Nun ist $O_2 = m^2 O_1$ und bei gleicher Beanspruchung des Materials $P_2 = m^3 P_1$, so daß

$$\frac{O_2}{P_2} = \frac{O_1}{P_1}\,\frac{1}{m} \quad \text{oder} \quad \frac{o_1}{o_2} = m.$$

$$\frac{T_2}{T_1} = m.$$

Ist also in beiden Transformatoren die Kühlmethode dieselbe, und wird im größeren dieselbe magnetische Beanspruchung des Eisens und dieselbe Stromdichte im Kupfer zugelassen, so ist die Endtemperatur des großen Transformators m-mal jene des kleinen, während die Zeit, in der diese Temperatur erreicht wird, auch m-mal so groß ist. Um im großen Transformator keine höhere Endtemperatur zu haben als im kleinen, muß offenbar

$$k_1 o_1 = k_2 o_2,$$

$$k_1 \frac{O_1}{P_1} = k_2 \frac{O_2}{P_2},$$

$$k_1 \frac{O_1}{P_1} = k_2 \frac{O_1 m^2}{P_2},$$

$$\frac{k_1}{P_1} = m^2 \frac{k_2}{P_2}.$$

Bei gleicher Beanspruchung des Materials ist $P_2 = m^3 P_1$, also

$$k_1 = \frac{k_2}{m}.$$

Das heißt, es muß die Wirksamkeit der Kühlmethode im größeren Transformator in solchem Maße gesteigert werden, daß die von der Flächeneinheit abgeführte Wärmemenge das m-fache des

entsprechenden Wertes im kleinen Transformator beträgt. Das kann durch Einblasen von Luft, Ölfüllung, mechanische Zirkulation des Öles oder Kühlung desselben durch Kühlschlangen geschehen. Reichen diese Mittel nicht mehr aus, so muß man durch Anbringung von Kanälen im Eisenkörper und Trennungsschichten zwischen den Windungen dafür sorgen, daß die dem kühlenden Medium ausgesetzte Oberfläche um mehr als das m^2-fache vergrößert wird; oder man muß die Bedingung

$$k_2 = \frac{k_1}{m^2} \frac{P_2}{P_1}$$

dadurch erfüllen, daß man $P_2 < m^3 P_1$ macht, das heißt die Beanspruchung des Materials im großen Transformator niedriger hält als im kleinen.

Die obigen Überlegungen können in folgenden Sätzen zusammengefaßt werden:

Bei gleicher Kühlmethode und gleicher Beanspruchung des Materials ist die Endtemperatur den linearen Dimensionen proportional.

Für gleiche Endtemperatur muß die Wirksamkeit der Kühlmethode im Verhältnis der linearen Dimensionen gesteigert werden oder die Beanspruchung des Materials entsprechend vermindert werden.

Die Zeit, in welcher die Endtemperatur erreicht wird, wächst proportional mit den linearen Dimensionen und nimmt mit steigender Wirksamkeit der Kühlmethode ab.

Beispiel. Für einen gegebenen Transformator sei bei 11 KW Belastung $P = 333$, $O = 12000$, $o = 36$ und $k = 0{,}000515$, wenn der Transformator in einem Kasten ohne Öl steht. Aus

$$1 = k\, o\, T$$

finden wir die Endtemperaturerhöhung

$$T = 54^\circ \text{ C}.$$

Um die Zeit zu finden, nach der diese Temperatur erreicht wird, müssen wir zunächst c bestimmen. Es ist

$$c = 4160\,(0{,}11\, G_e + 0{,}093\, G_k).$$

Das Eisengewicht sei $G_e = 179$ kg . . .	$0{,}11\, G_e$	$= 19{,}7$
Das Kupfergewicht sei $G_k = 111{,}5$ kg . .	$0{,}093\, G_k$	$= 10{,}3$
		30

$$c = 30 \times 4160 = 124800$$

$$t = \frac{4{,}6 \times 124800}{0{,}000515 \times 12000} = 93000 \text{ Sekunden} = 26 \text{ Stunden.}$$

Stellen wir nun den Transformator in Öl und belasten ihn wieder mit 11 KW, so wird er die Endtemperatur (die natürlich geringer ist) früher erreichen. Die Kühlmethode ist durch die Beigabe des Öles wirksamer geworden, d. h. k ist gestiegen. Wie man aus der untern Kurve Fig. 31 entnehmen kann, ist jetzt $k = 0{,}00067$. Die Endtemperatur beträgt jetzt 41° C., und sie wird in

$$26 \times \frac{515}{670} = 20 \text{ Stunden}$$

erreicht.

Denken wir uns nun die linearen Dimensionen dieses Transformators verdoppelt und zunächst die Kühlmethode nicht verbessert. Da P nunmehr den achtfachen, O aber nur den vierfachen Wert annimmt, und k gleich geblieben ist, wird t den doppelten Wert haben. Der Transformator wird 40 Stunden brauchen, um seine Endtemperatur (streng genommen 99% derselben) zu erreichen. Diese würde jedoch 82° C. betragen. Das ist zu viel. Um sie zu vermindern, müssen wir die Kühlmethode verbessern, etwa durch Einbau einer Kühlschlange und Durchleiten von kaltem Wasser oder durch Anordnung von Zirkulationskanälen innerhalb und Kühlrippen außerhalb des Gehäuses. Wir wollen annehmen, daß es uns in dieser Art gelungen ist, die Endtemperatur auf 65° C. zu begrenzen, dann würde diese Kühlmethode einem k von

$$0{,}00067 \times \frac{82}{65} = 0{,}000845$$

entsprechen; und die Zeit, nach welcher die Endtemperatur von 65° C. über jene der umgebenden Luft (also eine wirkliche Temperatur von rund 80° C.) erreicht wird, würde nicht mehr 40 Stunden, sondern nur

$$40 \times \frac{65}{82} = 31{,}6 \text{ oder rund } 32 \text{ Stunden}$$

betragen.

Wie später gezeigt wird, wächst bei gleicher Beanspruchung des Materials die Leistung des Transformators ungefähr mit der vierten Potenz der linearen Dimensionen. Der große Transformator würde also rund 16-mal so viel leisten als der kleine, d. h. 166 KW.

Die Gesamtverluste sind 8-mal so groß, also rund 2,7 KW oder 1,64 % der Leistung. Dieses günstige Ergebnis ist aber nur möglich unter der Voraussetzung, daß es wirklich gelingt, die Kühlmethode so zu verbessern, daß die Erwärmung die angegebene Grenze von 65° C. nicht übersteigt. Gelingt das nicht, so ist die Beanspruchung des Materials entsprechend zu vermindern. Natürlich wird dadurch auch die Leistung vermindert. Wir haben in diesen Ausführungen hauptsächlich den Einfluß der linearen Dimensionen auf die Erwärmung und die dazu nötige Zeit betrachtet und dabei ihren Einfluß auf die Leistung nur nebenher gestreift. Wir gehen nun dazu über, diesen Gegenstand etwas genauer zu untersuchen.

Einfluß der linearen Dimensionen. Die meisten Maschinen und mechanischen Apparate gestalten sich in bezug auf Materialausnutzung und Wirkungsgrad günstiger, wenn sie in größerem Maßstabe ausgeführt werden, und es steht deshalb zu erwarten, daß auch große Transformatoren im Verhältnis zur Leistung leichter sein und einen besseren Wirkungsgrad haben werden als kleine. Innerhalb gewisser Grenzen ist das auch der Fall. Ein 10 KW-Transformator hat jedenfalls ein kleineres als das 10-fache Gewicht von einem 1 KW-Transformator, und sein Wirkungsgrad ist auch besser. Wenn wir jedoch einen 100 KW- und einen 10 KW-Transformator miteinander vergleichen, so tritt der Vorzug des größeren Apparates nicht mehr so auffallend hervor; ja er kann sogar ganz verschwinden. Der Grund dafür liegt in dem Umstande, daß der größere Apparat wegen seiner im Verhältnis zu seinem Volumen kleineren Abkühlungsfläche nicht so stark belastet werden kann als der kleinere, wenn die pro Oberflächeneinheit abgegebene Wärmemenge die gleiche bleiben soll. Solange nun der kleinere von den beiden zu vergleichenden Transformatoren so geringe lineare Dimensionen hat, daß seine abkühlende Oberfläche im Vergleich zu seiner Leistung sehr reichlich ist, kann man beim größeren Transformator eine größere Erwärmung zulassen und erzielt durch die Vergrößerung der linearen Dimensionen einen erheblichen Vorteil; wenn jedoch der kleinere Apparat solche Dimensionen hat, daß er schon selbst nahe an der Grenze der zulässigen Erhitzung steht, darf diese Grenze beim größeren Apparat auch nicht überschritten werden, und es bietet dann die Vergrößerung der linearen Dimensionen nicht mehr denselben und unter Umständen sogar keinen Vorteil in bezug auf Materialausnützung.

Ein Beispiel möge dies erläutern. Wir nehmen an, daß der kleine Apparat für eine Leistung von 10 KW gebaut sei und bei Vollbelastung einen Verlust von 400 Watt aufweist, der, wie folgt, verteilt ist: Hysteresis 200 Watt; Kupferwärme 100 Watt in jedem Stromkreis. Die ganze Abkühlungsfläche sei 16 000 qcm, also 40 qcm pro Watt, was bei Dauerbetrieb einer Temperaturzunahme von etwa 50° C. über die Lufttemperatur entspricht. Die Induktion im Eisen sei $B = 5000$. Nun vergrößern wir die linearen Dimensionen des Eisenkernes auf das Doppelte. Bei gleicher magnetischer Beanspruchung würde also der gesamte magnetische Fluß das Vierfache ausmachen, und um die gleichen elektromotorischen Kräfte zu erhalten, brauchen wir nur den vierten Teil der Windungen in jeder Spule. Der Windungsraum ist dabei der vierfache; es kann also jeder einzelne Draht mit seiner Isolation den 16-fachen Raum einnehmen. Da nun die Isolation nicht ganz in dem Verhältnisse verstärkt zu werden braucht als der Draht selbst, und da man in der Hochspannungsspule rechteckigen anstatt runden Draht verwenden kann, so wird der Querschnitt der Drähte selbst etwas mehr wie das 16-fache betragen. Wir wollen der Einfachheit halber auf diesen Umstand vorläufig nicht Rücksicht nehmen, aber beachten, daß das so erhaltene theoretische Ergebnis für den großen Transformator nicht ganz so günstig ausfällt, als der Wirklichkeit entspricht.

Betrachten wir zunächst die Niederspannungswickelung. Die Länge jeder Wickelung ist auf das Doppelte gestiegen; dabei haben wir jedoch nur ein Viertel der Windungen. Die Gesamtlänge ist also nunmehr auf die Hälfte gesunken. Wenn der gleiche Draht verwendet würde, so wäre der Widerstand also die Hälfte. Nehmen wir an, der kleine Transformator gibt 100 Ampere bei 100 Volt. Die Kupferwärme von 1 % = 100 Watt würde also einem Widerstand von 0,01 Ohm entsprechen. Der große Transformator, mit dem gleichen Draht bewickelt, würde mithin in seiner Niederspannungsspule einen Widerstand von 0,005 Ohm haben. Da jedoch der Draht den 16-fachen Querschnitt hat, so ist sein Widerstand $\frac{0{,}005}{16}$ Ohm. Wenn wir zunächst annehmen, daß der Draht gleich beansprucht wird, so würde die sekundäre Stromstärke 1600 Ampere betragen, der Spannungsverlust also 0,5 Volt sein, das heißt nur mehr ein halbes Prozent. Die gleiche Ausführung gilt für die Hoch-

spannungsspule, so daß die ganze Kupferwärme nur mehr 1 % der Gesamtleistung von 160 KW, also 1600 Watt ausmacht. Der Eisenverlust ist im Verhältnis mit dem Gewicht auf das Achtfache angewachsen, beträgt somit auch 1600 Watt. Wir haben also im großen Transformator die gesamten Verluste gleich 3200 Watt und die Leistung gleich 160 KW. Die Gesamtverluste machen daher nur 2 % der Leistung aus, gegenüber 4 % im kleinen Transformator. In dieser Beziehung ist der große Transformator bedeutend besser als der kleine, es ist jedoch nicht immer möglich, die Leistungsfähigkeit bei diesem Wirkungsgrad voll auszunützen, weil sich sonst der Apparat zu sehr erhitzen würde. Die Ausnützung kann allerdings durch Anwendung von besonderen Kühlvorrichtungen möglich gemacht werden. Wir sehen jedoch von diesen vorerst ab. Wir haben angenommen, daß der kleine Transformator eine Abkühlungsfläche von 16 000 qcm hat, also 40 qcm per Watt Verlust bei Dauerbetrieb. Die Temperaturerhöhung war dabei etwa 50° C. Der große Transformator hat die vierfache Abkühlungsfläche und einen achtmal so großen Verlust; seine Abkühlungsfläche ist also nicht mehr 40, sondern nur 20 qcm pro Watt Verlust, was bei Dauerbetrieb eine Temperaturerhöhung von 76° C. herbeiführen würde. Eine solche Erhitzung ist unzulässig, und um sie zu vermeiden, gibt es zwei Mittel. Wir können entweder das Gehäuse des Transformators mit Öl füllen, wodurch eine bessere Abführung der Wärme vom Transformator an die Wände seines Gehäuses erzielt wird, und die Temperaturerhöhung bei Dauerbetrieb auf etwa 55° C. vermindert würde, was noch zulässig ist; oder wir können mechanisch Luft einblasen und so die Kühlung wirksamer machen; oder wir müssen, wenn wir keines dieser Mittel verwenden wollen, die Belastung so weit vermindern, daß die Gesamtverluste nicht mehr als 1600 Watt betragen, wobei die Abkühlungsfläche pro Watt Verlust auf das im kleinen Transformator gegebene Maß von 40 qcm pro Watt steigt. Um den Vergleich der beiden Transformatoren auf derselben Grundlage durchzuführen, müssen wir das letztere Mittel wählen und jetzt untersuchen, um wieviel die Leistung zu verringern ist, damit die Gesamtverluste halbiert werden. Wir hatten einen Eisenverlust von 1600 Watt bei $B = 5000$. Aus den Kurven Fig. 9 finden wir, daß bei $\nu = 50$ jedes Kilogramm Eisen 1,08 Watt verbraucht. Um den halben Verlust zu haben, müssen wir auf den Kurven jenen Punkt aufsuchen, für welchen der Verlust pro kg nur

0,54 Watt ist. Das ist der Fall für $B = 3350$. Um mit dieser Induktion zu arbeiten, müssen wir entweder die Spannung vermindern oder die Windungszahl erhöhen. Wir würden also, wenn wir an der Wickelung nichts ändern, jetzt nicht mehr 100 Volt in der Sekundärspule erhalten, sondern nur $100 \times \frac{3350}{5000} = 67$ Volt, dafür aber den Eisenverlust auf die Hälfte reduziert haben. Um die Kupferwärme WJ^2 auch auf die Hälfte zu reduzieren, muß das Quadrat der Stromstärke auf die Hälfte, die Stromstärke selbst also im Verhältnis $\sqrt{2} : 1$ reduziert werden, was in unserem Falle $1600 : \sqrt{2} = 1135$ gibt. Die Leistung des Transformators ist also jetzt nicht mehr 160 KW, sondern bloß $67 \times 1135 = 76{,}5$ KW. In Wirklichkeit wird allerdings die Leistung etwas größer ausfallen, weil, wie schon oben erwähnt, das Verhältnis des durch die Isolation verlorenen zu dem mit Kupfer wirklich ausgefüllten Wickelungsraume sich im größeren Transformator günstiger stellt. Wie groß dieser Gewinn ist, muß für jede Konstruktion durch Zeichnung und Berechnung bestimmt werden. Nehmen wir als einen angenäherten Überschlag an, daß wir auf diese Weise noch 8 KW gewinnen, so würde der große Transformator 84 KW im Dauerbetrieb liefern können und dabei seine Erwärmung nicht größer sein als jene des kleinen. Die Leistung ist also auf etwas über das Achtfache gestiegen, und da das Gewicht achtmal so groß ist, so ist die Materialausnützung im kleinen und großen Transformator so ziemlich dieselbe. Die Vergrößerung der linearen Dimensionen hat in dieser Beziehung keinen Vorteil gebracht. In bezug auf den Wirkungsgrad ist jedoch ein erheblicher Vorteil erzielt worden; denn der 84 KW-Transformator verliert 1600 Watt, also nicht ganz 2 %, während der 10 KW-Transformator 4 % verliert. Der Wirkungsgrad ist also von 96 auf 98 % gesteigert worden.

Die Änderung der linearen Dimensionen wird für den großen Transformator bedeutend günstiger, wenn seine Leistung nicht durch das Verhältnis von Abkühlungsfläche und Wattverlust begrenzt wird. Das ist der Fall einmal, wenn der kleine Transformator so geringe Dimensionen hat, daß seine Leistung nicht durch die Frage der Erhitzung, sondern lediglich durch jene nach einem guten Wirkungsgrad begrenzt ist; und ein anderes Mal, wenn man beim großen Transformator künstliche Abkühlungsmittel anwendet. Ist die Abkühlung genügend wirksam, so kann die Leistung im Verhältnis zur

vierten Potenz der linearen Vergrößerung gesteigert werden (also in unserem Beispiele von 10 KW auf $10 \times 2^4 = 160$ KW), während das Gewicht sich nur im Verhältnis zur dritten Potenz vergrößert. Die Materialausnützung wird also bei Vergrößerung der linearen Dimensionen günstiger; das heißt, je größer die linearen Dimensionen, desto geringer wird das Gewicht des Transformators per KW Leistung. Dabei ist der prozentuale Effektverlust den linearen Dimensionen umgekehrt proportional.

Wir können in der Ausnützung des großen Transformators jedoch noch einen Schritt weiter gehen. Wir können annehmen, daß wir durch Anordnung besonders wirksamer Kühlvorrichtungen (wie mechanische Zirkulation von Öl unter Anwendung von Kühlwasser in einem äußeren Gefäße) es dahin bringen, die Temperatur selbst bei einer größeren Leistung noch in angemessenen Grenzen zu halten. In diesem Falle können wir also die magnetische Beanspruchung des Eisens und die Stromdichte in den Drähten des großen Transformators noch erhöhen. Nehmen wir an, daß wir die primäre Spannung um so viel erhöhen, daß $B = 7300$ wird. Der Eisenverlust wird dann 2,1 Watt per kg bei 50 Perioden sein und sich mithin von 1600 auf $1600 \cdot \frac{2{,}1}{1{,}08} = 3100$ Watt steigern. Die elektromotorische Kraft der Sekundärspule wird dabei von 100 auf $100 \cdot \frac{7300}{5000} = 146$ Volt anwachsen. Wenn wir in der Kupferwärme einen gleichen Zuwachs wie im Eisenverlust erlauben, so wird die Stromstärke im Verhältnis von $1 : \sqrt{\frac{3100}{1600}} = 1 : 1{,}39$ steigen. Die Leistung des Transformators ist also jetzt nicht 160 KW, sondern

$$\frac{146 \times 1600 \times 1{,}39}{1000} = 325 \text{ Kwt.}$$

bei einem Gesamtverlust von 6200 Watt. Der Verlust ist also nahezu 2 %, und der Wirkungsgrad ist annähernd der gleiche wie früher. Wir haben durch diese gesteigerte Beanspruchung des Materiales die Leistung verdoppelt, ohne den Wirkungsgrad zu verkleinern. Dabei ist im Vergleich mit dem kleinen Transformator die Leistung pro Gewichtseinheit aktiven Materials vervierfacht worden. Allerdings ist die Abkühlungsfläche jetzt nicht 40, sondern nur mehr 10 qcm pro Watt Arbeitsverlust, und ein Dauerbetrieb

wäre nur unter Anwendung von ganz vorzüglichen Einrichtungen zur Zirkulation und Abkühlung des Öles möglich. Immerhin empfiehlt es sich, bei sehr großen Transformatoren solche Kühlvorrichtungen anzubringen, weil deren Kosten im Vergleich zur erzielten Materialersparnis im Transformator selbst nur gering sein können. Es werden auch tatsächlich Transformatoren bis zu 1000 und mehr KW gebaut und mit sehr wirksamen Gebläsen, Kühlschlangen oder gleichwertigen Einrichtungen versehen.

Die obige Betrachtung wurde unter der Voraussetzung gemacht, daß das Verhältnis der linearen Dimensionen der zwei Transformatoren 1 : 2 sei. Es wäre natürlich auch möglich gewesen, die gleiche Betrachtung ganz allgemein für ein beliebiges Verhältnis 1 : m anzustellen. Das konkrete Zahlenbeispiel erleichterte jedoch die Betrachtung und wurde aus diesem Grunde gewählt. Wir können jetzt die Ergebnisse ohne weiteres auf den Fall anwenden, wo die lineare Vergrößerung um das m-fache stattfindet, wobei jedoch beachtet werden muß, daß die Ergebnisse nur annähernd und nicht in streng mathematischem Sinne richtig sind. Das kommt teilweise daher, daß wir als Ausgangspunkt des Vergleiches eine bestimmte Induktion für den kleinen Transformator annehmen müssen, deren Wahl natürlich die Rechnung beeinflußt; und teilweise daher, daß bei dem Entwurf des großen Transformators die Geschicklichkeit des Konstrukteurs auch mitspielt, dieser Faktor aber rechnerisch nicht mit in die Formeln aufgenommen werden kann. Das Ergebnis unserer Betrachtung ist also nur eine erste Annäherung, aber als solche zu vorläufigen Überschlagsrechnungen immerhin nützlich. Wir wollen deshalb die oben gewonnenen Resultate der bequemen Übersicht halber noch tabellarisch zusammenstellen. Dabei bedeutet P die Leistung und P_v die Gesamtverluste des kleinen Transformators, O seine Abkühlungsfläche, o die Abkühlungsfläche für jedes Watt Effektverlust (also $o = \frac{O}{P_v}$) und m das Verhältnis zwischen den linearen Dimensionen des kleinen und großen Transformators. Dann haben wir im großen Transformator drei Fälle zu unterscheiden:

I. Die Abkühlungsfläche per Watt ist dieselbe, und die Erwärmung beider Apparate ist bei gleicher Kühlungsmethode dieselbe.

II. Die magnetische und elektrische Beanspruchung des Materiales ist dieselbe. Bei gleicher Kühlungsmethode ist die Erwärmung des großen Transformators größer, oder bei gleicher Erwärmung muß die bei ihm angewendete Kühlungsmethode wirksamer sein.

III. Die Beanspruchung des Materiales im großen Transformator soll um so viel größer als im kleinen sein, daß die Abkühlungsfläche pro Watt Verlust im Verhältnis $1 : m^2$ kleiner ist als beim Normal-Transformator. Dabei muß natürlich der große Transformator eine besonders wirksame Einrichtung zu seiner Kühlung erhalten.

Bezeichnung der Größen	Kleiner Normal-Transformator	Großer Transformator			
			I	II	III
Lineare Dimension . .	l	$l_1 =$	$m\,l$	$m\,l$	$m\,l$
Gewicht	G	$G_1 =$	$m^3\,G$	$m^3\,G$	$m^3\,G$
Abkühlungsfläche . .	O	$O_1 =$	$m^2\,O$	$m^3\,O$	$m^3\,O$
Leistung	P	$P_1 =$	$m^3\,P$	$m^4\,P$	$m^5\,P$
Verlust	P_v	$P_{v_1} =$	$m^2\,P_v$	$m^3\,P_v$	$m^4\,P_v$
$O : P_v$	o	$o_1 =$	o	$\frac{o}{m}$	$\frac{o}{m^2}$
Gewicht pro Kilowatt .	g	$g_1 =$	g	$\frac{g}{m}$	$\frac{g}{m^2}$
Wirkungsgrad	η	$\eta_1 =$	$\frac{m-1+\eta}{m}$		

Ein Beispiel möge den Gebrauch dieser Tabelle erläutern. Nehmen wir an, wir hätten für einen 5 KW-Transformator bei 95 % Wirkungsgrad eine gute Konstruktion gefunden. Wir betrachten diesen als den Normal-Transformator und wünschen die gleiche Konstruktion so zu vergrößern, daß wir einen 15 KW-Transformator erhalten. Zum Ansetzen der Zeichnung ist es also vor allem nötig, die Größe der linearen Dimensionen zu bestimmen.

Wir nehmen an, daß der große Transformator wie der kleine gewöhnliche Luftkühlung haben soll. Es sei im kleinen Transformator $o = 60$, was einer Temperaturerhöhung von 38° C. entspricht. Wir wollen nun im großen Transformator eine Temperatur-

erhöhung von 55° C. erlauben. Das gibt uns $o_1 = 35$. Nehmen wir vorerst gleiche Materialbeanspruchung an und bestimmen m aus $m = \frac{o}{o_1} = 1{,}72$ (Spalte II der Tabelle), so werden wir voraussichtlich zu große Dimensionen und eine zu große Leistung erhalten. Wir finden in der Tat $P_1 = 5 \times 1{,}72^4 = 43{,}5$ KW. Wir betrachten jetzt den Transformator von 43,5 KW als den normalen Transformator und bestimmen aus Spalte II die Dimensionen des 15 KW-Transformators. Es ist also $P = 43{,}5$ und $P_1 = 15$. Daraus ergibt sich $m = \sqrt[4]{\frac{15}{43{,}5}} = 0{,}77$.

Die lineare Dimension des 5 KW-Transformators war l, die des 43,5 KW-Transformators war 1,72 l. Wir finden somit die lineare Dimension des 15 KW-Transformators $l_1 = l \times 1{,}72 \times 0{,}77 = 1{,}325\, l$. Wenn also z. B. die Kerndicke des 5 KW-Transformators 100 mm war, so müßten wir die Zeichnung des 15 KW-Transformators mit einer Kerndicke von 133 mm ansetzen.

Zur Kontrolle können wir auch die Kerndicke aus Spalte I bei gleicher Abkühlung berechnen, also für $o_1 = 60$. Wir haben aus $P_1 = m^3 \times 5 = 15$, $m = \sqrt[3]{3} = 1{,}44$. Die Kerndicke würde also in diesem Falle nicht 133, sondern 144 mm betragen. Der Unterschied kommt daher, daß die größere Dimension für einen Transformator gilt, der bei Dauerbetrieb nicht eine Temperaturerhöhung von 55° C., wie erlaubt, sondern nur eine solche von 38° C. aufweisen wird. Bei $o_1 = 60$, d. h. bei der kleineren Erwärmung, ist das Gewicht des Transformators $3\,G$; bei $o = 35$, d. h. bei Erwärmung um 55° C., würde das Gewicht nur $1{,}325^3\, G = 2{,}33\, G$ betragen. Wir können durch Zulassung der größeren Erwärmung das Gewicht und annähernd auch die Herstellungskosten des 15 KW-Transformators um $\frac{300 - 233}{300} \times 100 = 22{,}4\,\%$ vermindern.

Die Abkühlungsfläche des 5 KW-Transformators war 60 qcm pro Watt, also im ganzen $O = 250 \times 60 = 15\,000$ qcm. Für den Transformator mit einem Kern von 133 mm haben wir $O_1 = 15\,000 \times 1{,}33^2 = 26\,500$ qcm, wobei 35 qcm pro Watt entfallen. Wir haben also einen Gesamtverlust von $26\,500 : 35 = 760$ Watt, d. h. ungefähr 5 % der Gesamtleistung. Wenn wir jedoch den größeren Kern verwenden, so ist $P_{v_1} = 1{,}44^2 \times 250 = 520$ Watt, also nur $3\frac{1}{2}\,\%$

der Gesamtleistung. Wir können jetzt die gefundenen Werte, wie folgt, tabellarisch zusammenstellen. Um eine Grundlage zum Vergleich der Gewichte zu haben, nehmen wir an, daß der 5 KW-Transformator 20 kg pro Kilowatt wiegt.

Bezeichnung der Größen		Transformator von 5 KW	15 KW	15 KW
Kerndicke	mm	100	133	144
Gesamtgewicht . .	kg	100	233	300
Gewicht pro Kilowatt	kg	20	15,6	20
Temperaturerhöhung	°C.	38	55	38
Wirkungsgrad . .	%	95	95	96,5

Der Konstrukteur hat jetzt beim Ansetzen der Zeichnung zu entscheiden, ob er die größere oder kleinere Kerndicke wählt. Dieselbe größer zu machen als 144 mm, würde einen zu schweren Transformator geben, während eine kleinere Kerndicke als 133 mm die Anwendung besonderer Kühlvorrichtungen nötig machen würde, deren Kosten im Vergleich mit den Kosten des Transformators selbst doch ziemlich beträchtlich sein würden. Die Wahl liegt also zwischen den in der Tabelle angeführten Grenzen und muß lediglich mit Rücksicht auf die Herstellungskosten und den Wirkungsgrad getroffen werden. Handelt es sich hauptsächlich um eine leichte und billige Konstruktion, so wird man die kleinere Kerndicke wählen; handelt es sich hauptsächlich darum, den Wirkungsgrad möglichst groß zu machen, so wird man die größere Kerndicke wählen.

Der praktische Nutzen der hier angestellten Betrachtung über den Einfluß der linearen Dimensionen liegt hauptsächlich darin, daß dadurch dem Konstrukteur ein Mittel gegeben wird, ohne langwieriges Herumtasten sofort die Zeichnung eines neuen Transformators anzusetzen, wenn jene eines guten Transformators anderer Größe vorliegt.

Formel zur oberflächlichen Berechnung der Leistung. Für kleine und mittlere Transformatoren ohne besondere Kühlvorrichtungen ist, wie früher gezeigt wurde, die Leistung bei gleicher Periodenzahl ungefähr dem Gewicht proportional. Sie ist also auch dem gesamten Eisenvolumen ungefähr proportional. In kleinen Transformatoren entfällt auf die Kerne ein kleinerer Teil des Gesamtvolumens, in größeren ein größerer Teil. Der Unterschied ist

jedoch nicht sehr bedeutend. Es ist also auch das Kernvolumen ein ungefähres Maß für die Leistung derjenigen Spulen, die den Kern umgeben. Diese Überlegung gibt uns ein bequemes Mittel, die Leistung eines Transformators aus dem Kernvolumen, allerdings nur ganz oberflächlich, zu bestimmen. Wir haben

$$\text{Leistung in } KVA = K \times \text{Kernvolumen in cdm},$$

dabei bedeutet K einen Koeffizienten, der von der Spannung, Periodenzahl, Temperaturerhöhung, Kühlmethode und auch von der Geschicklichkeit des Konstrukteurs abhängt. Für Spannungen bis 2000 V, $\nu = 50$, und Leistungen zwischen etwa 10 und 50 KVA schwankt K zwischen 0,7 und 1,2, wobei der kleinere Wert für die untere, der größere für die obere Leistungsgrenze gilt, und künstliche Kühlung nicht verwendet wird. Bei höheren Periodenzahlen wird K etwas größer.

Eine etwas genauere Formel, in der auch die Leistung und Frequenz berücksichtigt wird, ist

$$G = C \frac{P}{\sqrt{\frac{\nu}{100}} \sqrt[8]{\sqrt{P}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 13)$$

In dieser Formel bedeutet G das Eisengewicht in kg und P die Leistung in KVA. C ist ein Koeffizient, der je nach der Type und Kühlmethode verschieden ist. Für die Manteltype ist C größer als für die Kerntype. Die Formel gilt nicht für abnorme Fälle, also beispielsweise sehr hohe Spannung bei geringer Leistung oder sehr große Stromstärke bei sehr niederer Spannung. Wenn jedoch die Hochspannungswickelung keinen kleineren Querschnitt als 6 qmm und die Niederspannungswickelung keinen größeren als 200 qmm hat, so ist die Formel anwendbar. Bei einer äußeren Lufttemperatur von 15 bis 20° C. kann man zur oberflächlichen Bestimmung des Eisengewichtes und mithin auch der linearen Dimensionen für C setzen:

Bei Manteltransformatoren in geschlossenem Kasten ohne Ölfüllung 20

Bei Manteltransformatoren in geschlossenem Kasten mit Ölfüllung, aber ohne Kühlschlange 10

Bei Manteltransformatoren in perforierter Umhüllung mit freiem Zutritt der Luft, aber ohne Gebläse 15

Bei Manteltransformatoren in geschlossenem Kasten mit Gebläse, je nach der Stärke desselben . . . . . 7—10

Bei Kerntransformatoren in geschlossenem Kasten ohne Ölfüllung 15
Bei Kerntransformatoren in geschlossenem Kasten mit Ölfüllung, aber ohne Kühlschlange 8
Bei Kerntransformatoren in perforierter Umhüllung mit freiem Zutritt der Luft, aber ohne Gebläse 10
Bei Kerntransformatoren in geschlossenem Kasten mit Gebläse, je nach der Stärke desselben . . . . . 5—8

Es ist zu beachten, daß Gleichung 13) und die hier gegebenen Werte von C nicht bezwecken, die endgültigen Dimensionen sofort festzulegen, sondern nur als allgemeine Richtschnur dienen sollen, nach welcher der Konstrukteur die Zeichnung des Transformators zunächst ansetzen kann. Das genaue Durchkonstruieren und, wenn nötig, Änderungen des ersten Entwurfes können dem Konstrukteur durch Gleichung 13) nicht erspart werden.

Wirksamkeit der Kühlmittel. Die Kühlung kann unmittelbar nur durch einen isolierenden Körper, also Luft oder Öl, erfolgen, mittelbar jedoch auch durch Wasser, wenn dieses zur Kühlung des Öles verwendet wird. Luft ist das billigere, Öl das wirksamere Kühlmittel. Bei Verwendung eines Gebläses ist darauf zu achten, daß die Luft trocken und staubfrei ist. Wenn die Luft nicht rein ist, so werden die Ventilationskanäle mit der Zeit verschmutzt, ihre kühlende Wirkung wird verringert, und es kann auch die Isolation der Hochspannungsspulen durch die chemische oder hygroskopische Wirkung der Ablagerung zerstört werden. Man wendet deshalb Luftkühlung unter Vermittelung eines Gebläses nicht bei sehr hohen Spannungen an, 10 000 V ist etwa die Grenze.

Bei Ölkühlung kann man durch Einsetzen von Zwischenwänden eine natürliche Zirkulation erzeugen und so die Wirksamkeit der Kühlflächen vergrößern. Das Öl streicht am Transformator nach oben und an den Außenwänden des Kastens nach unten. Durch diesen Kreislauf wird die Übertragung der Wärme vom Transformator nach der Außenwand des Kastens begünstigt. Manche Konstrukteure versehen den Kasten auch mit äußeren Rohren, die den oberen mit dem unteren Rand verbinden. Diese Rohre sind dem kühlenden Einfluß der umgebenden Luft ausgesetzt, und das Öl sinkt in ihnen, während das gekühlte Öl im Innern des Kastens auf- und am Transformator vorbeistreicht. Die Abkühlung kann natürlich auch durch Kühlschlangen, in denen kaltes Wasser zirkuliert, bewirkt werden.

Die Kurven Fig. 31 geben den Temperaturunterschied im Dauerzustand zwischen Transformator und der den Kasten umgebenden Luft, also das ganze Temperaturgefälle, welches sich zusammensetzt aus den Abschnitten: 1. erhitzter Körper zu kühlendem Medium, 2. kühlendes Medium zu innerer Fläche des Kastens, 3. innere zu äußerer Fläche des Kastens und 4. äußere Fläche des Kastens zu umgebender Luft. Bei Luftkühlung ohne Gebläse ist aber ein geschlossener Kasten nur nötig, wenn der Transformator im Freien aufgestellt werden soll, also gegen Wind und Wetter geschützt werden muß; in allen anderen Fällen kann man ihn mit einer Umhüllung aus perforiertem Blech umgeben, das den nötigen mechanischen Schutz gewährt, ohne der Luft den Zutritt zu verwehren. Das gesamte Temperaturgefälle ist also in diesem Falle das unter 1. genannte. Es ist einleuchtend, daß der Transformator sich in diesem Falle weniger erhitzen wird, als der oberen Kurve in Fig. 31 entspricht. Bezeichnen wir wieder wie früher mit o die spezifische Kühlfläche und mit k einen Koeffizienten, der die Wirksamkeit der Kühlung darstellt, so ist in der Gleichung

$$T = \frac{1}{o\,k}$$

$\frac{1}{k} = 1200$ für ruhende Luft. Man wird also, um die gebräuchliche Übertemperatur von 50° nicht zu überschreiten, eine spezifische Kühlfläche von etwa 24 qcm vorsehen. Bei Verwendung eines Gebläses kann diese Fläche noch weiter reduziert werden. Die spezifische Wärme eines Kubikmeters Luft ist rund 1000 Watt-Sekunden. Läßt man also eine Erwärmung der Gebläseluft um 10° zu (so daß noch 40° für das Temperaturgefälle übrig bleiben), so würde 1 cbm Luft per Sekunde genügen, um die Wärme, die 10 KW entspricht, abzuführen. Da die Luft am Transformator schnell vorbeistreicht, kann sie mehr Wärme abführen als ruhige Luft, und es wird deshalb der Kühlfaktor k größer sein als 0,00083. Man kann ihn je nach der Geschwindigkeit, mit der die Luft am erwärmten Körper vorbeistreicht, zu 0,0017 bis 0,00125 annehmen. Es genügt dann bei einem Temperaturgefälle von 40° eine spezifische Kühlfläche von 15 bis 20 qcm. Die zum Betrieb des Gebläses nötige Leistung beträgt etwa 1 % der Gesamtleistung bei mittelgroßen Transformatoren und etwa ½ % bei sehr großen.

Bei Anwendung von Öl als Kühlmittel kann man das Temperaturgefälle vom erwärmten Körper zum Öl aus der Beziehung

$$\tau = \frac{190}{o}$$

berechnen und jenes vom Öl durch die Wand des Kastens zur äußeren Luft aus der Beziehung

$$T = \frac{1500}{o}.$$

Viertes Kapitel.

Arbeitsleistung eines Wechselstromes. — Zusammensetzung von Strömen oder Spannungen. — Bestimmung des Leerlaufstromes. — Einfluß von Stoßfugen. — Drosselspule.

Arbeitsleistung eines Wechselstromes. Um die Leistung eines Transformators beurteilen zu können, ist es zunächst notwendig, den Effekt zu messsn, welcher der Primärspule zugeführt und von der Sekundärspule abgegeben wird. Wir müssen also imstande sein, die durch irgend einen Wechselstrom dargestellte Leistung durch einen geeigneten Apparat entweder direkt zu messen oder aus anderen Beobachtungen zu berechnen. Wir nehmen dabei vorläufig an, daß sowohl der Strom selbst als auch die Spannung sich nach dem Sinusgesetz ändern. Diese Annahme geschieht lediglich, um die mathematische Behandlung des Gegenstandes einfach und übersichtlich zu machen. Sie trifft in Wirklichkeit nur selten zu, wir werden jedoch später sehen, daß die unter dieser Annahme entwickelten Methoden zur Arbeitsmessung auch dann angewendet werden können, wenn der Strom und seine Spannung nicht sinusartig, sondern beliebig verlaufen, solange nur die Periodenzahl beider die gleiche ist.

Es stelle die Sinuslinie I in Fig. 33 die jeweilige Stromstärke als Funktion der Zeit dar und die Linie E die Spannung zwischen zwei Punkten eines Stromkreises, also z. B. zwischen den Klemmen der Primärspule eines Transformators. Dabei zählen wir die Zeit von links nach rechts. Zur Zeit 0 ist die Stromstärke negativ (unter der Abszissenachse), und die Spannung ist 0. Zur Zeit t_1 ist die Stromstärke 0, und die Spannung hat einen positiven Wert. Zur Zeit t_2 erreicht die Spannung ein positives Maximum. Die Stromstärke erreicht ihr positives Maximum etwas später, nämlich zur Zeit t_3. Bei t_4 ist die Spannung auf 0 gesunken, die Strom-

stärke ist jedoch noch positiv, aber im Abnehmen begriffen. Sie wird 0 bei t_5, zu welcher Zeit die Spannung schon negativ ist. Da unserer Annahme gemäß beide Kurven nach einem einfachen Sinusgesetz verlaufen, so muß die Entfernung ihrer Nullpunkte sowohl als ihrer Maxima stets die gleiche bleiben, das heißt, die Zeitunterschiede zwischen den betreffenden Punkten müssen dieselben sein: $t_3 - t_2 = t_5 - t_4 = t_7 - t_6$ etc. Dieser Zeitunterschied zwischen den entsprechenden Werten von Strom und Spannung wird als zeitliche Nach- oder Voreilung bezeichnet. In unserem Falle, wo die Spannung die Null- und Maximalwerte früher erreicht als der Strom, hat der Strom Nacheilung im Vergleich zur Spannung; oder man kann auch sagen, daß die Spannung dem Strome voreilt.

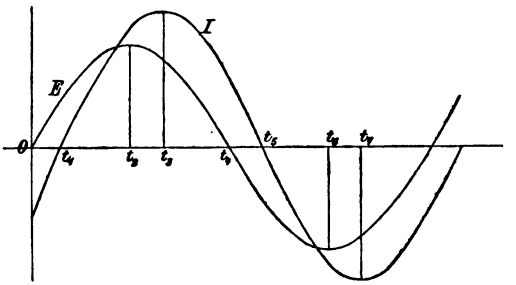


Fig. 33.

Bedingung für dieses relative Verhältnis ist, daß in dem beobachteten Teil des Stromkreises eine elektromotorische Kraft tätig ist, welche sich der Änderung der Stromstärke widersetzt. Eine solche elektromotorische Kraft wird z. B. durch die Änderung in dem vom Strome selbst erzeugten Kraftlinienfluß hervorgerufen. Ist jedoch in dem betrachteten Teil des Stromkreises eine elektromotorische Kraft im entgegengesetzten Sinne tätig, so wird sowohl das Anwachsen als auch das Abnehmen der Stromstärke dadurch begünstigt, und der Strom erreicht seine Null- und Maximalwerte früher als die Spannung. Wir haben also dann zeitliche Voreilung des Stromes gegenüber der Spannung. Eine solche in der Stromrichtung wirkende elektromotorische Kraft wird durch Einschaltung eines Kondensators hervorgebracht. Die Platten des Kondensators erhalten den stärksten positiven Ladestrom in dem Augenblicke, wo die Spannung zwischen ihnen 0 ist. Hat diese Spannung ihr positives Maximum erreicht, so kann keine weitere Ladung erfolgen,

und der Ladestrom wird Null. Bei Abnahme der positiven Spannung tritt sofort ein negativer oder Entladestrom auf, der bei der Spannung 0 sein Maximum erreicht u. s. w. Wir sehen daraus, daß der Strom der zwischen den Platten herrschenden Spannung um eine viertel Periode voreilt. Nun ist noch der Fall denkbar, daß außer der Klemmenspannung im betrachteten Teil des Stromkreises keine elektromotorische Kraft wirkt, daß also der Strom weder zeitlich beschleunigt noch zeitlich verzögert wird. Dieser Fall tritt ein, wenn der Stromkreis nur ohmischen Widerstand hat, z. B. Glüh-

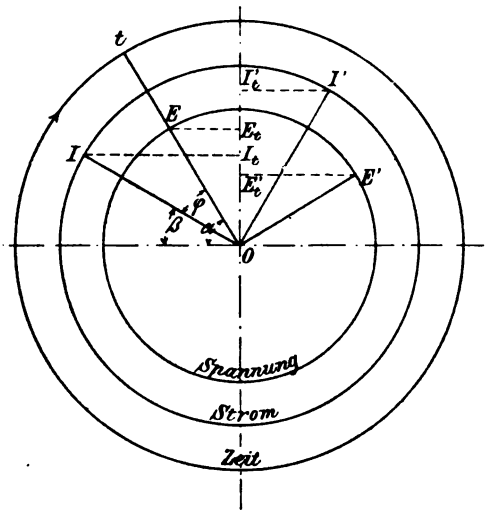


Fig. 34.

lampen, welche von den Sekundärklemmen des Transformators gespeist werden. Dann decken sich die Nullpunkte beider Kurven, das heißt t_5 fällt mit t_4 zusammen, t_3 mit t_2 und so weiter. Man kann den periodischen Verlauf der Stromstärke und Spannung bequem in einem Vektordiagramm darstellen. Es diene der äußere Kreis in Fig. 34 zur Zeitmessung (etwa wie das Zifferblatt einer Uhr), und $O\,t$ sei der Uhrzeiger, der sich in der Pfeilrichtung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit dreht. Wir zählen dabei die Zeit von dem Augenblicke an, wo der Zeiger horizontal, und zwar links, steht. In diesem Augenblicke geht die Spannung durch Null. Wenn man nun einen Kreis beschreibt, dessen Radius nach einem will-

kürlich gewählten Maßstab den Maximalwert der Spannung darstellt, so gibt die Projektion des innerhalb des Kreises liegenden Teiles des Uhrzeigers (Spannungsvektor) den jeweiligen Wert der Spannung im selben Maßstab an. Es ist also zur Zeit t die Spannung gleich OE_t, wobei wir die Spannung als positiv betrachten, wenn E_t über, und als negativ, wenn E_t unter O liegt.

In der gleichen Weise kann die Stromstärke dargestellt werden, nur muß man sich den betreffenden Stromvektor OI um den konstanten Nacheilungswinkel $EOI = \varphi$ zurückgestellt denken. Die zwei Vektoren drehen sich in derselben Richtung mit gleicher Geschwindigkeit und behalten somit immerwährend ihre gegenseitige Winkelstellung φ bei. Nehmen wir an, der Vektor OE schließe nach der Zeit t mit der Horizontalen den Winkel α ein, so wird der Zeiger OI zur selben Zeit mit der Horizontalen den Winkel $\beta = \alpha - \varphi$ einschließen. Die augenblicklichen Werte der Spannung und Stromstärke sind dann bezw. $E \sin \alpha$ und $I \sin (\alpha - \varphi)$. Der augenblickliche Wert des Effektes ist das Produkt dieser beiden Werte

$$P = EI \sin \alpha \sin (\alpha - \varphi).$$

Nehmen wir an, daß die Vektoren in einer Sekunde ν Umdrehungen machen, so daß $\frac{1}{\nu} = T$ die Zeit einer vollen Periode bezeichnet, und nennen wir die Winkelgeschwindigkeit ω, so ist offenbar

$$\begin{aligned} \omega T &= 2\pi \\ \alpha &= \omega t \\ d\alpha &= \omega\, dt \\ d\alpha &= 2\pi\nu\, dt. \end{aligned}$$

Da die Arbeit das Produkt von Effekt und Zeit ist, so haben wir die in der Zeit dt geleistete Arbeit

$$dA = P\, dt.$$

Wenn wir nun die Strom- und Spannungskurven aufzeichnen (Fig. 35) und das Produkt ihrer Ordinaten bilden, so erhalten wir eine dritte Kurve P, deren Ordinaten den augenblicklichen Effekt und deren Fläche die Arbeit darstellt. Soweit diese Kurve oberhalb der Abszissenachse liegt, stellt sie positive, also dem Stromkreis zugeführte Arbeit dar; unterhalb der Achse liegende Teile der Kurve (die kleinen schraffierten Teile) stellen negative, d. h. vom Stromkreis wieder abgegebene Arbeit dar. Wollen wir die

während einer vollen Periode aufgenommene Arbeit bestimmen, so muß die Messung der Flächen zwischen den Ordinaten $t = 0$ und $t = T$ geschehen, wobei die unterhalb der Horizontalen liegenden Flächen als negativ zu nehmen sind.

Die Arbeit während einer vollen Periode ist also

$$A = \int_0^T P\,dt.$$

Der augenblickliche Effekt schwankt, wie man aus den Kurven sieht, zwischen einem kleinen negativen und einem großen positiven Werte. Wir können uns nun vorstellen, daß wir diese ver-

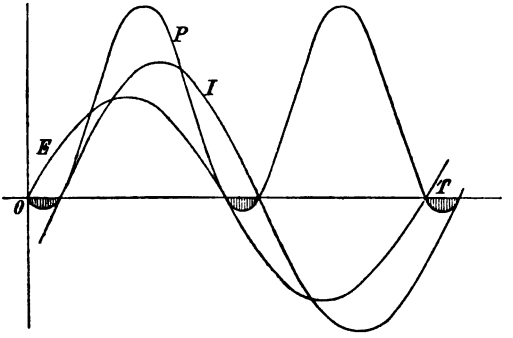


Fig. 35.

änderliche Leistung durch eine Dauerleistung ersetzen (etwa durch einen konstanten Gleichstrom), welche in der Zeit T genau so viel Arbeit liefert als der Wechselstrom; dann ist offenbar diese mittlere oder effektive Leistung der Quotient aus der Arbeit der Wechselstromes während einer Periode und der Zeitdauer des Periode

$$P = \frac{A}{T}$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T P\,dt.$$

Mit Einsetzung der obigen Werte kann dieser Ausdruck auch in folgender Form geschrieben werden:

$$P = \frac{\nu}{2\pi\nu}\int_0^{2\pi} E\,I \sin\alpha \sin(\alpha - \varphi)\,d\alpha,$$

deren Integration ergibt

$$P = \frac{1}{2} E I \cos \varphi.$$

Das gleiche Resultat erhalten wir nach Blakesley durch eine geometrische Methode mit Benützung des Vektordiagrammes. Seien in Fig. 34 E und I die augenblicklichen Stellungen der Spannungs- und Stromvektoren, also $E \sin \alpha \, I \sin \beta$ der augenblickliche Effekt. Um den mittlern Effekt zu finden, würden wir den Kreis in eine genügend große Anzahl gleicher Teile einteilen, die Vektoren in ihren diesen Teilen entsprechenden Stellungen zeichnen, ihre Projektionen bestimmen und die Summe der Produkte dieser Projektionen durch ihre Anzahl dividieren.

Anstatt nun die Stellungen in ihrer richtigen Reihenfolge zu addieren, können wir dieselben paarweise zusammenfassen, indem wir je zwei um 90^0 verschiedene Stellungen als einen Summanden in der Reihe ansehen. Dadurch wird natürlich jede Stellung zweimal gezählt, und um den richtigen Mittelwert zu erhalten, müssen wir die Gesamtsumme durch die doppelte Anzahl der Kreisteile dividieren. Bedeutet m diese Anzahl, so ist also der mittlere Effekt

$$P = \frac{1}{m} \Sigma (E I \sin \alpha \sin \beta),$$

wobei die Anzahl der Summanden m ist. Wenn wir statt einfacher konjugierte Stellungen zählen, so ist aus Fig. 34

$$P = \frac{1}{2m} \Sigma (E I \sin \alpha \sin \beta + E I \cos \alpha \cos \beta),$$

wobei wieder die Anzahl der Summanden m ist. Der Ausdruck unter dem Summationszeichen ist aber offenbar gleichwertig mit $E I \cos (\alpha - \beta) = E I \cos \varphi$ und ist von der Stellung, d. h. von den speziellen Werten, der Winkel α und β unabhängig. Die Summation ergibt also einfach $m E I \cos \varphi$, und, dieser Wert in die Gleichung für P eingesetzt, gibt

$$P = \frac{m}{2m} E I \cos \varphi$$

$$P = \frac{1}{2} E I \cos \varphi.$$

Dabei sind E und I die Maximalwerte der Spannung und Stromstärke. Wenn wir die effektiven Werte mit e und i bezeich-

nen, so bestehen, wie früher gezeigt, die Beziehungen $e = \frac{E}{\sqrt{2}}$, $i = \frac{I}{\sqrt{2}}$, und wir können den mittleren Effekt auch, wie folgt, ausdrücken:

$$P = e\,i\cos\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

In diesem Ausdrucke ist φ der Verschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung. Der Effekt bei gegebener Stromstärke und Spannung wird ein Maximum, wenn der Verschiebungswinkel 0 ist, wenn also die Spannung mit dem Strom der Phase nach übereinstimmt. Der Effekt wird Null, wenn die Verschiebung 90^0 beträgt.

Da $i\cos\varphi$ die Projektion des Stromvektors auf den Spannungsvektor ist, so können wir den Effekt graphisch durch die Fläche

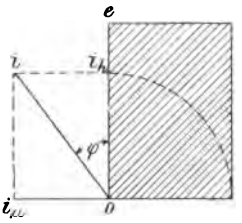


Fig. 36.

eines Rechteckes darstellen, dessen eine Seite die effektive Spannung und die andere Seite die Projektion des effektiven Stromvektors auf den Spannungsvektor ist. Oder wir projizieren den Spannungsvektor auf den Stromvektor und bilden das Rechteck aus dieser Projektion und der Länge des Stromvektors. Die Fläche gibt den Effekt. Natürlich muß bei der Flächenbestimmung auf den Maßstab, in welchem die Vektoren gezeichet sind, Rücksicht genommen werden. Wenn z. B. in beiden 1 mm 1 Ampere bezw. 1 Volt darstellt, so bedeutet jeder qmm der Fläche ein Watt. Wird jedoch der Strom im Maßstab von 1 mm pro Ampere und die Spannung im Maßstab von 1 mm pro 100 Volt aufgetragen, so stellt jeder qmm der Fläche eine Leistung von 100 Watt dar. In Fig. 36 sei $O\,i$ die effektive Stromstärke und $O\,e$ die effektive Spannung, welche um den Winkel φ voreilt; dann stellt das schraffierte Rechteck den Effekt dar. Dieser ist gleichwertig mit jenem eines Stromes i_h, welcher unter der Spannung e fließt, aber keine Phasenverschiebung

hat. Wir können uns demnach den wirklichen Strom Oi als aus zwei rechtwinkligen Komponenten bestehend denken; die eine Oi_h hat die gleiche Phase wie die Spannung, und die andere Oi_μ bleibt hinter der Spannung um 90° zurück. Die Komponente i_h bildet den wirklich Arbeit leistenden Teil des Stromes, während die Komponente i_μ keine Arbeit leistet. Es ist das die sogenannte wattlose Komponente des Stromes, während Oi_h die Wattkomponente des Stromes ist.

Die Zusammensetzung von Strömen oder Spannungen. Wir haben hier das bekannte Kräfteparallelogramm auf die Zusammensetzung von Strömen verwendet, und da taucht die Frage auf, ob dieser Vorgang nicht nur in dem betrachteten Falle, sondern auch im allgemeinen gestattet ist. Wir setzen dabei natürlich vor-

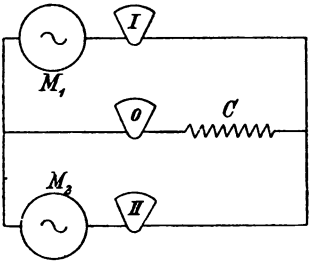


Fig. 37.

aus, daß wir es mit zwei Strömen von Sinusform und gleicher Periode aber verschiedener Phase und verschiedener Stärke zu tun haben. Nehmen wir an, daß die zwei Ströme durch zwei Wechselstrommaschinen $M_1 M_2$ (Fig. 37) erzeugt werden. Zur Messung der einzelnen Ströme dienen die Amperemeter I und II, während der resultierende Strom durch das Amperemeter 0 angezeigt wird. Die Maschinen seien mechanisch gekuppelt, so daß ihre Ströme gleiche Periodenzahlen haben. Es handelt sich nun darum, den durch den Leiter C fließenden und im Instrumente 0 angezeigten Strom zu bestimmen, wenn die Stromstärke und gegenseitige Phasenverschiebung der Einzelströme gegeben sind. Im Vektordiagramm (Fig. 38) seien I' und I'' die Maximalwerte der Ströme. In dem Augenblicke, welcher der gezeichneten Stellung der Vektoren entspricht, ist Oi'' der von der Maschine M_2 und Oi' der von der Maschine M_1 durch den Leiter C geschickte Strom. Der gesamte

diesen Leiter durchfließende Strom ist die Summe dieser beiden, also $Oi'' + Oi'$. Bilden wir nun das Parallelogramm $0\,I'\,II''$, so ist sofort klar, daß die vertikale Entfernung zwischen den Punkten I und I' gleich der Höhe des Punktes I'' über der Horizontalen ist. Die Länge der Strecke Oi ist also gleich der Summe von Oi'' und Oi', d. h. Oi ist der in diesem Augenblick durch den Leiter C fließende Strom. Diese Länge Oi ist aber die Projektion der Resultante OI, und da diese Beziehung für jede Stellung der Vektoren gilt, so finden wir allgemein, daß die Projektion der Resultante der Maximalströme den jeweilig fließenden Strom im Leiter C darstellt. Wir können uns also vorstellen, daß der Leiter C von einem einzigen Strom durchflossen wird, dessen Maximalwert die Resultante der beiden Ströme ist, und dessen Phase zwischen jenen

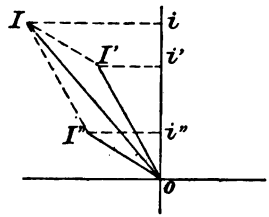


Fig. 38.

der beiden Ströme liegt. Wir können uns nun alle Längen im Vektordiagramm im Verhältnis von $1 : \sqrt{2}$ verkleinert denken. Dadurch wird an den Winkeln und an dem gegenseitigen Verhältnis der Größen nichts geändert; wir erhalten aber dann den effektiven Wert des resultierenden Stromes. Es ist auch klar, daß die gleiche Betrachtung auf mehr als zwei Ströme ausgedehnt werden kann, indem wir zunächst die Resultante von zwei Strömen bilden, diese dann mit dem dritten Strom zu einer neuen Resultante zusammensetzen und so weiter. Wir brauchen übrigens die Parallelogramme nicht vollständig zu zeichnen, sondern können die Ströme nach Art des Seilpolygones einfach aneinander reihen. Die Schlußlinie des Seilpolygones gibt dann die Resultante aller Ströme. Dabei ist natürlich die Richtung der einzelnen Ströme zu beachten. Seien z. B. in Fig. 39 die Ströme i_1 bis i_4 der Richtung, Stärke und Lage nach verzeichnet, so gibt die Zusammensetzung nach dem Seilpolygone die Resultierende i der Richtung, Stärke und Lage nach.

Ebenso können elektromotorische Kräfte zu einer Resultierenden zusammengesetzt werden. Denken wir uns zwei Wechselstrom-Maschinen M_1, M_2 in Serienschaltung angeordnet, Fig. 40, und deren Klemmenspannung mittels der Voltmeter I und II gemessen. Wenn

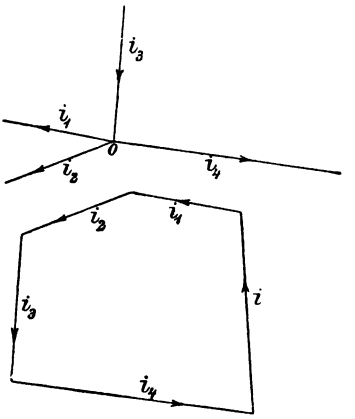


Fig. 39.

wir nun zwischen die Außenleiter 1, 2 ein Voltmeter 0 einschalten, so gibt dieses uns nicht die arithmetische Summe der Ablesungen von I und II, sondern die Resultierende, deren absolute Größe nicht nur von den Spannungen, welche beide Maschinen erzeugen,

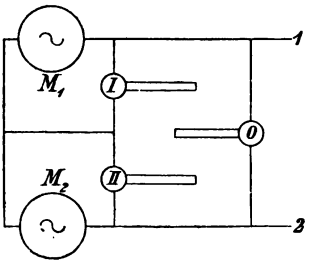


Fig. 40.

sondern auch von der Phasenverschiebung zwischen beiden Spannungen abhängt. Nach dem, was oben für die Zusammensetzung von Strömen ausführlich entwickelt wurde, kann die Zusammensetzung von Spannungen als selbstverständlich angenommen werden. Es ist auch ohne weiteres klar, daß wir aus den drei Voltmeter-Ablesungen unmittelbar die Phasenverschiebung ermitteln können. Sei

Oe_1 (Fig. 41) die am Instrumente I abgelesene Spannung, und beschreiben wir um e_1 als Mittelpunkt einen Kreis, dessen Radius gleich der an II abgelesenen Spannung ist, ferner einen Kreis um O mit einem Radius, der gleich der resultierenden Spannung ist, so muß einer der Schnittpunkte der beiden Kreise der Endpunkt der Resultante sein. Welcher von beiden Schnittpunkten zu wählen ist, hängt davon ab, ob M_1 oder M_2 voreilt. Wenn M_1 voreilt, so muß der Vektor von M_2 hinter (also oberhalb) Oe_1 liegen; es ist also der obere Schnittpunkt zu nehmen. Die Phasenverschiebung zwischen den Spannungen beider Maschinen wird nun durch den Winkel $e_1 O e_2$ gegeben.

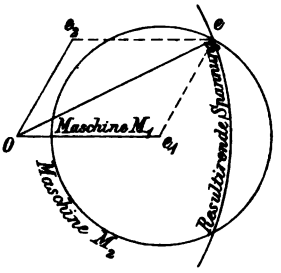


Fig. 41.

Bestimmung des Leerlaufstromes. Im obigen wurden die Grundsätze entwickelt, auf welchen die Bestimmung der Arbeitsleistung eines Wechselstromes beruht. Praktische Methoden zur wirklichen Messung werden später behandelt, ebenso wie die Ausdehnung dieser Methoden auf Ströme von nicht sinusoidaler, sondern unregelmäßiger Form. Das Vorhergehende genügt jedoch zur Bestimmung des Leerlaufstromes bei Transformatoren, und wir wollen vorerst diesen Gegenstand behandeln, weil es von großer praktischer Wichtigkeit ist, die Transformatoren so zu konstruieren, daß ihr Leerlaufstrom möglichst klein ausfällt. Um diesen Punkt klar zu machen, wollen wir ein Beispiel wählen. Es seien an eine Beleuchtungszentrale mit Wechselstrom 100 000 Glühlampen von 50 Watt angeschlossen, und zwar mittels Transformatoren für jeden Abnehmer. Es sind also Transformatoren mit einer Gesamtleistung von 5000 KW erforderlich, denn es kann ja der Fall eintreten, daß dieser oder jener Abnehmer gelegentlich alle seine Lampen gleichzeitig benützt. Die Maschinenanlage braucht jedoch nicht für

5000 KW bemessen zu sein; denn erfahrungsgemäß werden selbst zur Zeit des stärksten Bedarfes nie alle angeschlossenen Lampen gleichzeitig benützt, sondern nur ein Teil, der je nach dem Charakter des Beleuchtungsbezirkes zwischen 30 und 70% schwankt. Nehmen wir 60% als einen reichlich bemessenen Mittelwert an, so erhalten wir die Maximalleistung der Zentrale als 3000 KW an den Lampen. Die Tagesbelastung ist natürlich außerordentlich gering und schwankt zwischen 3% und 4%. Nehmen wir 3,5% als Mittelwert, so würde die Leistung an den Lampen tagsüber etwas über 100 KW betragen. Dazu muß noch der in den Transformatoren auftretende Eisenverlust gezählt werden, welcher etwa 2% durchschnittlich betragen mag. Es wäre also zur Deckung des Tagesbedarfes eine Wechselstrommaschine von etwa 200 KW Leistung ausreichend. In Wirklichkeit wird jedoch mehr Strom verbraucht, als dieser Leistung entspricht, und der Unterschied

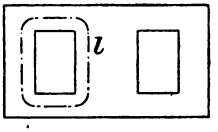


Fig. 42.

wird um so größer, je größer der von den Transformatoren erheischte Leerlaufstrom ist. Bei 10% Leerlaufstrom würde der Stromverbrauch zur Magnetisierung allein schon einer Leistung von 500 KW entsprechen; bei 5% Leerlaufstrom einer solchen von 250 KW. Damit man nun tagsüber nicht eine zu große Maschine im Betrieb erhalten muß, und damit nicht unnützerweise Stromwärme in den Leitungen verloren geht, ist es sehr wichtig, den Leerlaufstrom der Transformatoren so gering als möglich zu machen.

Der Leerlaufstrom ist jener Strom welcher zur Magnetisierung des Eisenkernes bis auf den der Spannung entsprechenden Wert von B und zur Deckung des Eisenverlustes nötig ist. Wir können diesen Magnetisierungsstrom nach den bekannten Gesetzen der Elektromagnete berechnen, wenn die Dimensionen des Eisenkernes, die Qualität des Eisens und die Windungszahl der Primärspule bekannt sind.

Sei l in Fig 42 die aus der Zeichnung gemessene mittlere Länge des Kraftlinienpfades und μ die Permeabilität des Eisens, so

ist bei n Windungen die durch den Strom I_μ erzeugte magnetisierende Kraft $4\,\pi\,n\,I_\mu : l$, wenn I_μ in absolutem Maß gegeben ist. Setzt man I_μ in Ampere ein, so ist die magnetisierende Kraft $0{,}4\,\pi\,n\,I_\mu : l$. Die dadurch erzeugte Induktion ist:

$$B = \mu \frac{0{,}4\,\pi\,n\,I_\mu}{l}.$$

Dabei ist I_μ natürlich der Maximalwert des Wechselstromes. Will man seinen effektiven Wert i_μ einsetzen, so ist (weil $I_\mu = i_\mu \sqrt{2}$):

$$B = \mu \frac{0{,}4\,\pi \sqrt{2}\,n\,i_\mu}{l}$$

$$B = \mu \frac{1{,}77\,n\,i_\mu}{l},$$

woraus

$$i_\mu = \frac{B\,l}{\mu\,n\,1{,}77}.$$

Die Änderung im magnetischen Fluß induziert in den Windungen der Spule eine elektromotorische Kraft, deren Phase jedoch gegenüber jener des Magnetisierungsstromes um genau 90^0 verschoben ist, wie sich sofort aus folgender Überlegung ergibt. Wenn der Strom sein Maximum erreicht, ist B auch ein Maximum, die EMK also Null. Wenn der Strom durch Null geht, erreicht die EMK ihren Maximalwert.

Dem Maximum des Stromes entspricht also die EMK Null, und dem Maximum der EMK entspricht die Stromstärke Null. Diese Beziehung kann nur eintreten, wenn der Winkel φ in Fig. 34 90^0 beträgt; dann ist aber $e\,i\,\cos\varphi = 0$.

Der eigentliche Magnetisierungsstrom verbraucht mithin keine Leistung; sein Vektor steht im Polardiagramm Fig. 36 auf dem Vektor der EMK senkrecht uud ist in dieser Figur mit i_μ bezeichnet.

Nun wird aber infolge der Eisenverluste Leistung verbraucht, und der dazu gehörige Strom muß demnach der Phase nach mit der EMK zusammenfallen. Es ist das der Strom i_h in Fig. 36.

Der gesamte Leerlaufstrom ist also die Resultierende aus den zwei Komponenten:

Dem wattlosen Magnetisierungsstrom i_μ;

Dem zur Deckung des Eisenverlustes gebrauchten Strom i_h.

Da diese beiden Komponenten, wie eben gezeigt wurde, aufeinander senkrecht stehen, so ist der Leerlaufstrom i_0 gegeben durch die Gleichung

$$i_0 = \sqrt{i_\mu^2 + i_h^2}$$

Bei Ableitung des Ausdruckes für den Magnetisierungsstrom haben wir angenommen, daß die magnetisierende Kraft einzig und allein dazu dient, den magnetischen Fluß durch das Eisen zu treiben, mit anderen Worten, wir haben angenommen, daß der Pfad für die Kraftlinien nicht durch Luft oder andere Zwischenräume unterbrochen ist, daß der Eisenkörper des Transformators also keine Querfugen hat. Nun ist aber schon hervorgehoben worden, daß in manchen Typen der Eisenkörper nicht aus einem stoßfreien Stück mit überlappenden Blechen besteht, sondern behufs bequemer Montage aus einzelnen Teilen mit ebenen Stoßflächen zusammengesetzt wird. An diesen Stoßflächen kann aber die Berührung aus den in Kapitel III angegebenen Gründen keine vollkommene sein, und es wird dadurch dem Flusse der Kraftlinien ein gewisser Widerstand geboten. Wenn δ die gesamte Dicke dieser Trennungsschichten ist (also $\frac{\delta}{2}$ oder $\frac{\delta}{4}$ die Dicke einer jeden bei 2 bezw. 4 den Weg der Kraftlinien unterbrechenden Stoßflächen), und B die an diesen Flächen herrschende Induktion bedeutet, so ist, weil für Luft- und Isoliermaterial $\mu = 1$, die zur Überwindung der magnetischen Luftwiderstände nötige magnetisierende Kraft

$$0{,}4\,\pi\,n\,I : \delta,$$

und die aufgewendeten effektiven Ampèrewindungen sind

$$n\,i = \frac{B\,\delta}{1{,}77}.$$

Der Magnetisierungsstrom ist also durch die Formel gegeben

$$i_u = \frac{B}{1{,}77\,n}\left(\frac{l}{\mu} + \delta\right),$$

wobei l und δ in Zentimetern einzusetzen sind. Dabei ist angenommen, daß die Stoßfläche gleich dem Querschnitt des Kernes ist. Wenn der Transformator einen kontinuierlichen Kern (also ohne Stoßflächen) hat, so ist $\delta = 0$ und die Formel ist

$$i_\mu = \frac{B\,l}{1{,}77\,n\,\mu},$$

wie schon oben angegeben. Bei Dreiphasentransformatoren ist n die

Windungszahl einer Phase und l und δ die zu einer Phase gehörigen Werte. Bei Sternschaltung ist i_μ der Linienstrom bei Leerlauf; bei Dreieckschaltung ist er $i_\mu \sqrt{3}$.

Wenn wir uns zunächst auf Transformatoren beschränken, welche keine Stoßfugen haben, wo also δ tatsächlich Null ist, so können wir diese Formel benützen, um μ als Funktion der Induktion B zu berechnen, und zwar aus Versuchen mit fertigen Transformatoren. Man läßt den Transformator bei offenem sekundären Stromkreis arbeiten und bestimmt die Stromstärke bei Leerlauf und den gesamten Wattverlust, während gleichzeitig die Primärspannung und Periodenzahl beobachtet werden. Aus diesen Beobachtungen bestimmt man mit Zuhilfenahme der als bekannt vorausgesetzten Konstruktionsdaten die Induktion B und diejenige Komponente des Stromes, welche zur Deckung der Verluste nötig ist. Ist P_v der Effektverlust bei Leerlauf, den wir mittels des Wattmeters bestimmen, und e die Spannung, so ist

$$i_h = P_v : e.$$

Bei guten und selbst schon bei mittelguten Transformatoren ist die Leerlaufstromstärke so klein, daß die dadurch erzeugte Stromwärme in den Windungen der Spule vernachlässigt werden kann. Der Verlust P_v ist also lediglich durch Hysteresis und Wirbelströme verursacht. Es sei i_0 der gemessene Leerlaufstrom. Den Magnetisierungsstrom bestimmt man dann aus

$$i_\mu = \sqrt{i_0^2 - i_h^2}$$

und findet daraus

$$\mu = \frac{B\,l}{1{,}77\,n\,i_\mu}.$$

Wenn man den Versuch bei verschiedener Primärspanaung macht, so kann man auf diese Weise eine Reihe von zusammengehörigen Werten von μ und B finden und diese dann zur Bestimmung des Leerlaufstromes neu zu konstruierender Transformatoren benützen.

Die folgende Tabelle enthält eine Reihe von zusammengehörigen Werten von μ und B, welche auf die hier angegebene Weise gefunden wurden. Das in den Versuchstransformatoren verwendete Eisen war verschieden, lag aber in bezug auf Eisenverlust innerhalb zulässiger Grenzen. Es stellte sich bei den Versuchen übrigens heraus, daß die Permeabilität kein Maß für die Güte des Eisens

ist und daß der Unterschied der Permeabilität bei den verschiedenen Eisensorten nicht bedeutend ist. Die folgende Tabelle enthält Mittelwerte.

$B =$	2000	3000	4000	5000	6000	7000
$\mu =$	1300	1720	2070	2330	2570	2780

Einfluß der Stoßfugen. Es erübrigt noch zu untersuchen, welchen Einfluß Stoßfugen auf den Leerlaufstrom haben. Auf seine Wattkomponente haben sie natürlich keinen Einfluß, denn diese hängt nur von den Verlusten, nicht aber von dem magnetischen Widerstand ab. Die wattlose Komponente wird jedoch durch den magnetischen Einfluß der Fugen sehr bedeutend beeinflußt. Das erhellt sofort aus der Anwendung der Formel

$$i_\mu = \frac{B}{1{,}77\, n}\left(\frac{\lambda}{\mu} + \delta\right)$$

auf einige praktische Beispiele. In Kerntransformatoren der Type Fig. 16 oder Fig. 17 würden bei Zusammensetzung des Eisenkörpers aus einzelnen Stücken vier Stoßfugen entstehen. Der Zwischenraum zwischen den Blechkanten in jeder Fuge kann selbst bei der sorgfältigsten Bearbeitung nicht wohl kleiner als 0,25 bis 0,3 mm angenommen werden. Es ist also bei 0,3 mm Fugendicke $\delta = 0{,}12$. Die Permeabilität ist von der Größenordnung 2000. Die Länge l des magnetischen Pfades richtet sich nach der Größe des Transformators. Bei kleinen Transformatoren von 1 bis 10 KW schwankt sie zwischen den Grenzen 70 bis 160 cm und bei größeren Transformatoren von etwa 100 KW ist sie ungefähr 300 cm. Nehmen wir als Mittelwert bei kleinen Transformatoren 100 und bei größeren 250 cm an, so finden wir, daß der Bruch $\frac{l}{\mu}$ zwischen den Grenzen 0,05 und 0,15 liegt. Der Ausdruck in der Klammer wird also durch die Stoßfugen bei kleinen Transformatoren von 0,05 auf 0,17 und bei größeren von 0,15 auf 0,27 erhöht. Das ist eine Vergrößerung um 240 bezw. 80 %. Der Einfluß dieser Vergrößerung mag an einem praktischen Beispiel erläutert werden.

Es sei bei einem kleinen Transformator ohne Stoßfugen der Magnetisierungsstrom $i_\mu = 4\,\%$ und der zur Deckung des Eisenverlustes nötige Strom $i_h = 3\,\%$ des vollen Betriebsstromes. Dann ist der Leerlaufstrom $i_0 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\,\%$ des vollen Betriebsstromes. Jetzt bauen wir genau denselben Transformator, aber mit

vier Stoßfugen. Dadurch wird i_h nicht geändert; i_μ ist jedoch jetzt auf 13,6 % angewachsen, und der Leerlaufstrom ist jetzt $\sqrt{2^2 + 13{,}6^2} = 14\,\%$. In einem großen Transformator ohne Stoßfugen sei $i_h = 1{,}5\,\%$ und $i_\mu = 2\,\%$. Dann ist $i_0 = \sqrt{1{,}5^2 + 2^2} = 2{,}5\,\%$. Wird nun der gleiche Transformator mit Stoßfugen gebaut, so ist $i_\mu = 3{,}6\,\%$ und $i_0 = \sqrt{3{,}6^2 + 1{,}5^2} = 3{,}9\,\%$. Durch die Anwendung von Stoßfugen ist also der Leerlaufstrom beim kleinen Transformator auf nahezu das Dreifache und beim großen auf mehr als das Anderthalbfache gestiegen.

Bei Manteltransformatoren liegen die Verhältnisse noch ungünstiger, weil die Länge des magnetischen Pfades l hier nur etwa ein Drittel der entsprechenden Größe in Kerntransformatoren beträgt und der schädliche Einfluß der Stoßfugen daher um so fühlbarer wird. Es werden deshalb Manteltransformatoren nie mit Stoßfugen gebaut, sondern die Bleche nach einer der früher erläuterten Anordnungen einzeln in die Spulen eingesetzt. Bei großen Kerntransformatoren sind Stoßfugen allenfalls noch zulässig, besonders wenn der Transformator meistens unter Belastung arbeitet, weil dann der größere oder kleinere Magnetisierungsstrom gegenüber dem nützlichen oder Arbeitsstrom außer Betracht fällt. Für kleine Einzeltransformatoren, die an ein städtisches Verteilungsnetz angeschlossen werden, sind jedoch Stoßfugen unter allen Umständen zu vermeiden.

Drosselspule. Ein unbelasteter Transformator läßt nur einen geringen Strom (den Leerlaufstrom) durch, wenngleich den Primärklemmen die volle Spannung aufgedrückt wird. Der Transformator drosselt gewissermaßen den Strom ab und wirkt so als Drosselspule. Für manche Zwecke ist es aber nötig, daß die drosselnde Wirkung nicht bei einem kleinen Bruchteil des Stromes, sondern bei dem vollen Strom, den die Wickelung führen kann, eintritt; und ein solcher Arbeitszustand kann offenbar dadurch erreicht werden, daß man den magnetischen Widerstand genügend groß macht. Ihn durch Verkleinerung des Eisenquerschnittes zu vergrößern, ist nicht angängig, denn dann würde infolge der übergroßen Induktion der Verlust im Eisen und seine Erhitzung zu groß werden. Der zusätzliche Widerstand muß in jenen Teil des magnetischen Pfades gelegt werden, der frei von Hysteresis ist, also in die Fugen, die dann nicht mehr Stoßfugen sind, sondern Luftspalten von meßbarer Länge. Wenn wir den magnetischen Widerstand im Eisen gegen den in den

Luftspalten vernachlässigen, so ist die effektive Stromstärke, welche die Drosselspule durchläßt,

$$i = \frac{B\delta}{1{,}77\, n}$$

$$i = \frac{B\delta}{0{,}4\,\pi\, n \sqrt{2}}$$

und ihr Scheitelwert

$$I = \frac{B\delta}{0{,}4\,\pi\, n}.$$

Ist A der Querschnitt der Luftschichte, so ist der Scheitelwert der EMK

$$E = \omega\, A\, B\, n\, 10^{-8}.$$

Die Momentanwerte von Strom und EMK sind dann

$$i = I \sin \alpha$$
$$e = E \cos \alpha,$$

und der Momentanwert der Leistung ist

$$e\, i = E\, I \sin \alpha \cos \alpha.$$

Zwischen den Grenzen $\alpha = 0$ und $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ist die Leistung positiv, zwischen den Grenzen $\alpha = \frac{\pi}{2}$ und $\alpha = \pi$ ist sie negativ, zwischen den Grenzen $\alpha = \pi$ und $\alpha = \frac{3}{2}\pi$ ist sie wieder positiv und so weiter. Man sieht, daß während einer vollen Periode die Drosselspule zweimal Arbeit aufnimmt und zweimal Arbeit abgibt. Um den Betrag der in einer viertel Periode aufgenommenen Arbeit $\mathcal{E}$ zu finden, bilden wir

$$\mathcal{E} = \int_0^{\frac{T}{4}} E\, I \sin \alpha \cos \alpha\, dt$$

$$\mathcal{E} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} E\, I \sin \alpha \cos \alpha\, d\alpha \frac{dt}{d\alpha}$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\omega} \int_0^{\frac{\pi}{2}} E\, I \sin \alpha \cos \alpha\, d\alpha$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\omega}\, e\, i \text{ oder } \mathcal{E} = \frac{e\, i}{2\,\pi\, \nu}.$$

Wenn also der Strom, den die Drosselspule durchlassen, und die Spannung, die sie abdrosseln soll, gegeben sind, so kann man die Energie in Watt-Sekunden berechnen, die in jeder viertel Periode in der magnetisierten Luft aufgespeichert beziehungsweise von ihr abgegeben wird.

Um diesen Energiewert zu finden, setzen wir die oben angegebenen Werte für e und i ein und erhalten

$$\mathcal{E} = \frac{1}{0{,}8\,\pi} A\,\delta\,B^2\,10^{-8}.$$

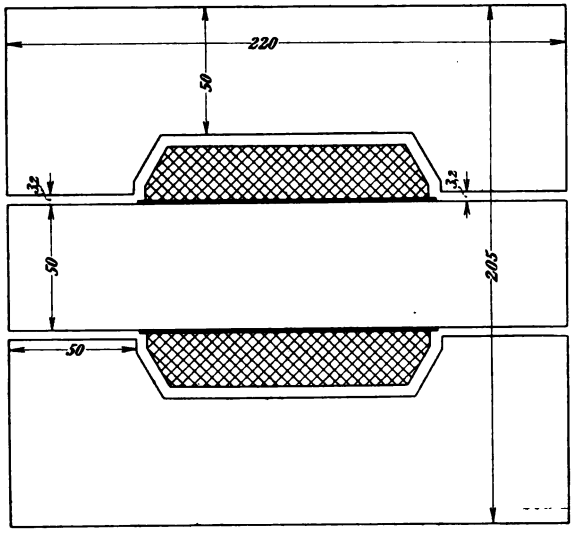


Fig. 43.

Dabei ist A in qcm und δ in cm zu nehmen. Das Produkt ist das Volumen der magnetisierten Luft in ccm. Wenn wir es in cdm einführen und mit V bezeichnen, so haben wir

$$\mathcal{E} = 4\,V\left(\frac{B}{1000}\right)^2.$$

Jeder Liter mit der Induktion B magnetisierter Luft ist also der Träger von $\left(\frac{B}{500}\right)^2$ Watt-Sekunden oder Joule. Wie man sieht ist die Volt-Ampere-Leistung einer Drosselspule nur von der Induktion in der Luft und vom Luftvolumen abhängig.

Beispiel. Es sei eine Drosselspule für 100 V und 10 A bei $\nu = 50$ zu konstruieren. Es ist also

$$\mathfrak{G} = \frac{1000}{314} = 3{,}2 \text{ Joule}.$$

Bei $B = 5000$ enthält 1 l Luft 100 Joule; wir müssen also 0,032 l = 32 ccm Luft in den magnetischen Pfad einschalten. Der Eisenkörper wird zweckmäßig nach Art eines Manteltransformators ausgebildet; wir erhalten so vier Luftspalten, jede von 8 ccm Rauminhalt. Bei 25 qcm Querschnitt erhält jeder Luftspalt 3,2 mm Länge und die Erregung für Luft allein wird

$$nI = \frac{5000 \times 2 \times 0{,}32}{0{,}4\,\pi}$$

$$nI = 2550$$

oder mit einem entsprechenden Zuschlag für das Eisen

$$nI = 2800.$$

Da $I = 14$ A, so sind 200 Windungen nötig. Die Drahtstärke ist 2,6 mm (3 mm besponnen). Die Skizze (Fig. 43) auf voriger Seite zeigt die Anordnung des Eisenkörpers und der Wickelung. Die eingeschriebenen Maße sind mm.

Der Gesamtverlust ist etwa 55 Watt[1]), was einem Leistungsfaktor von 0,055 und einem Phasenwinkel von 86° 50′ entspricht. Bei intermittierendem Betrieb reicht Luftkühlung aus; soll die Drosselspule aber längere Zeit eingeschaltet bleiben, so muß sie in einen Kasten in Öl gestellt werden.

[1]) Die durch eine Drosselspule erzeugte Phasenverschiebung wird ein Maximum, wenn Eisen- und Kupferwärme gleich sind.

Fünftes Kapitel.

Konstruktion eines Transformators. — Günstigste Verteilung des Kupfers zwischen beiden Spulen. — Kosten des aktiven Materiales. — Günstigste Verteilung der Verluste. — Wirtschaftlicher Betrieb. — Konstruktionsdetails.

Konstruktion eines Transformators. Um die praktische Anwendung der bisher gegebenen Formeln und Regeln zu zeigen, soll nun ein Transformator durchkonstruiert werden. Wir wählen die Kerntype und nehmen die Kerndicke zu 125 mm an. Die Abmessungen des Wickelungsraumes sind dann $a = 160$; $b = 450$ mm. Der Transformator möge für $\nu = 50$ bestimmt sein, und wir wählen zunächst für die Induktion $B = 5000$. Die Bleche werden durch isolierte Bolzen an den Ecken zusammengehalten, und die Spulen werden auf Papierzylinder, die entsprechende Flanschen haben, gewickelt und einzeln aufgeschoben. Dabei ist es in elektrischer Beziehung gleichgültig, ob die Hochspannungs- oder die Niederspannungsspule außen zu liegen kommt, nicht jedoch in mechanischer. Es kommt manchmal vor, daß man, nachdem der Transformator fertig ist, sein Umsetzungsverhältnis in kleinen Grenzen korrigieren muß. Das geschieht am bequemsten durch Auf- oder Abwickeln einiger Windungen des dünnen Drahtes, und, um das ohne Demontage machen zu können, wollen wir die Niederspannungsspule innen und die Hochspannungsspule außen legen.

Um etwas an Draht zu sparen, wollen wir die Ecken des Kernes um 20 mm abschrägen, was dadurch geschieht, daß man beim Zusammenstellen der Kernbleche die nach außen zu liegen kommenden Bleche stufenweise schmäler nimmt. Der Kern wird dann durch Umwickelung mit starkem Baumwollen- oder Hanfband zusammengehalten. Die Dicke dieser Bewickelung beträgt ungefähr

2 mm. Wenn man noch an den Ecken einen Spielraum von 2 mm behufs bequemer Aufschiebung der Spule läßt, so findet man aus der Zeichnung (Fig. 44), daß der innere Durchmesser des inneren Papierzylinders 160 mm beträgt. Seine Dicke kann zu 5 mm angenommen werden, so daß der innere Durchmesser der Sekundärspule 170 mm beträgt. Die Tiefe der Windungen und somit die mittlere Windungslänge können vorläufig nur annähernd geschätzt werden. Anhaltspunkte zu dieser Schätzung sind folgende: Aus den Dimensionen des Eisenkörpers ersieht man, daß der Abstand zwischen den Mittelpunkten der Spulen auf beiden Schenkeln 125 + 160 = 285 mm ist. Der äußere Durchmesser der Primär-

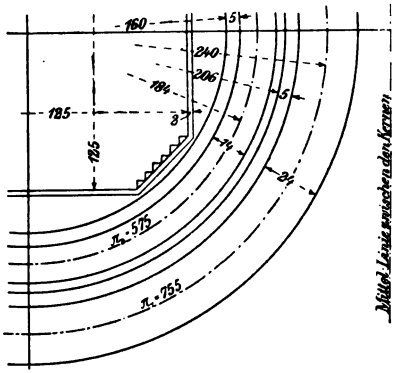


Fig. 44.

spulen könnte also höchstens 285 mm betragen; da aber dabei schon Berührung der beiden Spulen eintreten würde, so müssen wir den Durchmesser kleiner wählen. Ein gewisser Spielraum zwischen den beiden Spulen muß gelassen werden, erstens wegen etwaiger Unregelmäßigkeiten in der Herstellung und zweitens, um der Luft oder dem Öl Zugang zu verschaffen. Nehmen wir nun einen Spielraum von 20 mm an, so würde der äußere Durchmesser der Primärspulen 265 mm betragen. Wir haben also zwischen der innern Fläche der Sekundärspule und der äußern Fläche der Primärspule einen Raum von $\frac{1}{2}$ (265 — 170) = 47,5 mm. Dieser Raum setzt sich zusammen aus folgenden Größen: Tiefe der sekundären Wickelung, dem Spielraum zwischen letzterer und der Innenseite des primären Papierzylinders, der Dicke des Zylinders und der Tiefe der Primärwickelung. Für Spielraum rechnen wir 4 mm und für

die Dicke des primären Papierzylinders 5 mm. Es bleiben also 47,5 — 9 = 38,5 oder rund 38 mm auf die Wickelungstiefe der beiden Spulen zu verteilen. Dabei ist zu beachten, daß die Tiefe der primären Wickelung mehr als die Hälfte ausmachen wird, denn erstens ist wegen des dünnern Drahtes die Raumausnützung nicht so gut, und zweitens hat diese Spule den größern Durchmesser, dessen Einfluß auf den ohmischen Widerstand durch einen größern Drahtquerschnitt ausgeglichen werden muß. Als ersten Versuch für die Verteilung des Raumes kann man 60 % des Gesamtraumes der Primärspule und 40 % der Sekundärspule zuschreiben.

Günstigste Verteilung des Kupfers zwischen beiden Spulen. Der Wickelungsraum ist durch die Form des Eisenkörpers beschränkt. Deshalb ist für einen gegebenen Transformator das gesamte Kupfergewicht im primären und sekundären Stromkreis als konstant anzusehen. Die Verteilung dieses Gesamtgewichtes in die beiden Stromkreise ist jedoch nicht von vornherein gegeben. Je mehr Kupfer wir in den einen Stromkreis legen, um so weniger bleibt für den anderen übrig. Wenn wir also den ersten Stromkreis nur auf Kosten des anderen bereichern können, so muß es offenbar eine Verteilung des Kupfers zwischen die beiden Stromkreise geben, bei der die Summe der ohmischen Verluste ein Minimum wird, und dieses ist die richtige Verteilung.

In seiner allgemeinsten Form läßt sich das Problem folgendermaßen stellen. Gegeben ist ein Gesamtvolumen v, die Drahtlänge l_1 und l_2 in beiden Stromkreisen und die Ströme i_1 und i_2 in ihnen. Gesucht werden die Querschnitte der Drähte q_1 und q_2 bezw. die beste Verteilung von v in zwei Teile

$$v_1 = q_1 l_1$$
$$v_2 = q_2 l_2,$$

so daß der Gesamtverlust

$$P_v = w_1 i_1^2 + w_2 i_2^2$$

ein Minimum wird. Dabei bedeuten w_1 und w_2 die Widerstände der beiden Stromkreise. Ist k ein Koeffizient, der von den gewählten Maßeinheiten abhängt, so haben wir

$$w_1 = k \frac{l_1}{q_1}$$
$$w_2 = k \frac{l_2}{q_2}.$$

Die Bedingung des kleinsten Gesamtverlustes P_v ist

$$\frac{d P_v}{d q_1} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{d P_v}{d q_2} = 0.$$

Wählen wir die erste Gleichung, so haben wir

$$\frac{d}{d q_1} (w_1 i_1^2 + w_2 i_2^2) = 0.$$

Da

$$q_2 = \frac{v - l_1 q_1}{l_2},$$

so ist

$$\frac{d}{d q_1} \left(\frac{l_1}{q_1} i_1^2 + \frac{l_2^2}{(v - q_1 l_1)^2} i_2^2 \right) = 0$$

die Bedingung für q_1, damit der Gesamtverlust ein Minimum wird. Wir erhalten daraus

$$\frac{i_1}{q_1} = \frac{i_2}{q_2}.$$

Ist die Drahtlänge für beide Stromkreise gegeben, so nimmt der Gesamtverlust den kleinsten Wert an, wenn die Stromdichten gleich sind. Bei Scheibenwickelung wird man schon mit Rücksicht auf die vollständige Ausnützung des Wickelungsraumes die radiale Tiefe der Primär- und Sekundärscheiben gleich machen. Die Windungszahlen $n_1 n_2$ verhalten sich wie die Spannungen und diese fast nahezu wie die reziproken Werte der Stromstärken. Abgesehen von den (übrigens sehr kleinen) Verlusten haben wir wegen Gleichheit der Leistungen in beiden Stromkreisen

$$l_1 i_1 = l_2 i_2$$

$$k \frac{l_1}{q_1} i_1^2 = k l_1 i_1 \frac{i_1}{q_1}$$

$$k \frac{l_1}{q_1} i_1^2 = k l_2 i_2 \frac{i_1}{q_1}$$

$$k \frac{l_1}{q_1} i_1^2 = k \frac{l_2}{q_2} i_2^2.$$

Im Falle der Scheibenwickelung bedeutet die Bedingung gleicher Stromdichte auch Gleichheit des Verlustes in beiden Stromkreisen.

In der obigen Ableitung haben wir angenommen, daß die beiden Drahtlängen von vornherein gegeben sind. Diese Voraussetzung trifft bei Scheibenwickelung zu, sie ist aber nicht mehr richtig bei Zylinderwickelung. Da stecken die Spulen ineinander, und es be-

steht deshalb zwischen den Drahtlängen l_1 und l_2 eine Beziehung, die von der Verteilung des Kupfergewichtes beeinflußt wird. Es ist also nicht zulässig, die Bedingung für den kleinsten Gesamtverlust unter der Voraussetzung aufzustellen, daß das Verhältnis l_1/l_2 von vornherein gegeben, also konstant ist. Man kann aber auch für diesen Fall die beste Verteilung des Kupfers rechnerisch bestimmen und kommt zu dem Ergebnis, daß jetzt nicht gleiche Stromdichte, sondern gleicher Verlust die Bedingung für einen kleinsten Gesamtverlust ist. Die Überlegung ist, wie folgt.

Nennen wir die verfügbare Wickelungstiefe b und die Tiefe der Sekundärwickelung a, so ist die Tiefe der Primärwickelung $b - a$. Der innere Durchmesser der Sekundärspule sei D. Dann ist ihr ohmischer Widerstand proportional der Windungszahl n_2 und der mittleren Windungslänge $\pi\ (D + a)$. Er ist umgekehrt proportional dem Drahtquerschnitt, also bei gegebener Länge der Spule ist der ohmische Widerstand umgekehrt proportional der Wickelungstiefe a. Unter Zusammenfassung aller konstanten Größen in einen Koeffizienten k können wir schreiben

$$P_{v_2} = k\, n_2\, \frac{D + a}{a}\, i_2^2,$$

wobei P_{v_2} den Effektverlust durch Stromwärme in der Sekundärspule bezeichnet.

Für die Primärspule ergibt sich ein ähnlicher Ausdruck, nur müssen wir den Koeffizienten k noch mit dem Verhältnis der Windungszahlen multiplizieren, damit der gleiche Ausdruck auch für den dünneren Draht gilt. Das gibt

$$P_{v_1} = k\, n_1\, \frac{D + a + b}{b - a} \cdot \frac{n_1}{n_2}\, i_1^2.$$

Da nun $n_1^2\, i_1^2 = n_2^2\, i_2^2$, so kann man auch schreiben

$$P_{v_1} = k\, n_2\, \frac{D + a + b}{b - a} \cdot i_2^2,$$

und der gesamte Verlust durch Stromwärme ist

$$P_v = k\, n_2\, i_2^2 \left(\frac{D + a}{a} + \frac{D + a + b}{b - a} \right).$$

Damit dieser Verlust ein Minimum werde, muß a so gewählt werden, daß der eingeklammerte Ausdruck ein Minimum wird. Wenn wir den ersten Differentialquotienten bilden und gleich 0 setzen, so erhalten wir nach einigen Kürzungen

$$a^2 + a\,D - \frac{b\,D}{2} = 0,$$

woraus

$$a = -\frac{D^2}{2} + \sqrt{\frac{D}{4} + \frac{b\,D}{2}}.$$

Wenn man die beiden Brüche innerhalb der Klammern gleichsetzt, so erhält man ebenfalls den Ausdruck

$$a^2 + a\,D - \frac{b\,D}{2} = 0,$$

welcher der Bedingung für Minimalstromwärme entspricht.

Es ist dadurch bewiesen, daß die günstigste Konstruktion jene ist, bei welcher die durch Stromwärme erzeugten Verluste in beiden Spulen gleich sind. Wenn also unsere erste Annahme in bezug auf die Wickelungstiefen diese Gleichheit nicht erzielt, so muß die Verteilung des verfügbaren Wickelungsraumes zwischen beide Spulen entsprechend geändert werden. Übrigens ist zu bemerken, daß bei den zylindrischen Spulen mit geringer radialer Tiefe, wie sie in Transformatoren vorkommen, die Bedingung gleichen Verlustes sich fast nahezu mit jener der gleichen Stromdichte deckt, so daß man letztere, weil für die Berechnung einfacher, nicht nur bei Scheibenwickelung, sondern auch bei Zylinderwickelung ohne weiteres anwenden kann.

Wir berechnen also zunächst für die angenommene Induktion $B = 5000$ und Periodenzahl $\nu = 50$ die Windungszahlen und entwerfen die Wickelungen. Dabei finden wir, daß in der Primärspule zu viel und in der Sekundärspule zu wenig Stromwärme entwickelt wird. Um das Mißverhältnis auszugleichen, müssen wir die Tiefe der Wickelung in der Sekundärspule etwas verkleinern und in der Primärspule entsprechend vergrößern. Es ist nicht notwendig, diese vorläufigen Berechnungen hier durchzuführen; das Resultat ist folgendes:

Günstigste Wickelungstiefe der Sekundärspule 14 mm
„ „ „ Primärspule 24 mm.

Die Spulen können jetzt aufgezeichnet und die mittlere Windungslänge in jeder kann aus der Zeichnung nunmehr genau ermittelt werden. Das gibt

$$\pi_2 = 0{,}575 \text{ m} \qquad \pi_1 = 0{,}755 \text{ m}.$$

Wir berechnen nun zunächst den Eisenverlust und benützen dabei die Kurven in Fig. 9. Bei einer Induktion von 5000 beträgt

nach diesen Kurven der Verlust durch Hysteresis 1,55 und durch Wirbelströme 1,16 Watt pro Kilogramm per 100 Perioden in der Sekunde. Da unser Transformator jedoch nur mit 50 Perioden betrieben werden soll, so ist der Verlust durch Hysteresis nur die Hälfte und jener durch Wirbelströme nur ein Viertel des Wertes bei $\nu = 100$. Jedes Kilogramm des Kernes wird also 1,07 Watt gebrauchen. Der Querschnitt des Kernes ist mit Berücksichtigung der Abschrägungen 130 qcm; in den beiden Jochen, wo die Ecken nicht abgeschrägt sind, ist er 136 qcm. Die Induktionen sind also in Kern und Joch bezw. 5000 und 4770 und der magnetische Kraftlinienfluß ist $N = 0{,}65$ Millionen Linien. Die Gewichte bestimmt man aus der Zeichnung und erhält:

2 Kerne	116,8 kg,	$B = 5000$ bei	1,07 W,	Hysteresis	125 W.
2 Joche	61,2 „	$B = 4770$ „	0,95 „	„	58 „
Gesamtgewicht	178,0 kg.			Gesamtverlust	183 W.

Die gesamte abkühlende Oberfläche wird jetzt aus der Zeichnung bestimmt.

Die Berechnung ergibt 12 000 qcm. Nehmen wir nun zunächst an, daß der Transformatorkasten nicht mit Öl gefüllt werden soll, und daß bei Dauerbetrieb mit voller Belastung die Temperaturerhöhung 60° C. nicht übersteigen soll. Wir haben dann aus der Temperaturkurve (Fig. 31) für Luft $o = 31$, und die Belastung ist so zu wählen, daß der Gesamtverlust $12\,000 : 31 = 387$ Watt nicht übersteigt. Die Kupferwärme in allen Spulen ist also $387 - 183 = 204$ Watt, somit bei richtiger Verteilung zwischen beiden Wickelungen 102 Watt für jede Wickelung.

Wir haben nunmehr die Wickelung zu entwerfen. Dabei ist zu beachten, daß neben dem Spannungsverlust durch ohmischen Widerstand noch ein durch magnetische Streuung hervorgebrachter Spannungsverlust auftritt. Den letzteren kann man, wie später gezeigt wird, berechnen. Bei der gewählten Konstruktion ist er sehr klein, und seine Komponente in der Richtung des Stromvektors wird bei Belastung mit Glühlampen weniger als 1 % betragen. Wenn wir nun den ohmischen Verlust in den Wickelungen zu ungefähr $1\frac{1}{2}$ % annehmen, so wird die sekundäre Klemmenspannung zwischen Leerlauf und Vollbelastung um nahezu $2\frac{1}{2}$ % verschieden sein.

Da $N = 130 \times 5000 = 650\,000$ und $\nu = 50$, so erhalten wir aus der Formel

$$e_2 = 4{,}44\ \nu\ n_2 N 10^{-8}$$

die Windungszahl n_2. Diese muß offenbar eine ganze Zahl sein, und wenn wir die Anordnung der Wickelung auf beiden Schenkeln symmetrisch machen (was wegen Raumausnützung erwünscht ist), so muß n_2 auch eine gerade Zahl sein. Die nächste gerade Zahl, welche in die Formel paßt, ist

$$n_2 = 70;$$

wobei $e_2 = 101{,}23$ wird, wenn $B = 5000$ ist.

Wenn nun Spannungsabfall weder durch Streuung noch durch ohmische Verluste eintreten würde (wie das bei Leerlauf der Fall ist), so wäre die Anzahl der Primärwindungen 2000 : 100 = 20-mal so groß zu nehmen. Wir würden also $n_1 = 1400$ erhalten. Dann würde die Spannung an den Sekundärklemmen bei Leerlauf und bei 2000 Volt Primärspannung genau 100 Volt betragen, jedoch bei Vollbelastung um $2\frac{1}{2}\,\%$ abnehmen, also nur 97,5 Volt betragen. Will man nun bei Vollbelastung die volle Spannung von 100 Volt an den Sekundärklemmen erhalten, so muß das Übersetzungsverhältnis um $2\frac{1}{2}\,\%$ vermindert werden. Die Windungszahl in der Primärwickelung muß also um $2\frac{1}{2}\,\%$, das ist um 35 Windungen, kleiner gemacht werden. Wir erhalten somit

$$n_1 = 1365.$$

Es ist dann bei Leerlauf e_2 nicht 101,23, sondern 102,5 Volt, und die Induktion ist im gleichen Verhältnisse, d. h. um 102,5 — 101,23 = 1,27 %, gestiegen. Sie beträgt also jetzt nicht 5000, sondern 5063. Wenn man diese Korrektion an dem früher bestimmten Eisenverlust macht, so findet man, daß derselbe nunmehr nicht 183, sondern 189 Watt beträgt.

Wir können jetzt mit Hilfe der Zeichnung jene Drahtstärken bestimmen, welche in den verfügbaren Wickelungsräumen untergebracht werden können. Für die Länge der Spulen ist die Höhe des Fensters maßgebend (in unserem Falle 45 cm), wobei noch der Raum für die Flanschen und ein gewisser Spielraum abzuziehen ist. Man kann für diese Zwecke etwa $3\frac{1}{2}$ cm in Abzug bringen, so daß die Spulen selbst eine wirkliche Länge von 41,5 cm haben. Jede Sekundärspule muß 35 Windungen erhalten. Wenn man diese in einer einzigen Lage anbringen wollte, so würde der Draht hoch kantig gewickelt werden müssen, was gewisse Schwierigkeiten macht. Es ist also besser, die sekundäre Wickelung in zwei Lagen von zusammen 35 Windungen anzubringen, eine Lage mit 18 und die

andere mit 17 Windungen. Da nun beim Übergang von der unteren auf die obere Lage der Raum einer Windung verloren geht, so muß die Breite des besponnenen Drahtes nicht $^1/_{18}$ sondern $^1/_{19}$ der Spulenlänge sein, also 41,5 : 19 = 21,8 mm betragen. Die Dicke des Drahtes ist durch die Wickelungstiefe von 14 mm schon festgesetzt. Rechnet man 0,5 mm Bespinnung (also einen Zuschlag von 1 mm per Draht), so findet man, daß der nackte Draht 6 mm tief und 20,8 mm breit sein kann. Da es jedoch nicht möglich ist, die einzelnen Windungen mit mathematischer Genauigkeit nebeneinander zu legen, so wollen wir die Breite zu 20 mm annehmen. Wir haben somit in den Sekundärspulen rechteckigen Draht von 6×20 mm = 120 qmm Querschnitt und einer Länge von $70 \times 0{,}575 = 40{,}5$ m, oder mit Zuschlag von 0,5 m für die Verbindungen rund 41 m. Der Widerstand berechnet sich unter Berücksichtigung der Temperaturerhöhung aus

$$W_2 = \frac{0{,}02\, l_2}{120} \text{ zu } W_2 = 0{,}00682 \text{ Ohm.}$$

Eine ähnliche Rechnung, für die Primärspulen ausgeführt, zeigt, daß runder Draht von 3,1 mm Durchmesser (besponnen auf 3,67 mm) verwendet werden muß. Es kommen 112 Windungen auf eine Lage, und es sind im ganzen auf jedem Schenkel 6 Lagen und 10 bezw. 11 Windungen erforderlich. Die Windungslänge ist 1030 m, und der Widerstand warm ist

$$W_1 = 2{,}8 \text{ Ohm.}$$

Wir können jetzt den Gesamtverlust bei verschiedenen Belastungen bestimmen, wobei durchweg für $B = 5063$ der Eisenverlust mit 189 Watt in Rechnung zu setzen ist. Die folgende Tabelle enthält das Ergebnis.

Belastung in Kilowatt .	8	9	10	11	12	13	14	15
Sekundärstrom, Ampere	80	90	100	110	120	130	140	150
Primärstrom, Ampere .	4,125	4,634	5,15	5,664	6,18	6,7	7,22	7,44
Stromwärme	91	115	143	172	205	241	278	321
Eisenverlust	189	189	189	189	189	189	189	189
Gesamtverlust	280	304	332	361	394	430	467	510
Prozentualer Verlust .	3,5	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,4
Abkühlungsfläche per Watt	43	40	36	33	30	28	26	24
Temperaturerhöhung; Kasten ohne Öl . .	48	52	55	57	61	63	66	68
Temperaturerhöhung; Kasten mit Öl gefüllt	37	38	41	43	45	47	48	50

Wenn also der Transformator, wie eben angenommen, nicht mit Ölfüllung versehen werden soll, so wird man ihn höchstens bis auf 12 KW belasten dürfen. Der Gesamtverlust beträgt dabei 394 W. Es müssen also 12 394 W zugeführt werden, und der Wirkungsgrad ist

$$\eta = \frac{12\,000}{12\,394} = 97\,\%.$$

Bei Olfüllung kann man bis auf 15 KW belasten und erhält ungefähr den gleichen Wirkungsgrad; dabei ist jedoch die Temperaturerhöhung nur 50° C.

Kosten des aktiven Materiales. Der Wirkungsgrad allein reicht jedoch nicht aus, um die Güte der Konstruktion zu beurteilen. Wir müssen auch das Gewicht und die Kosten mit in Betracht ziehen, und zwar bezogen auf das Kilowatt Leistung. Wenn man das Kilogramm gestanztes oder zugeschnittenes Blech zu 75 Pf. und das Kilogramm besponnenen Kupferdraht zu M. 1,75 in Rechnung setzt, so erhält man für die Kosten:

Eisen	178 kg à 0,75	. . . .	M. 134
Kupfer . . .	112 „ à 1,75	. . . .	„ 195
Gesamtgewicht	290 kg.	Gesamtkosten	M. 329.

Das Gesamtgewicht und die Gesamtkosten beziehen sich nur auf das aktive Material, d. h. Eisenblech und Kupferdraht.

	Luftkühlung	Ölkühlung
Leistung Kilowatt	12	15
Gewicht des aktiven Materiales pro Kilowatt	24,2 kg	19,4 kg
Kosten des aktiven Materiales pro Kilowatt	27,4 M.	21,9 M.

Günstigste Verteilung der Verluste. Der mit Ölkühlung arbeitende Transformator stellt sich also leichter und billiger im Verhältnis zu seiner Leistung als der mit Luftkühlung arbeitende. Außerdem ist seine Temperaturerhöhung kleiner. Allerdings ist bei ersterem der prozentuale Verlust etwas größer, nämlich 3,4 % der Leistung gegen 3,3 % bei Luftkühlung. Bei einer Belastung zwischen 10 und 14 KW ist der Wirkungsgrad am größten. Der unteren Grenze entspricht ein Eisenverlust von 67 % und der oberen ein Eisenverlust von 40 % des Gesamtverlustes. Die Zahlen der Tabelle sind abgerundet; rechnet man sie auf mehrere Dezimalen

genau aus, so findet man engere Grenzen, deren Mittel etwa 50% für den Eisenverlust und 50% für Stromwärme ausmacht. Es liegt also der Gedanke nahe, daß die beste Konstruktion jene ist, bei der Eisen- und Kupferverluste ungefähr gleich werden. Wenn diese Voraussetzung zutrifft[1]), müßte sich der Wirkungsgrad des 15 KW-Transformators dadurch verbessern lassen, daß man das Eisen mehr und das Kupfer weniger beansprucht. Der Gesamtverlust ist bei 15 KW nach obiger Tabelle 510 Watt. Wir wollen nun die Wickelung so ändern, daß der Eisenverlust etwa die Hälfte des Gesamtverlustes ausmacht, also ungefähr 255 Watt beträgt. Der Verlust pro Kilogramm Eisen darf also jetzt bei 50 Perioden im Mittel 1,43 Watt betragen.

Eine einfache Rechnung zeigt, daß der Eisenverlust von 255 Watt erreicht wird bei $B = 6000$ in den Kernen und $B = 5750$ in den Jochstücken. Wir haben

2 Kerne . .	116,8 kg	$B = 6000$	bei 1,5 W . . 174 W
2 Joche . .	61,2 -	$B = 5750$	- 1,32 W . . 81 W
Zusammen .	178,0 kg		- 1,43 W . . 255 W.

Bei einer Induktion von 6000 wird $N = 0{,}78$ und $n_2 = 58$. Es kommen also auf jeden Schenkel 29 Windungen sekundären Drahtes in zwei Lagen von 15 und 14 Windungen. Der Draht kann 24,5 × 6 mm nackt oder 25,5 × 7 mm besponnen sein. Der Widerstand der sekundären Wickelung ist, wenn warm, 0,0046 Ohm.

---

[1]) Der allgemeine Beweis hierfür ist, wie folgt: Bezeichnet C die im Eisen verlorene Leistung, die bei konstanter Klemmenspannung e natürlich auch konstant ist, und R einen Widerstand, der so gewählt ist, daß das Produkt Ri^2 die Summe der Stromwärme in beiden Wickelungen bei der Nutzleistung ei darstellt, so ist der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{ei}{Ri^2 + C}.$$

Da e konstant ist, so ist er nur von i abhängig und wird ein Maximum für

$$\frac{d\eta}{di} = 0$$

welche Bedingung offenbar erfüllt ist für

$$C = Ri^2.$$

Das heißt, der beste Wirkungsgrad wird bei Gleichheit der Eisen- und Kupferwärme erreicht.

Die Anzahl der Primärwindungen ist $20 \cdot 58 \left(\frac{100 - 2{,}5}{100}\right) = 1130$.

Bei 3,5 mm Draht (besponnen auf 4,2 mm) kommen auf jede Lage 98 Windungen. Es sind also auf jedem Schenkel fünf Lagen und 75 Windungen zu wickeln. Der Widerstand ist warm 1,78 Ohm. Das gesamte Kupfergewicht ist 117 kg. Bei 15 KW Belastung haben wir folgende Verluste:

Kupferwärme primär . . .	106 *W*
- sekundär . .	103 -
Eisenwärme	255 -
Insgesamt	464 *W*.

Der Gesamtverlust ist jetzt nur 3,1 % der Leistung und nicht 3,4 wie früher. Gleichzeitig ist die Temperaturerhöhung um 2° C. geringer. Die Verbesserung ist eine Folge der günstigern Verteilung der Eisen- und Kupferverluste. Wir haben uns durch Vergrößerung des erstern und Verminderung des letztern dem günstigsten Zustande gleicher Verluste in Eisen und Kupfer genähert. Mit Ölkühlung sind die Betriebsverhältnisse dieses Transformators, wie in folgender Tabelle angegeben.

Belastung in KW	12	15	17
Sekundärstrom	120	150	170
Primärstrom	6,18	7,72	8,75
Kupferverlust	134	209	270
Eisenverlust	255	255	255
Gesamtverlust	389	464	525
Prozentualer Verlust	3,25	3,1	3,1
Temperaturerhöhung	44	48	52

Bei 15 KW ist der Eisenverlust etwas weniger als die Hälfte des Gesamtverlustes, bei 17 KW ist er etwas mehr. Beide Belastungen sind in bezug auf den Wirkungsgrad gleich günstig. Man sieht hieraus, daß man es mit der gleichen Verteilung der Verluste zwischen Kupfer und Eisen nicht allzu genau zu nehmen braucht. Es genügt, wenn die Gleichheit nur in grober Annäherung erreicht wird. Übrigens ist ein gewisser Spielraum in dieser Beziehung nützlich. Soll der Transformator hauptsächlich für Beleuchtung dienen, so wird man den Eisenverlust etwas kleiner machen als den Kupferverlust bei Vollbelastung, um dem Umstande Rechnung zu tragen, daß der Transformator die meiste Zeit über nur schwach belastet ist. Handelt es sich jedoch um einen Transfor-

mator für eine Kraftanlage, die jeden Tag viele Stunden lang so ziemlich vollbelastet ist, so wird man zweckmäßig den größeren Teil des Gesamtverlustes in das Eisen legen, weil man dadurch eine billigere Konstruktion erhält.

Wirtschaftlicher Betrieb. Wir haben aus den obigen Beispielen gesehen, daß für einen bestimmten Transformator jene Belastung den größten Wirkungsgrad erzielt, bei der die Verluste in Eisen und Kupfer so ziemlich gleich sind. Nun kann dieser Zustand natürlich nicht bei allen Belastungen eintreten, sondern streng genommen nur bei einer. Der Konstrukteur wird also beim Entwurf des Transformators darauf Bedacht nehmen, daß die günstigste Verteilung der Verluste bei jener Belastung eintritt, die im Jahresbetrieb überwiegt. Nun ist es aber bei kleinen Transformatoren praktisch unmöglich, die Konstruktion jedem Fall genau anzupassen. Solche Transformatoren sind Massenartikel, und bei ihrer Herstellung weiß der Fabrikant meistens nicht, wie sie später verwendet werden sollen. Es werden einfach so viele Dutzend oder so viele hundert Stück von jeder Type gleichzeitig hergestellt und dann der Nachfrage entsprechend geliefert.

Wenn es nun auch nicht möglich ist, in jedem einzelnen Fall die Konstruktion den Betriebsverhältnissen anzupassen, so kann man doch, ohne das Prinzip einer Massenfabrikation deshalb aufzugeben, eine Anpassung an diese Verhältnisse wenigstens in gewissem Grade erzielen, indem man von jeder Größe zwei Typen baut, eine für jene Fälle, wo die Belastung in sehr weiten Grenzen schwankt, und die andere für weniger stark schwankende Belastung.

Bei letzteren wird man zweckmäßigerweise den Eisenverlust etwas größer halten als den Kupferverlust. Man wird also z. B. für eine Anlage, die bei geringen Schwankungen durchschnittlich 15 Kwt. beansprucht, die oben behandelte Konstruktion wählen. Dabei ist der Eisenverlust 255 und der Kupferverlust 209 Watt Dieser Transformator wäre jedoch für eine Anlage mit stark schwankender Belastung nicht so vorteilhaft als einer, bei dem der Eisenverlust kleiner und der Kupferverlust größer ist. Ein solcher Transformator ist der früher behandelte, bei dem der Eisenverlust 189 und der Kupferverlust 321 Watt war. Wir wollen diese beiden Arten kurzweg Lichttype und Krafttype nennen. Um nun zu entscheiden, ob es sich verlohnt, diese beiden Typen statt einer einzigen zu fabrizieren, wollen wir den jährlichen Wirkungsgrad für

beide Typen berechnen unter der Voraussetzung, daß sie einmal für eine Lichtanlage mit stark schwankender Belastung und das andere Mal in einer Kraftanlage mit wenig schwankender Belastung verwendet werden. Der leichteren Übersicht halber stellen wir zunächst die Daten der beiden Transformatoren tabellarisch zusammen. I bedeutet Lichttype und II bedeutet Krafttype.

	I	II
Induktion im Kern	5063	6000
Leistung in KW	15	15
Eisenverlust, Watt	189	255
Kupferverlust, Watt	321	209
Gesamtverlust, Watt	510	464
Gewicht des aktiven Materiales, kg .	290	295
Kosten - - - M. .	329	338

Die Lichtanlage enthalte ein Äquivalent von 300 Lampen zu 50 Watt, und die Brennzeit der Lampen sei durch folgende Tabelle gegeben. Die vier letzten Spalten geben die durch Stromwärme im Transformator verlorene Leistung und Arbeit.

Tabelle der Brennzeit.

Stunden	Gleichzeitige Lampen	Lampenstunden	Verlorene Stromwärme			
			Watt		Wattstunden	
			I	II	I	II
40	300	12 000	321	209	12 800	8 400
90	210	18 900	157	102	14 200	9 200
500	120	60 000	52	34	26 000	17 000
1 000	60	60 000	13	9	13 000	9 000
800	30	24 000	3	2	2 400	1 600
6 330	0	0	0,2	0,2	1 300	1 300
8 760		174 900			69 700	46 500

Die durchschnittliche Brennzeit der installierten Lampen ist 580 Stunden. Geliefert wird eine Arbeit von $\frac{174\,900}{1000} \times 50 = 8745$ KW-St.

Dem Transformator muß außer dieser Arbeit noch zugeführt werden die Stromwärme von 69,7 KW-St. bei Type I oder 46,5 KW-St. bei Type II und die Eisenwärme. Letztere macht bei I 1660 und bei Type II 2240 KW-St. aus. Unter der gewöhnlich zutreffenden Voraussetzung, daß der Transformator bei einer Licht-

anlage primär nicht abgeschaltet wird, berechnet sich nunmehr der jährliche Wirkungsgrad für diese beiden Typen, wie folgt:

	Type I	Type II
Gelieferte Arbeit, KW-St. . . .	8 745	8 745
Verlorene Stromwärme, KW-St. .	69,7	46,5
Verlorene Eisenwärme, -	1 660	2 240
Zugeführte Arbeit, KW-St. . . .	10 474,7	11 031,5
Jährlicher Wirkungsgrad % . . .	83,5	79,4

Es kostet also Type II im Jahre rund 560 KW-St. mehr als Type I. Die Herstellungskosten eines Transformators dieser Größe betragen etwa das $2^1/_2$- bis 3-fache der Kosten des aktiven Materials, also für Type I rund 900 M. und für Type II etwa 30 M. mehr. Der Unterschied ist so gering, daß wir ihn vernachlässigen und annehmen können, beide Transformatoren sind in bezug auf Herstellungskosten gleichwertig. Man wird also durch Verwendung der Type I den Strompreis von 560 KW-St. jährlich sparen. Gewöhnlich werden Transformatoren, die an ein Stadtnetz angeschlossen sind, vom Elektrizitätswerk geliefert, und der Zähler wird sekundär angeschlossen, so daß nur die den Lampen gelieferte, nicht aber die im Transformator verlorene Arbeit vom Abnehmer bezahlt wird. Das Werk muß also den Verlust tragen. Rechnet man die reinen Selbstkosten für Stromerzeugung zu 10 Pf., so macht dieser Mehrverlust, entstanden durch Verwendung einer ungeeigneten Transformatorentype, 56 M. jährlich aus, was zu 5% kapitalisiert den Anschaffungswert des Transformators übersteigt.

Wir gehen nun dazu über, die wirtschaftlichen Betriebsverhältnisse dieser beiden Typen in einer Kraftanlage zu untersuchen. Wir nehmen dabei an, daß der Transformator zum Betrieb einer kleinen Werkstatt dient, und daß er, wenn nicht im Gebrauch, primär abgeschaltet werden kann. Die ganze Betriebszeit betrage 3000 Stunden, und die Belastung sei verteilt, wie folgende Tabelle angibt.

Tabelle der Belastungszeit.

Stunden	Belastung		Verlorene Stromwärme			
			Watt		KW-St.	
	KW	KW-St.	I	II	I	II
1 500	15	22 500	321	209	482	314
1 500	12	18 000	206	134	309	200
3 000		40 500			791	514

Die Eisenverluste sind bei I 567 KW-St. und bei II 765 KW-St. Der jährliche Wirkungsgrad berechnet sich nunmehr, wie folgt:

	Type I	Type II
Gelieferte Arbeit, KW-St.	40 500	40 500
Verlorene Stromwärme, KW-St. .	791	514
Verlorene Eisenwärme, KW-St. . .	567	765
Zugeführte Arbeit, KW-St.	41 858	41 779
Jährlicher Wirkungsgrad % rund .	97	97

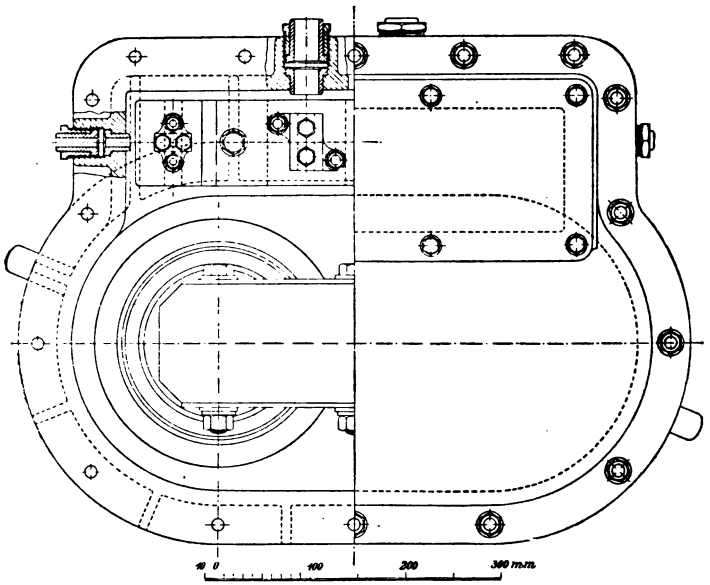
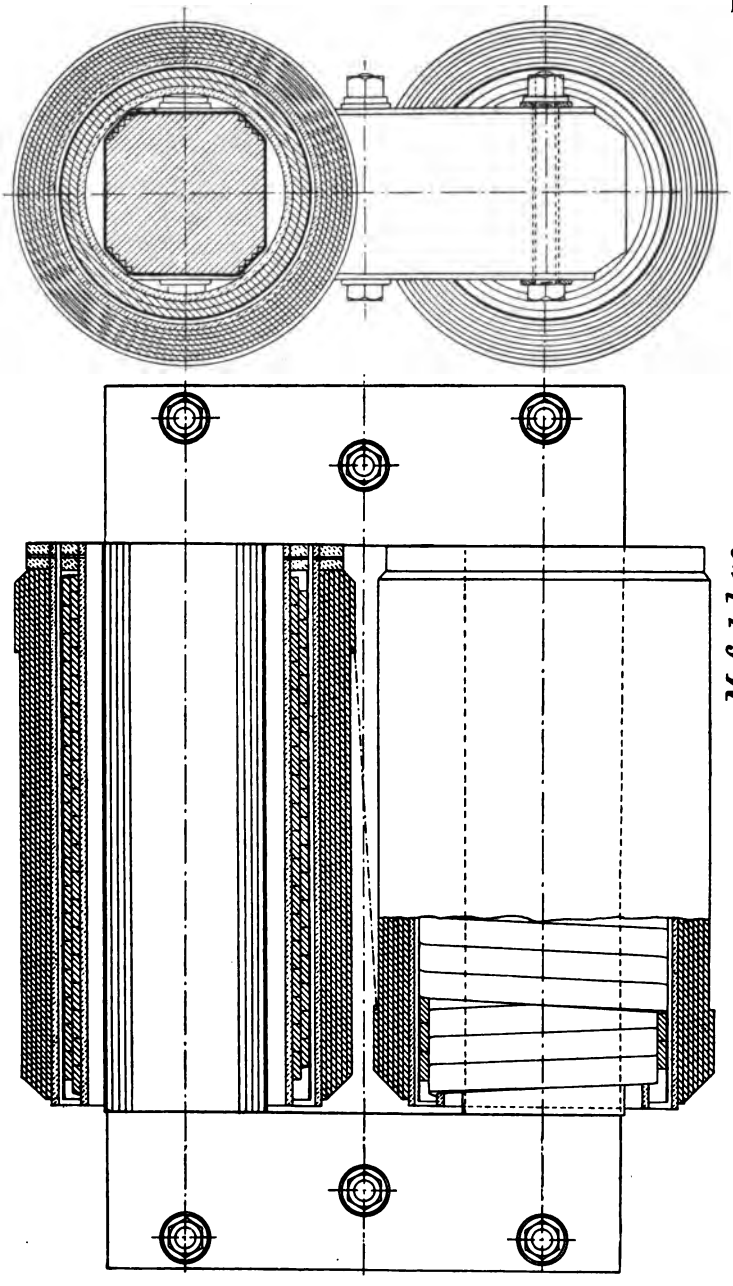


Fig. 45.

Der Unterschied in der zugeführten Arbeit ist 79 KW-St. zugunsten der Type II. Es ist also jetzt diese besser als die andere Type. Sie hat auch noch den Vorteil einer geringeren Temperaturerhöhung.

Die hier durchgerechneten Beispiele zeigen, daß es sich wohl verlohnt, die Fabrikation von Transformatoren derart zu differenzieren, daß man zwei Typen baut, eine für veränderliche und die andere für konstante Belastung.



Maßstab 1:6

Fig. 46.

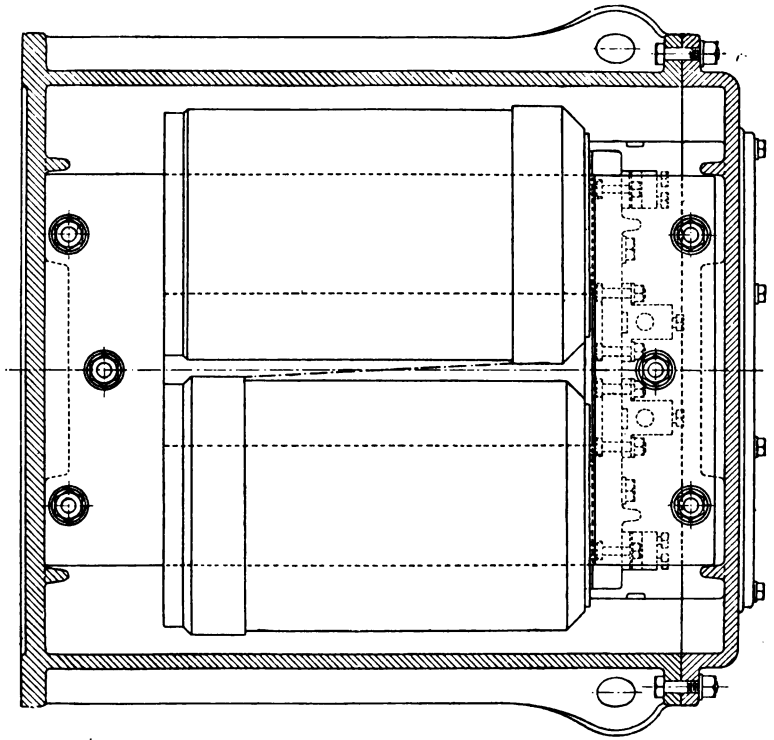


Fig. 46.

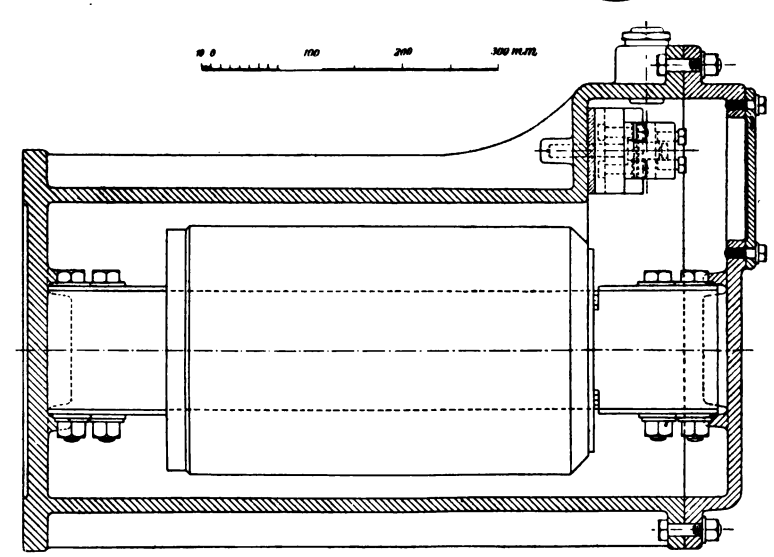


Fig. 47.

Konstruktionsdetails. Die Figuren 45—48 zeigen die Einzelheiten der Konstruktion des oben berechneten Transformators für 12 KW bei Luftkühlung bezw. 15 KW bei Ölkühlung. Der Transformator ist in einen gußeisernen Kasten eingebaut und eignet sich daher zur Aufstellung in einem Keller oder anderen feuchten Ort oder in freier Luft bei feuchtem Klima. Bei solchen Anlagen, wo Transformatoren in trockenen Räumen aufgestellt werden, kann der äußere Schutzmantel auch aus perforiertem Blech bestehen und dann ist die Erwärmung geringer; sie kann etwa nach der unteren der beiden Kurven in Fig. 31 bemessen werden. Der in Fig. 45—48 dargestellte Transformator hat keine Stoßfugen.

Nachdem die Bleche in der richtigen Größe zugeschnitten und ausgelocht sind, werden sie auf einer Seite mit sehr dünnem Papier belegt und zusammengesetzt, wobei die zwei Kerne und das untere Joch zuerst hergestellt werden. Die Spulen werden dann aufgeschoben, und zuletzt werden die Bleche des oberen Joches eingesetzt. Die Spulen werden, wie schon erwähnt, auf Papierzylinder gewickelt. Am unteren Ende müssen die Papierzylinder mit Flanschen versehen sein, welche die Wickelung gegen Heruntergleiten schützen. Am oberen Ende sind Flanschen entbehrlich, wenn man die Drähte am Ende jeder Lage entsprechend zurückbindet. Es empfiehlt sich, nach Vollendung jeder Lage dieselbe mit dünner, paraffinierter Leinwand zu umhüllen, deren Ende vor der Anbringung der nächsten Lage zurückgeschlagen wird, so daß die benachbarten Drähte aller Lagen außer durch ihre Baumwollumspinnung noch durch die Leinwandschicht isoliert sind.

Die Dicke der Baumwollumspinnung richtet sich nach dem Durchmesser der Drähte (oder dem äquivalenten Durchmesser bei rechteckigen Drähten), der Spannung und der Art der Bespinnung. Die Bespinnung muß wenigstens doppelt sein; dreifache Bespinnung ist jedoch vorzuziehen. Bei sehr starken Drähten kann außer einer Umspinnung noch eine Umklöppelung verwendet werden. Für Spannungen bis zu 3000 Volt soll die Dicke der Umhüllung, wenn feine Baumwolle oder feines Garn dazu verwendet wird, wenigstens den nach folgender Formel berechneten Wert haben:

$$\delta = 0{,}13 + 0{,}06\, d,$$

wobei d den Drahtdurchmesser bedeutet. Die Werte sind in Millimetern einzusetzen. Der Durchmesser des besponnenen Drahtes

ist also

$$d_1 = d + 2\delta$$
$$d_1 = 0{,}26 + 1{,}12\, d.$$

Der Widerstand des Drahtes muß mit Rücksicht auf die Erwärmung bei Dauerbetrieb berechnet werden. Für die vorläufige Rechnung kann man dabei die Formel benutzen

$$w = \frac{0{,}02\, l}{q} \text{ Ohm},$$

wobei l die Länge in Metern und q den Querschnitt in Quadratmillimetern bedeutet. Diese Formel beruht auf der Annahme, daß die Temperatur der Spulen 75° C. beträgt.

Das Gehäuse kann, wie in den Figuren veranschaulicht, behufs besserer Abkühlung mit Rippen versehen sein. Zudem sind innen am Boden und Deckel des Gehäuses kleine Rippen angebracht, welche die Verschiebung des Eisenkörpers verhindern. Es empfiehlt sich, an dem Deckel einen kleinen besonderen Deckel anzubringen, um dadurch den Zugang zu den Klemmschrauben möglich zu machen, ohne daß man den großen Deckel abzunehmen braucht. Die Zuleitungskabel können durch Stopfbüchsen mit Kautschukringdichtung, wie in der Figur gezeigt, geführt werden, oder sie können einfach durch geeignete Löcher eingebracht werden, welche dann mit Isoliermasse ausgegossen werden. Letztere Anordnung empfiehlt sich bei Transformatoren für große Leistung.

gs-
gs-

na-
äßt
sse,
rch
nig
det
ern.
ek-
der

gen-
iche
rden
dene
ben,
Falle
So
: da-
Ihre

vektoren liegen mithin in ein und derselben Linie. Sie können jedoch verschiedene Länge haben. Es kann also z. B. OJ in Fig. 49

der Stromvektor sein, während die Strecke ON den Feldvektor und die Strecke OX den Erregungsvektor darstellt.

In Fig. 49 sind des besseren Verständnisses halber die drei Vektoren getrennt gezeichnet. Der Leser muß sie sich jedoch aufeinander gelegt denken. Zunächst sei der Maßstab für alle drei Größen derselbe, so daß z. B. 1 mm = 1 A; 1 mm = 1 Feldeinheit in 10^6 Kraftlinien und 1 mm = 1 Amperewindung ist. Ist n die Anzahl Windungen, so muß in diesem einheitlichen Maßstabe $\frac{OX}{OJ} = n$ und $\frac{OX}{ON} = R$ sein, wobei wir mit R den magnetischen Widerstand des Kraftlinienpfades bezeichnen. Nach einem bekannten Satz der Elektrodynamik ist die magnetische Kraft in absolutem Maß

$$H = \frac{4\pi n J}{l},$$

wobei l die Länge des Kraftlinienpfades bedeutet. Ist A der Querschnitt des Kraftlinienpfades, μ seine Permeabilität und B die Induktion, so haben wir

$$B = H\mu$$
$$N = AH\mu 10^{-6}$$

in Einheiten von 10^6 Linien. Wird J in Ampere gesetzt, so ist

$$N = \frac{1{,}25\, n J}{l} A\mu 10^{-6}$$

$$N = \frac{1{,}25\, X\, A\, \mu}{l} 10^{-6}$$

$$N = \frac{X}{\frac{0{,}8\, l\, 10^6}{A\mu}} = \frac{X}{R}$$

$$R = \frac{1}{\mu}\frac{0{,}8\, l}{A} 10^6.$$

Besteht der magnetische Kreis aus verschiedenartigen Teilen in Reihenschaltung, so ist der Gesamtwiderstand die Summe der Teilwiderstände, also allgemein

$$R = \Sigma \frac{1}{\mu}\frac{0{,}8\, l}{A} 10^6 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 15)$$

Die zur Erzeugung eines Feldes von N Millionen Linien nötige Erregung ist dann

$$X = RN \text{ Amperewindungen.}$$

Ist N der Maximalwert des Feldes, so muß natürlich auch der Maximalwert und nicht der effektive Wert der Amperewindungen genommen werden. Soll jedoch X den effektiven Wert darstellen, so ist der Maximalwert des Feldes

$$N = \frac{X\sqrt{2}}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 16)$$

Wir haben bei Fig. 49 angenommen, daß derselbe Maßstab für alle drei Größen gilt. Nun können wir aber auch den Maßstab für zwei dieser Größen so ändern, daß sie durch den Vektor der dritten Größe ausgedrückt werden. Ist z. B. $OA = OX$ der Vektor der maximalen Amperewindungen in dem Maß 1 mm = 1 Amperewindung, so kann die Länge OA auch als Stromvektor aufgefaßt werden, wenn wir sie mit einem neuen Maßstab messen, dessen Teilstriche nicht 1 mm, sondern n Millimeter voneinander

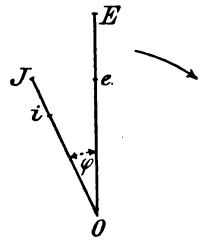


Fig. 50.

entfernt sind. In derselben Weise kann OA den Kraftfluß darstellen, wenn wir diesen mit einem Maßstab messen, dessen Teilstriche R Millimeter voneinander entfernt sind. Ist X jedoch in effektiven Amperewindungen gegeben, so ist der Abstand der Teilstriche des Feldmaßstabes $R/\sqrt{2}$.

Es sei in Fig. 50 OE der Maximalwert der Spannung, die einem Stromkreis (z. B. der Primärspule eines Transformators) aufgedrückt wird, und OJ sei der Maximalwert des Stromes. Die Maßstäbe für Strom und Spannung seien verschieden und beliebig gewählt. Beide Vektoren rotieren in der Pfeilrichtung. Ihre Projektion auf der Vertikalen stelle die Augenblickswerte dar. Nun wissen wir, daß die effektiven Werte, in dem betreffenden Maßstabe gemessen, durch Vektoren gegeben sind, deren Längen kleiner sind als die Vektoren der Maximalwerte im Verhältnis von $\sqrt{2} : 1$. Es ist also

$$\text{Die effektive Spannung } Oe = \frac{OE}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Der effektive Strom } \quad Oi = \frac{OJ}{\sqrt{2}}.$$

Wenn wir nun die bisher verwendeten Maßstäbe so ändern, daß ihre Teilstriche $\sqrt{2}$-mal so weit voneinander abstehen als früher, so können wir die effektiven Werte mit den neuen Maßstäben direkt auf den Längen OE und OJ abgreifen. Wir können auch diese nunmehr als effektive Vektoren anzusehenden Linien stillstehen lassen, denn von Wichtigkeit ist nur ihr Winkelabstand φ, und der bleibt derselbe, ob wir uns die Vektoren stillstehend oder rotierend denken. Wir müssen allerdings den Rotationssinn beibehalten, damit wir wissen, welcher Vektor vor- und welcher nacheilt. In Fig. 50 eilt der Spannungsvektor vor, der Stromvektor nach.

Wie schon im 4. Kapitel gezeigt wurde, lassen sich Vektoren gleichartiger Größen nach Art der Seilpolygone zusammensetzen. Wir können also Felder miteinander, Erregungen miteinander und Spannungen miteinander, nicht aber eine Erregung mit einer Spannung oder einen Strom mit einem Feld zusammensetzen. Ein Diagramm, in welchem die verschiedenen in einem Transformator auftretenden Größen in der richtigen Weise zusammengesetzt sind, heißt ein Vektordiagramm oder ein Arbeitsdiagramm des Transformators. Als einfachstes Beispiel wollen wir zunächst ein solches Diagramm aufstellen für einen Transformator, der keine Verluste und keine Streuung, wohl aber magnetischen Widerstand hat. Dieser Fall ist praktisch natürlich nicht möglich, seine Aufnahme hier hat nur den Zweck, dem Leser das Studium der später behandelten Fälle zu erleichtern.

Wenn der Transformator nur Glühlampen speist, so hat der Sekundärstrom keine Phasenverschiebung; Strom- und Spannungsvektor liegen also in einer Linie, können aber natürlich von verschiedener Länge sein. Enthält der sekundäre Stromkreis neben Glühlampen auch Bogenlampen oder Motoren, so ist Phasenverschiebung vorhanden; der Strom eilt der Spannung nach. Die sekundäre Stromstärke wird reguliert durch Zu- oder Abschalten der Stromverbraucher (Lampen oder Motoren), und wir wollen annehmen, daß bei allen Belastungen das Mischungsverhältnis der Glühlampen und der anderen Apparate dasselbe bleibt, so daß die Phasenverschiebung im sekundären Stromkreis für alle Belastungen gleich bleibt.

Fig. 51 zeigt das Arbeitsdiagramm des Transformators bei Glühlichtbelastung und Fig. 52 bei gemischter Belastung. Die Rotation der Vektoren erfolgt in diesen und in allen anderen Diagrammen im Sinne des Uhrzeigers.

Es sei $OC = X_2$ der Vektor der sekundären effektiven Amperewindungen und $OE_2 = e_2$ jener der sekundären effektiven Klemmenspannung. Damit diese entstehen kann, muß ein gewisser Kraftfluß vorhanden sein, dessen Maximalwert sich aus Gleichung 7 bestimmen läßt.

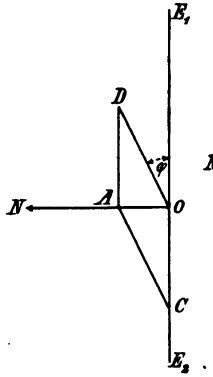


Fig. 51.

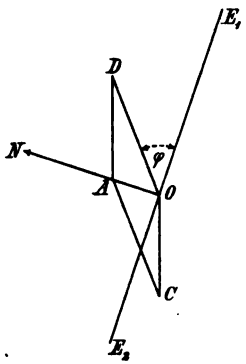


Fig. 52.

Er ist in Einheiten von 10^6

$$N = - \frac{e_2}{4{,}44 \frac{\nu}{100} n_2}.$$

Der Feldvektor ON muß dem Spannungsvektor e_2 um 90^0 voreilen. Es ist also Größe und Lage dieses Vektors bestimmt. In der Primärspule erzeugt das Feld N eine EMK, deren Vektor dem Feldvektor um 90^0 nacheilt. Ihre Größe ist

$$e_1 = 4{,}44 \frac{\nu}{100} N n_1.$$

Um ihr das Gleichgewicht zu halten, muß eine gleich große EMK, aber in umgekehrtem Sinne, der Primärspule aufgedrückt werden. Die primäre Klemmenspannung ist also gegeben durch den Vektor

$$OE_1 = e_1.$$

Der Voltmaßstab ist für e_1 derselbe wie für e_2. Wir nehmen an, daß $n_1 > n_2$; dann wird auch, wie im Diagramm gezeichnet, $e_1 > e_2$.

Damit nun das Feld N zustande kommt, muß die resultierende Erregung einen gewissen effektiven Wert X haben, der sich aus Gleichung 16) berechnen läßt. Der magnetische Widerstand ist aus Gleichung 15) zu berechnen. Wir machen nun in dem für X_2 verwendeten Maßstab

$$OA = X,$$

und da wir wissen, daß X die Resultierende aus den beiden Erregungen (sekundär X_2 und primär X_1) sein muß, so können wir X_1 zeichnerisch finden. Es ist die Strecke OD. Wenn wir nun einen Maßstab anfertigen, dessen Teilstriche n_2-mal so weit voneinander abstehen als jene des Maßstabes für Erregung, so ist in diesem neuen Maßstabe $OC = i_2$. Ebenso können wir einen anderen Amperemaßstab anfertigen, dessen Teilstriche n_1-mal so weit abstehen als jene des Maßstabes für Erregung, und mit diesem messen wir $OD = i_1$. Da OA nicht Null sein kann (der Voraussetzung gemäß hat der Transformator magnetischen Widerstand), kann in Fig. 51 i_1 nicht mit e_1 zusammenfallen; es ist also primär die Phasenverschiebung φ vorhanden, obwohl sekundär keine Phasenverschiebung besteht. In Fig. 52 ist die sekundäre Phasenverschiebung $\measuredangle COE_2$ und die primäre φ. Es ist ohne weiteres klar, daß φ größer ist als $\measuredangle COE_2$. Wegen des magnetischen Widerstandes des Transformators ist also die Phasenverschiebung im sekundären Verbrauchsstromkreis mit einer gewissen Vergrößerung in den primären Stromkreis übersetzt worden.

Aus den Diagrammen ist ohne weiteres klar, daß die sekundäre Klemmenspannung in einem bestimmten und von der Belastung unabhängigen Verhältnis steht zur primären Klemmenspannung. Es ist

$$e_2 = e_1 \cdot \frac{n_2}{n_1}.$$

Ist also die aufgedrückte primäre Klemmenspannung konstant, so bleibt auch die abgegebene sekundäre Klemmenspannung konstant. Das gilt natürlich nur unter der oben gemachten Annahme, daß der Transformator keine Verluste hat. Wird der sekundäre Strom vermindert (durch Abschalten von parallel abgezweigten Stromverbrauchern), so rückt C näher an O und D näher an A. Es wird also i_1 vermindert und φ vergrößert. Bei Leerlauf ist $i_2 = 0$, und C fällt mit O zusammen. Gleichzeitig fällt D mit A zusammen, und je nachdem wir den Erregungsmaß-

stab oder den Amperemaßstab verwenden, ist OA die Leerlaufserregung X_μ oder der Leerlaufstrom i_μ.

Bisher haben wir angenommen, daß der Transformator weder Verluste noch Streuung hat. Wir wollen vorläufig an der ersten Annahme noch festhalten, die zweite jedoch fallen lassen. Wir nehmen also an, daß der Transformator Streuung hat, eine Eigenschaft, die sich dadurch äußert, daß in jeder Spule eine der Erregung proportionale und auf ihr senkrecht stehende EMK der Selbstinduktion auftritt. Diese eilt dem Strom nach und muß durch eine gleich große, der Spule aufgedrückte und dem Strom um 90° voraneilende EMK ausgeglichen werden.

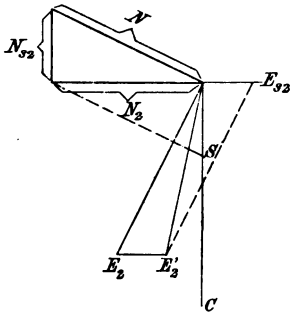


Fig. 53.

Es sei wie früher $OC = X_2$ in Fig. 53 die sekundäre Erregung und OE_2' die sekundäre Klemmenspannung. Die Erregung X_2 erzeuge ein Streufeld N_{s_2}, und dieses erzeuge die EMK der Selbstinduktion $OE_{s_2} = e_{s_2}$. Damit nun die Klemmenspannung $e_2' = OE_2'$ wirklich zustande kommt, muß das Nutzfeld N nicht nur diese EMK erzeugen, sondern noch eine zweite EMK, welche e_{r_2} das Gleichgewicht hält. Wir machen also

$$E_2' E_2 = OE_{s_2}$$

und erhalten so

$$e_2 = OE_2,$$

die EMK, welche durch das Nutzfeld N der Sekundärspule aufgedrückt werden muß. Um N zu finden, haben wir die EM-Kräfte zusammengesetzt und dann aus ihrer Resultierenden e_2 die Existenz des Nutzfeldes gefolgert. Wir hätten aber ebenso gut die Felder zusammensetzen können und aus ihrer Resultierenden N_2 die

Klemmenspannung e_2' folgern können. Beide Anschauungsweisen führen zum selben Ziel, die letztere ist jedoch in besserer Übereinstimmung mit der Wirklichkeit. Daß das Feld N in der sekundären Spule allein auftritt, wie das der Fall sein müßte, damit e_2 wirklich induziert wird, ist eine unhaltbare Annahme. Denn es muß, damit die EMK OE_{s_2} entstehen kann, auch das Feld $OS = N_{s_2}$ in der sekundären Spule auftreten. Es treten also tatsächlich zwei Felder in dieser Spule auf, nämlich N und N_{s_2}, und diese beiden verbinden sich zu dem resultierenden Felde N_2, wie Fig. 53 zeigt. Der Maximalwert des tatsächlich auftretenden Kraftflusses ist also nicht N, sondern N_2. Es ist also richtiger, wenn wir nicht die EM-Kräfte, sondern die Felder zusammensetzen. Andererseits ist es für manche Zwecke bequemer, die EM-Kräfte einzeln in das Diagramm einzuführen, und wir werden deshalb, je nachdem es besser paßt, entweder die eine oder die andere Anschauungsweise verwenden. Der Zusammenhang zwischen beiden ist im nächsten Kapitel näher erläutert.

Zunächst handelt es sich darum, den Einfluß des selbstinduzierten Feldes zu bestimmen. Wäre $N_{s_2} = 0$, so würde N_2 den größeren Wert N und e_2' den größeren Wert e_2 annehmen. Wir sehen also, daß infolge des selbstinduzierten Feldes die Spannung etwas abfällt. Der Abfall ist um so größer, je größer e_{s_2} ist. Man nennt die EMK e_{s_2} den induktiven Spannungsabfall. Diese Größe ist nicht zu verwechseln mit dem algebraischen Unterschied der Spannungen e_2 und e_2'. In der Regel ist $e_{s_2} > e_2 - e_2'$. Es ist aber bei jeder Belastung e_{s_2} die vektorielle Differenz zwischen e_2 und e_2', und deshalb hat der induktive Spannungsabfall auf den tatsächlichen Abfall der Klemmenspannung um so mehr Einfluß, je größer die Phasenverschiebung im sekundären Stromkreis ist.

Es wurde oben gesagt, daß die Streuung eine EMK erzeugt, die auf dem Strom senkrecht steht. Die Erklärung hierfür ist, wie folgt. Da die Drähte der beiden Spulen nicht denselben Raum einnehmen können, so entstehen zwischen ihnen Streufelder, deren Kraftlinien nur mit den Windungen der einen oder nur mit den Windungen der andern Spule, nicht aber mit beiden gleichzeitig verschlungen sind. Mit beiden gleichzeitig sind nur die Kraftlinien des gemeinsamen oder Hauptfeldes verschlungen. Das Hauptfeld wird erzeugt durch die Resultierende der Amperewindungen in beiden Spulen. Die Streufelder N_{s_1} und N_{s_2} werden von den Amperewin-

dungen der betreffenden Spulen einzeln erzeugt, und ihre Vektoren haben deshalb dieselbe Richtung wie die Ströme, während die Vektoren der entsprechenden EM-Kräfte e_{s_1} und e_{s_2} auf den Stromvektoren senkrecht stehen.

Berechnung des induktiven Spannungsabfalles. Um die EM-Kräfte der Streuung zu finden, verfahren wir folgendermaßen. Es sei in Fig. 54 II der Querschnitt der Sekundärspule und I der Querschnitt der Primärspule eines Kerntransformators mit zylindrischen Spulen. Die Sekundärspule liege dem Eisen zunächst, die

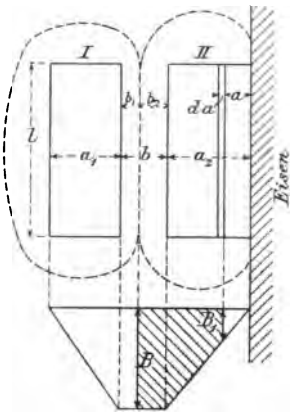


Fig. 54.

Primärspule außen. Da im Eisen die Permeabilität sehr groß ist, so ist nahezu keine treibende Kraft nötig, um den Streufluß durch das Eisen zu führen; dagegen ist eine erhebliche Kraft nötig, um ihn durch den Raum b zwischen den beiden Spulen zu führen, während der außerhalb von I durch die Luft verlaufende Streufluß auch einen gewissen Teil der treibenden Kraft beansprucht. Diese Überlegung zeigt, daß der Streulinienpfad von II einen kleineren magnetischen Widerstand hat als der Streulinienpfad von I. Es wird also bei gleicher Erregung das Streufeld von II stärker sein als jenes von I. Um nun diesen Gegenstand in einfacher Weise mathematisch behandeln zu können, müssen wir einige Annahmen machen. Zunächst wollen wir annehmen, daß i_2 und i_1 gleiche Phase haben. Das ist nahezu immer der Fall. Dann wollen wir annehmen, daß in dem Raum b eine zylindrische Trennungs-

fläche besteht, außerhalb welcher alle Streulinien nur mit I und innerhalb welcher alle Streulinien nur mit II verschlungen sind. Wäre der magnetische Widerstand links von I ebenso klein als jener im Eisen rechts von II, so würde die Trennungsfläche genau in der Mitte des zylindrischen Raumes b liegen; da aber der Raum links von I einen merklichen magnetischen Widerstand hat, so müßten wir uns strenggenommen die Trennungsfläche nicht in die Mitte des Raumes b sondern so gelegt denken, daß $b_1 < b_2$. Als extremen Fall würden wir $b_1 = \frac{b_2}{2}$ haben. Dadurch würden wir aber dem Raum links von I einen zu großen Widerstand zuschreiben, nämlich den gleichen, als dem schmalen Raum b_1 rechts von I zukommt. Legen wir dagegen die Trennungsfläche in die Mitte von b (machen also $b_1 = b_2$), so würden wir dem Raum links von I einen viel zu kleinen magnetischen Widerstand zuschreiben. Beides wäre unrichtig. Da nun eine genaue Bestimmung der Lage der Trennungsfläche überhaupt nicht möglich ist, so tun wir am besten, wenn wir die Rechnung für diese beiden extremen Fälle durchführen und aus ihren Ergebnissen das Mittel nehmen. Ein Fehler in der Schätzung der einzelnen Streufelder ist übrigens praktisch nicht von Belang, weil wir ja nicht die einzelnen Werte der EMK der Selbstinduktion, sondern nur ihre Summe zur Berechnung des Spannungsabfalls brauchen.

Es seien n_1 und n_2 die Windungszahlen, π der Perimeter des Streuraumes b (den wir mit genügender Annäherung als für beide Spulen gleich annehmen), γ die Anzahl Windungen für 1 cm Wickelungstiefe und l die Länge der Spulen. Die Ordinaten der schraffierten Fläche sind dann je nach dem Maßstab entweder Amperewindungen oder Felddichteu B. Knapp am Eisen sind beide Null, im Spalt b sind beide Maxima, und an der linken Grenze von I sind sie wieder Null. Diese Auffassung ist allerdings strenggenommen nicht richtig, wir müssen sie aber annehmen, wenn wir die Rechnung einfach halten wollen.

In einem Elementenstreifen von II, dessen radiale Dicke da sei, haben wir

$$dn = \gamma\, da$$

Windungen. Mit diesen sind verschlungen alle Kraftlinien, welche der schraffierten Fläche zwischen B und B_1 entsprechen. Dieser Kraftfluß ist, wie man aus dem Diagramm ohne weiteres sieht,

$$N = \pi \left(b_2 B + (a_2 - a) \frac{B + B_1}{2} \right).$$

Die entsprechende EMK der Streuung ist

$$d e_s = 4{,}44 \nu \pi \left(b_2 B + (a_2 - a) \frac{B + B_1}{2} \right) \gamma \, da .$$

Integrieren wir nun von $a = 0$ bis $a = a_2$, so erhalten wir die ganze in der Spule II durch Streuung selbstinduzierte E.M.K.

$$e_{s_2} = 4{,}44 \nu \pi \gamma \int_0^{a_2} \left[b_2 B + (a_2 - a) \left(\frac{B + B_1}{2} \right) \right] da$$

$$e_{s_2} = 4{,}44 \nu \pi \gamma \left[b_2 B a_2 + \int_0^{a_2} (a_2 - a) \left(\frac{B + B_1}{2} \right) da \right].$$

Nun ist aber

$$\frac{B + B_1}{2} = \frac{B}{a_2} \left(\frac{a_2 + a}{2} \right)$$

$$(a_2 - a) \left(\frac{B + B_1}{2} \right) = \frac{B}{a_2} \left(\frac{a_2^2 - a^2}{2} \right)$$

$$\int_0^{a_2} (a_2 - a) \left(\frac{B + B_1}{2} \right) da = \frac{B}{2 a_2} \int_0^{a_2} (a_2^2 - a^2) \, da$$

$$= \frac{B}{2 a_2} \left(a_2^3 - \frac{1}{3} a_2^3 \right)$$

$$= \frac{B a_2^2}{3}$$

$$e_{s_2} = 4{,}44 \nu \pi \gamma a_2 B \left(b_2 + \frac{a_2}{3} \right).$$

γa_2 ist die Windungszahl von II, also n_2 und B ist proportional $n_2 i_2 = X_2$. Wir können also allgemein schreiben

$$B = k \frac{X_2}{l},$$

wobei k ein Erfahrungskoeffizient ist. Wir haben mithin

$$e_{s_2} = 4{,}44 \nu n_2 X_2 k \left(b_2 + \frac{a_2}{3} \right) \frac{\pi}{l}$$

$$e_2 = 4{,}44 \nu n_2 N$$

$$\frac{e_{s_2}}{e_2} = k \frac{X_2}{N} \left(b_2 + \frac{a_2}{3} \right) \frac{\pi}{l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 17)$$

In derselben Weise finden wir

$$\frac{e_{s_1}}{e_1} = k\frac{X_1}{N}\left(b_1 + \frac{a_1}{3}\right)\frac{\pi}{l} \quad \ldots\ldots\ldots 18)$$

Da nun die Vektoren der Ströme und mithin auch jene der Erregungen X_1 und X_2 sehr nahezu die gleiche Richtung haben, so finden wir den ganzen prozentualen Spannungsabfall, wenn wir die Summe bilden

$$100\frac{e_s}{e} = 100\left(\frac{e_{s_1}}{e_1} + \frac{e_{s_2}}{e_2}\right).$$

Wenn wir auf jedem Schenkel nur eine primäre und eine sekundäre Spule haben, so kann X_1 als nahezu gleich X_2 angesehen werden, und wir können sagen, der gesamte induktive Spannungsabfall, bezogen auf die sekundäre Seite, ist $k\frac{X_2}{N}\frac{\pi}{l}$ proportional. In Prozenten ausgedrückt, ist er

$$100\frac{e_{s_2}}{e_2} = 100\,k\frac{X_2}{N}\left(b_1 + b_2 + \frac{a_1 + a_2}{3}\right)\frac{\pi}{l}.$$

Nennen wir die mittlere Wickelungstiefe a, so daß

$$a = \frac{a_1 + a_2}{2},$$

so kann die Klammer auch so geschrieben werden

$$\left(b + \frac{2}{3}a\right) = 2\left(\frac{b}{2} + \frac{a}{3}\right)$$

$$100\frac{e_{s_2}}{e_2} = 200\,k\frac{X_2}{N}\left(\frac{b}{2} + \frac{a}{3}\right)\frac{\pi}{l}.$$

Aus Versuchen mit ausgeführten Transformatoren[1]) habe ich gefunden, daß $200\,k$ ungefähr den Wert 0,2, also k den Wert 10^{-3} hat. Dabei ist für X_2 der effektive Wert in Einheiten von 10^3 und für N der Maximalwert in Einheiten von 10^6 einzusetzen.

Wir haben also: gesamter induktiver Spannungsabfall, auf die Sekundärseite bezogen, in Prozenten

$$= 0{,}2\frac{X_2}{N}\left(\frac{b}{2} + \frac{a}{3}\right)\frac{\pi}{l} \quad \ldots\ldots\ldots 19)$$

Für die Bestimmung des gesamten induktiven Spannungsabfalls, auf die sekundäre Seite bezogen, ist es gleichgültig, wie wir uns

[1]) Vergl. ETZ 1898, Heft 15.

die Trennungsfläche in b gelegt denken, denn es kommt nur die Summe von b_1 und b_2 in der Formel vor. Wollen wir jedoch den Spannungsabfall für jede Wickelung allein bestimmen, so ist die Lage der Trennungsfläche nicht gleichgültig. Wir haben oben die beiden extremen Fälle angenommen

$b_2 = 2\,b_1 = \frac{2}{3}\,b$; e_{s_1} ergibt sich zu klein, e_{s_2} zu groß,

$b_2 = b_1 \;\; = \frac{1}{2}\,b$; e_{s_1} ergibt sich zu groß, e_{s_2} zu klein

und haben gesagt, daß wir das Mittel zwischen diesen beiden Fällen als wahrscheinlich den richtigen Werten am nächsten kommend annehmen werden.

Die Mittelwerte sind

$$b_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{b}{2} + \frac{2\,b}{3}\right) = 0{,}58\,b$$

$$b_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{b}{2} + \frac{b}{3}\right) = 0{,}42\,b\,.$$

Dann wird für zylindrische Spulen

$$100\,\frac{e_{s_1}}{e_1} = \frac{X_1}{N}\,(0{,}42\,b + 0{,}33\,a_1)\,\frac{\pi}{l}\,10^{-1} \quad \ldots\ldots \quad 20)$$

$$100\,\frac{e_{s_2}}{e_2} = \frac{X_2}{N}\,(0{,}58\,b + 0{,}33\,a_2)\,\frac{\pi}{l}\,10^{-1} \quad \ldots\ldots \quad 21)$$

Bei dem im 5. Kapitel behandelten Transformator ist $\pi = 63$, $l = 41$, $a_2 = 1{,}4$, $b = 0{,}9$, $a_1 = 2{,}4$, $n_1 = 1365$, $n_2 = 70$. Auf jedem Schenkel ist die Windungszahl mithin die Hälfte; und bei 11 KVA Belastung ist $i_1 = 5{,}66$ und $i_2 = 110$. Es wird also $X_1 = 3{,}85$ und $X_2 = 3{,}85$. Der Kraftfluß des Hauptfeldes ist $130 \times 5063 = N = 0{,}66$.

Wir haben also den gesamten prozentualen Spannungsabfall nach Formel 19)

$$\% = 0{,}2\,\frac{3{,}85}{0{,}66}\,(0{,}45 + 0{,}63)\,\frac{63}{41} = 1{,}9\,\%\,.$$

Aus den Formeln 20) und 21) bestimmen sich die einzelnen Spannungsabfälle

Primär	1 %
Sekundär	0,9 %

Wenn wir nun diesen Transformator mit 15 KVA belasten, so steigen diese Werte im Verhältnis 110 : 150. Sie werden also: primär 1,37 %, sekundär 1,23 % und zusammen 2,6 %. Das ist praktisch noch ganz gut zulässig. Wollen wir jedoch aus irgend einem besonderen Grunde den Spannungsabfall bei 15 KVA Belastung noch kleiner machen, so können wir weiter unterteilen. Wir werden zweckmäßig die Unterteilung nicht in der sekundären Spule vornehmen, sondern in der primären, damit wir den dünnen Draht nach außen bekommen. Das hat den praktischen Vorteil, daß man durch Auf- oder Abwickeln äußerer Windungen das Umsetzungsverhältnis genau einstellen kann. Das bietet bei dünnem Draht keine Schwierigkeit, wohl aber bei dem dicken Draht der Sekundärspule. Wir werden also nächst dem Eisen die eine Hälfte der Primärspule legen, dann die ganze Sekundärspule darüberschieben und über diese die zweite Hälfte der Primärspule. Es wird jetzt X_1 in der Formel 20) den Wert haben

$$\frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1365 \cdot 7{,}44 = 2{,}7 .$$

Obwohl die Sekundärspule nicht geteilt ist, müssen wir doch auch für sie die halbe Zahl der Amperewindungen, also

$$X_2 = \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 150 = 2{,}62$$

einführen, weil sie ja nach zwei Seiten hin Streufelder erzeugt. Wir finden so den prozentualen Spannungsabfall für die

Innere Primärspule	0,58 %
Mittlere Sekundärspule	0,56 -
Äußere Primärspule	0,54 -
Ingesamt	1,68 %

Die Verschiedenheit in den Perimetern der Zwischenräume ist bei der Rechnung berücksichtigt.

Wir haben also durch die Unterteilung den induktiven Spannungsabfall von 2,6 auf 1,68 % verringert.

Bei *Scheibenspulen* kann man den induktiven Spannungsabfall in ähnlicher Weise berechnen. Die Trennungsfläche geht für die Zwischenspulen jedenfalls durch die Mitte des Raumes b, so daß

$$b_1 = b_2 = \frac{b}{2} .$$

Wegen der symmetrischen Lage der Scheiben gegeneinander und wegen des Umstandes, daß die Feldkurve, wie Fig. 55 zeigt, in der Mittelebene jeder Scheibe durch Null geht, ist jetzt nur die

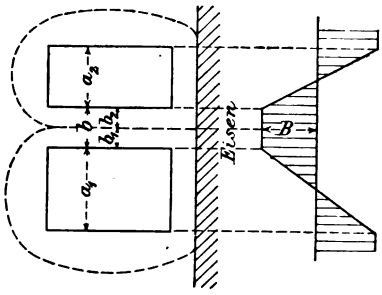


Fig. 55.

halbe Scheibendicke einzuführen und für die Erregung die halbe Zahl der Amperewindungen. Der früher gefundene Koeffizient

$$k = 10^{-8}$$

bleibt dann auch für diesen Fall gültig. Wir haben also nach der Formel 17) für jede sekundäre Zwischenscheibe

$$\frac{e_{s_2}}{e_2} = k \frac{X_2}{2N} \left(b + \frac{a_2}{3}\right) \frac{\pi}{l}$$

oder

$$100 \frac{e_{s_2}}{e_2} = 0{,}05 \frac{X_2}{N} \left(b + \frac{a_2}{3}\right) \frac{\pi}{l},$$

wobei X_2 die effektiven Amperewindungen der ganzen Scheibe bedeutet. Ebenso haben wir für jede primäre Zwischenscheibe nach Formel 18)

$$100 \frac{e_{s_1}}{e_1} = 0{,}05 \frac{X_1}{N} \left(b + \frac{a_1}{3}\right) \frac{\pi}{l}.$$

Für die Endscheiben ist, weil auf einer Seite Eisen liegt, die Streuung ungefähr doppelt so groß. Ist u_1 die Zahl der Primärscheiben und u_2 die Zahl der Sekundärscheiben auf einem Schenkel, so kann entweder $u_1 = u_2 = u$ sein oder $u_1 = u_2 \pm 1$. Im ersteren Falle liegt an einem Ende eine Primärscheibe und am anderen eine Sekundärscheibe gegen Eisen. Im zweiten Fall liegen Scheiben der gleichen Wickelung an beiden Enden gegen Eisen. Für den Fall, daß die Scheibenzahl in beiden Wickelungen gleich ist, haben wir

für jede der $u - 1$ Spulen den Koeffizienten 0,05 und für eine Spule den Koeffizienten 0,1 anzuwenden. Der Prozentsatz der Streuung für die ganze Gruppe von u Scheiben ist also das Produkt des Prozentsatzes für eine Scheibe und den Faktor $\frac{u+1}{u}$. Wir haben also für den ganzen Transformator bei Scheibenwickelung

$$100\frac{e_{s_1}}{e_1} = 0{,}05\frac{u+1}{u}\frac{X_1}{N}\left(b+\frac{a_1}{3}\right)\frac{\pi}{l} \quad \ldots\ldots 22)$$

$$100\frac{e_{s_2}}{e} = 0{,}05\frac{u+1}{u}\frac{X_2}{N}\left(b+\frac{a_2}{3}\right)\frac{\pi}{l} \quad \ldots\ldots 23)$$

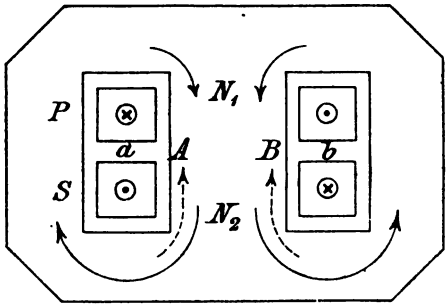


Fig. 56.

Da nun X und a im direkten Verhältnis mit der Unterteilung u abnehmen, so vermindert sich der induktive Spannungsabfall ungefähr im quadratischen Verhältnis mit der Unterteilung[1]). Der gesamte induktive Spannungsabfall $100\left(\frac{e_{s_1}}{e_1}+\frac{e_{s_2}}{e_2}\right)$ in guten Transformatoren soll 3 % nicht übersteigen. Diese Grenze kann durch entsprechende Unterteilung ohne Schwierigkeit erreicht werden.

Die Formeln für $\frac{e_s}{e}$ sind zunächst für Kerntransformatoren abgeleitet worden. Es ist jedoch ohne weiteres klar, daß auch bei Manteltransformatoren die Anordnung der Spulen einen im großen und ganzen ähnlichen Einfluß auf die Streuung haben muß. Fig. 56 ist ein parallel zu den Blechen geführter Schnitt eines Manteltransformators mit schlechter Spulenanordnung; schlecht deshalb, weil

[1]) Vergl. Kapitel I, Magnetische Streuung.

alle primären Windungen in einer einzigen Spule P und alle sekundären Windungen in einer einzigen Spule S liegen, und überdies die Länge des Streulinienpfades in der Luft bei a und b sehr kurz ist. Etwas besser ist die Anordnung Fig. 57. Hier sind zwar auch nur

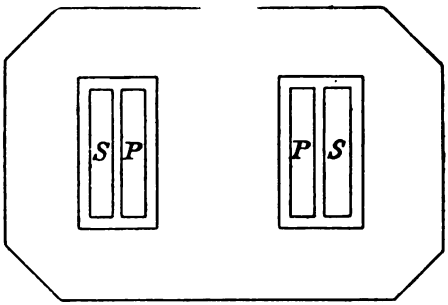


Fig. 57.

zwei Spulen verwendet, aber der Streuraum zwischen ihnen ist schmäler und länger. Treibt in Fig. 56 die Spule P in einem gewissen Augenblick die Kraftlinien N_1 in der Pfeilrichtung, so treibt S die punktierten Kraftlinien $A\,B$ in der entgegengesetzten Richtung, und das mit S tatsächlich verschlungene Feld N_2 ist kleiner als das

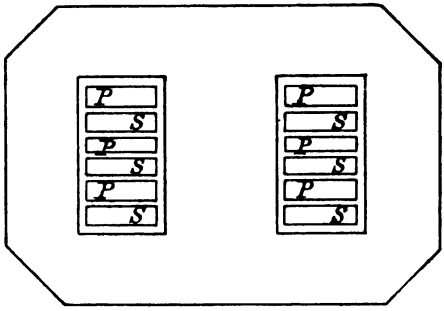


Fig. 58.

mit P verschlungene Feld N_1. Wir haben im Prinzip genau die gleiche Wirkung wie bei Kerntransformatoren, und dieselbe Rechnung für die EMK der Streufelder muß anwendbar sein. Fraglich ist nur noch, ob dieselben Koeffizienten auch hier gelten.

Um bei Manteltransformatoren die Streuung zu vermindern, wenden wir auch das gleiche Mittel, nämlich Unterteilung, an. Die

Anordnung Fig. 58 ist also besser als Fig. 57, und Fig. 59 ist noch besser. Allerdings wird letztere Anordnung wegen der Schwierigkeit, Spulen als konzentrische Zylinder zu wickeln, nicht allgemein verwendet. Um den Einfluß der Unterteilung zu bestimmen, hat Herr Möllinger[1]) einen 8 KW-Manteltransformator mit verschiedenen Wickelungen versehen und den Spannungsabfall für jede durch Versuche bestimmt. Aus diesen Versuchen und nach den Formeln 17) und 18) habe ich den Koeffizienten k bestimmt und gefunden, daß der prozentuale Spannungsabfall mit dem Versuch ziemlich übereinstimmend erhalten wird, wenn man bei Scheibenwickelung für Zwischenspulen $k = 0{,}05$ und für Endspulen $k = 0{,}15$ setzt.

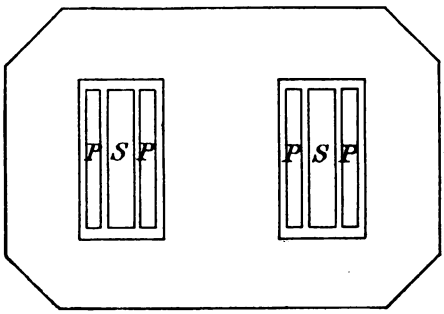


Fig. 59.

Möllinger hat drei Wickelungen untersucht, alle mit dem Umsetzungsverhältnis 1 : 1. Diese Wickelungen waren:

I. Eine Primär- und eine Sekundärspule,
II. Zwei Primärspulen und eine Sekundärspule,
III. Drei Primärspulen und zwei Sekundärspulen.

Inwieweit die Berechnung des induktiven Spannungsabfalles mit der Wirklichkeit stimmt, kann aus folgender Tabelle ersehen werden:

	I.	II.	III.
Induktiver Spannungsabfall gemessen	430	196	32,7
- - berechnet	426	191	34

Die zur Berechnung verwendete Formel ist

$$100\frac{e_s}{e} = k\frac{X}{N}\left(b + \frac{a}{3}\right)\frac{\pi}{l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 24)$$

[1]) ETZ 1898, Heft 15.

Dabei ist k für

Zwischenspulen	0,05
Endspulen	0,15

X bedeutet die effektive Erregung in einer Spule, ausgedrückt in Einheiten von 1000 Amperewindungen.

N bedeutet das Nutzfeld, ausgedrückt in Einheiten von 10^6 Kraftlinien.

Einfluß der Frequenz auf den induktiven Spannungsabfall. Im vorigen Abschnitt wurde gezeigt, daß der induktive Spannungsabfall dem Hauptfeld N umgekehrt proportional ist. Denken wir uns nun ein und denselben Transformator einmal mit einer hohen und das andere Mal mit einer niedrigen Frequenz betrieben. Soll die Klemmenspannung und Leistung gleich bleiben, so muß die Induktion, also auch N bei der niedrigen Frequenz gesteigert werden. Es wird also der induktive Spannungsabfall bei der niedrigen Frequenz kleiner sein als bei der hohen. Welchen Einfluß die Frequenz in dieser Beziehung hat, läßt sich aus folgender Überlegung sehen. Wir wollen annehmen, daß die Kühlmethode nicht geändert wird. Die Kupferwärme ist dieselbe, da die Stromstärke nicht geändert wurde. Es muß also auch die Eisenwärme dieselbe bleiben. Nun ist diese unter Vernachlässigung der Wirbelströme der Potenz 1,6 von B proportional. Wir haben also folgende zwei Bedingungen.

Wegen gleicher EMK ist $\nu B = \text{Konstante}.$

Wegen gleicher Erwärmung ist $\nu B^{1,6} = \text{Konstante}.$

Bezeichnet A den Spannungsabfall und C, C_1, C_0 Konstanten, so ist

$$A = \frac{C}{B},$$

$$A = C_1 \nu^{\frac{1}{1,6}},$$

$$C_0 A^{1,6} = \nu.$$

In Fig. 9 bedeuten die Abszissen Induktion und die Ordinaten Leistungsverlust. Bei entsprechender Änderung der Maßstäbe kann also dieselbe Kurve, wie Fig. 60 zeigt, verwendet werden, um die Abhängigkeit zwischen Frequenz und Spannungsabfall darzustellen. Es sei z. B. bei $\nu = 50$ und $B = 5000$ der Abfall 3 %, dann erhalten wir aus Fig. 9 bei Anwendung der in Fig. 60 eingeschriebenen Ordinaten folgende Werte:

ν =	25	30	40	50	60	70
$A\,\%$ =	1,95	2,22	2,58	3	3,3	3,6

Man sieht aus dieser Zahlenreihe, daß eine geringe Frequenz in bezug auf Spannungsabfall günstig ist. In dieser Beziehung ist auch eine hohe Induktion günstig, da durch sie in der Formel für $\frac{e_s}{e}$ der Kraftfluß vergrößert und die Erregung verringert wird. Es empfiehlt sich also, nicht nur wegen der besseren Ausnutzung des Materials, sondern auch mit Rücksicht auf einen geringen Spannungsabfall, große Transformatoren magnetisch stark zu beanspruchen und mit künstlicher Kühlung zu versehen.

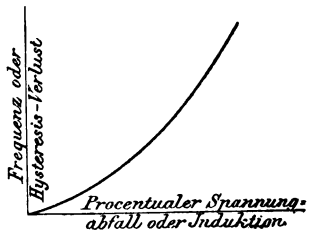


Fig. 60.

Graphische Bestimmung der Arbeitsgrößen. Wir haben jetzt alle Angaben gewonnen, die nötig sind, um mittels eines Vektordiagramms den Arbeitszustand eines Transformators graphisch darzustellen. Wir wollen zunächst das Diagramm entwerfen, indem wir EM-Kräfte und nicht Felder zusammensetzen; die Darstellung des Arbeitsdiagramms unter Zusammenstellung von Feldern wird im nächsten Kapitel behandelt. Die erste Anschauungsweise, nach der wir ein für beide Spulen gemeinsames Feld annehmen und EM-Kräfte im Diagramm zusammensetzen, kann durch Fig. 61 dargestellt werden. Wir fassen dabei die Wirkung der Streuung derart auf, daß zu dem beiden Spulen gemeinsamen Felde N noch zwei andere Felder hinzukommen, von denen eines nur mit den primären und das andere nur mit den sekundären Windungen verschlungen ist. Wir denken uns den wirklichen, mit magnetischer Streuung behafteten Transformator durch einen idealen, d. h. streuungslosen Transformator ersetzt, in dessen Zuleitungen wir Drosselspulen I, II einschalten, deren selbstinduzierte EM-Kräfte die durch die Gleichungen

22) und 23) gegebenen Werte haben. Die Windungszahlen der Drosselspulen sind dann jenen der Unterteilungen als gleich anzusehen.

Die zwischen den Klemmen 2 2 der Sekundärspule auftretenden EM-Kräfte sind nun folgende:

1. Durch das Hauptfeld N wird induziert die EMK e_2.
2. Durch das Streufeld N_{s_2} wird induziert die EMK e_{s_2}.
3. Durch ohmischen Widerstand geht verloren die EMK e_{w_2}.

In ähnlicher Weise treten zwischen den Primärklemmen entsprechende EM-Kräfte e_1, e_{s_1} und e_{w_1} auf. Die sekundäre Klemmenspannung e_{k_2} ist die resultierende oder vektorielle Summe von e_2, e_{s_2} und e_{w_2}, und die den Primärklemmen aufgedrückte Spannung ist die resultierende oder vektorielle Summe von e_1, e_{s_1} und e_{w_1}. Um bei

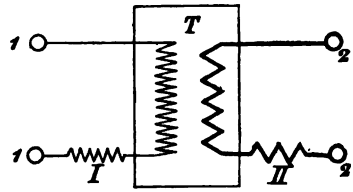


Fig. 61.

Aufzeichnung des Arbeitsdiagramms keine allzugroße Verschiedenheit in den Längen der Vektoren zu erhalten, ist es angezeigt, wenn man für die sekundären und primären Spulen die gleiche Windungszahl annimmt, d. h. voraussetzt, daß das Umsetzungsverhältnis gleich Eins sei. Diese Annahme ist ohne weiteres gestattet, wenn man sich vergegenwärtigt, daß, ohne sonst etwas an der Konstruktion zu ändern, eine entsprechende Anzahl der Windungen in der Hochspannungsspule parallel geschaltet werden. Ist z. B. das Umsetzungsverhältnis in Wirklichkeit 2000 zu 100, und hat die Hochspannungsspule 800 Windungen, so kann man sich vorstellen, daß je 40 Windungen 20-mal parallel geschaltet werden, also der 20-fache Strom durch die Primärspule fließt, und zwar unter ein Zwanzigstel der Spannung, welche mithin jetzt nicht mehr 2000, sondern nur 100 Volt beträgt. Es wird dadurch an der Erwärmung, dem prozentualen Leerlaufstrom, Wirkungsgrad u. s. w. nichts geändert, wir erzielen aber den Vorteil, daß die elektromotorischen Kräfte in den beiden Spulen auf dieselbe Größenordnung gebracht, also im

Vektordiagramm nach demselben Maßstab bequem eingezeichnet werden können. Dabei ist zu beachten, daß die Stromstärke in demselben Verhältnisse steigt, als die Windungszahl reduziert wird, der Widerstand jedoch im quadratischen Verhältnisse abnimmt.

Wir wollen zunächst den einfachsten Fall betrachten, nämlich einen Transformator unter Leerlauf. Es sei in Fig. 62 $O I_0$ der berechnete Leerlaufstrom, nach einem beliebigen Maßstabe eingetragen. Dieser Strom setzt sich aus zwei Komponenten zusammen, I_μ und I_h, welche, wie früher gezeigt wurde, berechnet werden können. Wir tragen diese auch im gleichen Maßstabe ein. Der Kern wird

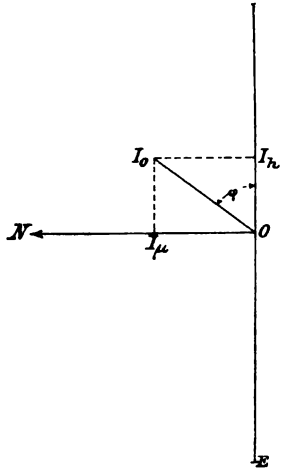


Fig. 62.

durch den Strom I_μ magnetisiert, und der magnetische Fluß wird in jedem Augenblicke durch die Horizontalprojektion eines Vektors $O N$ dargestellt, welcher mit dem Stromvektor I_μ der Richtung nach zusammenfällt. In dem Augenblicke, auf den sich das Diagramm bezieht, ist die Projektion Null und die in der Primärspule erzeugte EMK ein Maximum, nämlich $2\pi \frac{\nu}{100} N n_1$ Volt. Da diese EMK das Anwachsen des Stromes zu verhindern sucht, muß sie im Diagramm nach unten hin aufgetragen werden. Es sei das die nach einem beliebigen Maßstabe bemessene Strecke $O E$. Die in diesem Augenblicke herrschende Spannung des Betriebsstromes muß offenbar gleich und entgegengesetzt gerichtet sein. Das gibt den Vektor $O E_1$,

welcher die primäre Klemmenspannung vorstellt. Dabei vernachlässigen wir den äußerst geringen, durch den Widerstand der Primärspule verursachten Spannungsabfall e_{w_1}. In der gleichen Weise stellt $O\,E$ die Klemmenspannung der Sekundärspule dar.

Der zugeführte Effekt ist offenbar $\frac{I_h\,E_1}{2} = \frac{I_0 \cos\varphi\,E_1}{2}$. Wenn wir in das Diagramm nicht maximale, sondern effektive Werte einzeichnen und diese mit kleinen Buchstaben bezeichnen, so haben wir den zugeführten Effekt beim Leerlauf

$$i_h\,e_1 = \cos\varphi\,i_0\,e_1.$$

Der scheinbar zugeführte Effekt ist $i_0\,e_1$, und das Verhältnis des wirklichen zum scheinbaren Effekt, also die durch $\cos\varphi$ dargestellte Zahl, nennt man den Leistungsfaktor.

Es ist wichtig, zu beachten, daß das durch den Magnetisierungsstrom i_0 erzeugte Feld $O\,N$ weder der Lage noch der Größe nach mit jenem Feld übereinstimmt, welches durch einen konstanten Strom von der Stärke i_0 erzeugt würde. Das ist auf den ersten Blick befremdend, denn der Strom i_0 geht tatsächlich durch die Primärspule, und man sollte also glauben, daß er das Eisen seiner Amperewindungszahl gemäß magnetisieren muß. Das ist jedoch nicht der Fall. Die Magnetisierung ist geringer, als dieser Erregung entspricht, und bleibt auch hinter dem Strom der Zeit nach zurück. Die Nacheilung ist im Diagramm durch den Winkel $\frac{\pi}{2} - \varphi$ gegeben. Dieser scheinbare Widerspruch läßt sich jedoch leicht auf folgende Weise erklären. Der Verlust bei Leerlauf wird durch Hysteresis und Wirbelströme erzeugt. Wenn wir ein Eisen hätten, welches in magnetischer Beziehung vollkommen ist, und keine Wirbelströme entständen, so wäre $i_h = 0$ und $i_\mu = i_0$. Der Leistungsfaktor wäre dann auch gleich Null. Nun nehmen wir an, daß wir tatsächlich einen solchen Transformator hätten, so können wir ihn durch die Zugabe einer dritten, kurzgeschlossenen Wickelung von entsprechendem Widerstand so weit verschlechtern, daß sein Arbeitsdiagramm genau mit dem des praktisch ausführbaren Transformators übereinstimmt. Wir brauchen bloß die dritte Wickelung so zu konstruieren, daß der darin aufgebrauchte, d. h. in Wärme umgesetzte Effekt genau gleich ist dem Effektverlust des unvollkommenen (also mit Hysteresis und Wirbelströmen behafteten) Transformators. Nun schwächen aber die Ströme in dieser dritten kurzgeschlossenen Wickelung die

magnetisierende Wirkung des Betriebsstromes ab, weil sie im allgemeinen entgegengerichtet sind, und daher kommt es, daß nicht der ganze Leerlaufstrom magnetisierend wirkt, sondern nur jene Komponente desselben, welche dem in der dritten Spule fließenden Strome um eine Viertelperiode vorauseilt. Da wir imstande sind, durch geeignete Wahl der Windungszahl und des Widerstandes der dritten Spule den Effektverlust in ihr dem Verlust in dem wirklichen Transformator genau gleich zu machen, so kann sie als ein magnetisches und elektrisches Äquivalent für die Unvollkommenheiten des wirklichen Transformators angesehen werden; mit anderen Worten, wir können uns alle Verluste durch elektrische Ströme im Eisenkern entstanden denken, welche Ströme entmagnetisierend wirken. Damit ist der oben erwähnte scheinbare Widerspruch aufgeklärt.

Arbeitet der Transformator mit Belastung, so muß die dadurch entstehende Erregung in der Sekundärspule durch eine entsprechende Erregung in der Primärspule aufgehoben werden. Es muß also der Primärstrom jetzt größer sein. Wir wollen vorläufig die früher gemachte Annahme gleicher Windungszahlen in beiden Spulen auch jetzt beibehalten und auch voraussetzen, daß die Belastung aus Glühlampen besteht; so daß im sekundären Stromkreise keine Phasenverschiebung auftritt.

Es bedeute die Strecke $O\,i_2$ (Fig. 63) den Sekundärstrom, $O\,e_{k_2}$ die Sekundärklemmenspannung, $e_{k_2}\,e_2'$ den Spannungsverlust e_{w_2} durch ohmischen Widerstand; dann muß $O\,e_2'$ die Resultante sein aus der in der Spule durch das Feld N erzeugten EMK $O\,e_2$ und der EMK der Selbstinduktion e_{s_2}, welche durch das Streufeld N_{s_2} erzeugt wird. Der Vektor der letzteren muß eine solche Lage haben, daß e_{s_2} die Abnahme von i_2 zu verhindern trachtet, er muß also horizontal nach rechts gezeichnet werden. Der nach Gleichung 23) für e_{s_2} berechnete Wert sei im Voltmaßstab durch die Länge $O\,e_{s_2}$ gegeben. Dann bestimmt sich durch Zeichnung des Parallelogramms die in der Sekundärspule induzierte EMK $O\,e_2$.

Der Magnetisierungsstrom i_μ muß auf $O\,e_2$ senkrecht stehen, während der zur Deckung der Verluste nötige Strom i_h in der Verlängerung dieser Linie liegt. Wir finden somit $O\,i_0$, den Vektor des Leerlaufstromes, und durch Zusammensetzung mit $O\,i_2$ den Vektor des Primärstromes $O\,i_1$. Die EMK der Selbstinduktion des Primärstromes muß auf $O\,i_1$ senkrecht stehen und nacheilen. Ihr Vektor

muß also von O aus nach links eingetragen werden. Es sei das die Strecke $O e_{s_1}$. Die primäre Klemmenspannung muß nun drei Komponenten enthalten. Die eine, welche der durch das Feld N erzeugten EMK $O e_2$ gleich und entgegengesetzt gerichtet ist, nämlich $O e_1$, die zweite, welche der EMK der Selbstinduktion $O e_{s_1}$ gleich und entgegengesetzt gerichtet ist, und die dritte, welche den ohmischen Spannungsabfall $O a$ in der Primärspule deckt. Wir finden

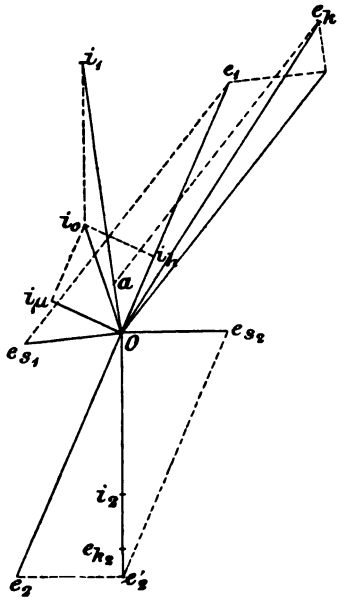


Fig. 63.

also nach den Regeln des Seilpolygones den Vektor der Primärklemmenspannung $O e_{k_1}$. Wie man leicht erkennt, muß e_{k_1} größer sein als e_{k_2}, d. h. es findet bei Belastung ein Spannungsabfall statt, der um so größer ist, je größer die EM-Kräfte e_{s_1} und e_{s_2} und je größer die ohmischen Widerstände der Spulen sind. In beiden Beziehungen ist das Diagramm (Fig. 63) übertrieben gezeichnet worden, um die Konstruktion leichter verständlich zu machen.

Es ist von Interesse, den Fall zu untersuchen, wo die sekundäre Klemmenspannung Null ist. Dieser Fall tritt ein, wenn man den Transformator durch ein Amperemeter einfach kurz schließt. Denken wir uns, daß wir die primäre Klemmenspannung so regulieren, daß

dieses Amperemeter genau den normalen Vollbelastungsstrom anzeigt, und konstruieren wir wieder das Vektordiagramm, so erhalten wir Fig. 64. Die Bezeichnungen sind die gleichen wie in Fig. 63. Das Diagramm zeigt, daß, trotzdem die sekundäre Klemmenspannung Null ist, die Primärklemmen eine Spannung von e_{k_1} aufgedrückt erhalten müssen, damit der Vollbelastungsstrom durch die Sekundärspule getrieben wird.

Wenn der ohmische Widerstand der Spulen gegenüber der Induktanz vernachlässigt werden kann, so kommt e_2 nahezu in die Horizontale und i_1 nahezu in die Vertikale zu liegen. Die Punkte e_1 und e_{k_1} rücken dann auch nahezu in die Horizontale, und e_{k_1} wird

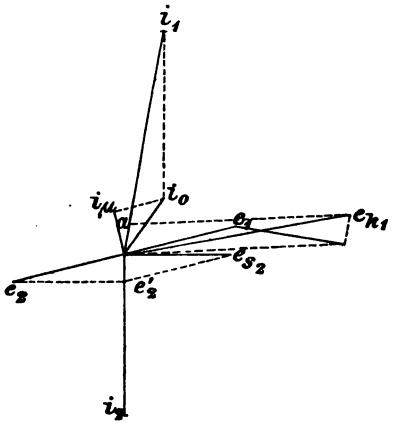


Fig. 64.

nahezu gleich $e_{s_2} + e_{s_1}$. Ist die Anordnung beider Spulen symmetrisch, so kann man ohne großen Fehler $e_{s_2} = e_{s_1}$ annehmen und erhält somit

$$e_{k_1} = 2\, e_{s_2}.$$

Man kann also die EMK der Selbstinduktion in beiden Spulen leicht durch einen einfachen Versuch ermitteln. Die sekundären Klemmen werden durch ein Amperemeter kurz geschlossen, und die primäre Klemmenspannung wird derart geregelt, daß die Amperebelastung im sekundären Stromkreis den normalen Wert erreicht. Unter der allerdings nicht immer zutreffenden Voraussetzung, daß der Spannungsverlust durch ohmischen Widerstand gegen den induktiven Spannungsverlust vernachlässigt werden kann, ist der halbe,

zwischen den Primärklemmen beobachtete Wert der Spannung gleich der EMK der Selbstinduktion in der primären Spule. Die EMK der Selbstinduktion in der sekundären Spule ist gleich diesem Werte, dividiert durch das Umsetzungsverhältnis. Nehmen wir z. B. an, daß bei einem für die Umsetzung von 2000 auf 100 gewickelten Transformator von 10 KW der oben beschriebene Versuch ergibt, daß 100 Volt Primärspannung nötig ist, um den vollen Betriebsstrom von 100 Ampere bei Kurzschluß zu erhalten, so würde $e_{s_1} = 50$ und $e_{s_2} = 2{,}5$ Volt sein. In ein für diesen Transformator gezeichnetes Vektordiagramm (Fig. 63) würde also e_{s_2} nach dem entsprechenden Maßstab mit 2,5 Volt einzutragen sein.

In der Regel darf jedoch der ohmische Spannungseffekt gegenüber dem induktiven nicht vernachlässigt werden, und man findet dann $2\,e_{s_1}$ als die eine Kathete eines rechtwinkeligen Dreieckes, dessen andere Kathete $2\,e_{w_1}$ und dessen Hypotenuse die beobachtete Spannung ist.

Der Versuch kann auch benutzt werden, den Selbstinduktionskoeffizienten der Spulen zu bestimmen. Sei L_2 der Selbstinduktionskoeffizient der Sekundärspule, so ist

$$e_{s_2} = 2\,\pi\,\nu\,i_2\,L_2,$$

also wenn ν beispielsweise 50 ist, so wäre in unserem Falle

$$2{,}5 = 6{,}28 \times 50 \times 100 \times L_2,$$

woraus

$$L_2 = 0{,}795 \times 10^{-4} \text{ Henry}.$$

Für die Primärspule ist $e_{s_1} = 50$ und $i_1 = 5$, somit

$$L_1 = 400\,L_2$$
$$L_1 = 0{,}0316 \text{ Henry}.$$

Es ist wohl zu beachten, daß diese Werte für den Transformator nur unter der Voraussetzung gelten, daß die Sekundärspule kurzgeschlossen ist.

Wenn man auf die oben beschriebene Weise durch Rechnung oder einen solchen Versuch die durch Streuung verursachte EMK der Selbstinduktion in beiden Spulen bestimmt hat, so kann man mittels des Vektordiagrammes den Abfall der sekundären Klemmenspannung bei jeder Belastung leicht finden. Dabei kann man ohne merklichen Fehler ein Annäherungsverfahren benutzen, welches darauf beruht, daß man annimmt, daß Primär- und Sekundärstrom

genau entgegengesetzte Phase haben. Diese Annahme ist deshalb zulässig, weil der Leerlaufstrom nur einige Prozente des Betriebsstromes beträgt, mithin die durch den Leerlaufstrom erzeugte Phasenverschiebung des Primärstromes ganz unbedeutend ist. Das Diagramm wird unter dieser Annahme sehr vereinfacht. In Fig. 65 bedeutet OA die sekundäre Klemmenspannung, AB den ohmischen Spannungsverlust e_{w_2} in der Sekundärspule, $BC = e_{s_2}$ die EMK der Selbstinduktion in der Sekundärspule, mithin $OC = e_2$ die in der Sekundärspule induzierte EMK. Wenn wir uns das Umsetzungsverhältnis auf 1 reduziert denken, so ist OC auch die in der Primärspule erzeugte EMK, $CD = CB$ die EMK der Selbstinduk-

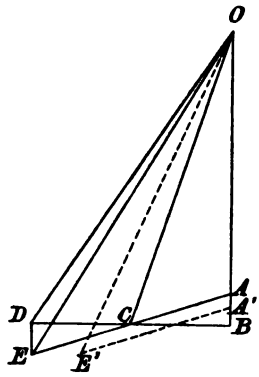


Fig. 65.

tion in der Primärspule, und $DE = AB$ stellt mit genügender Annäherung den ohmischen Spannungsabfall in der Primärspule dar unter der Voraussetzung, daß die Stromwärme in beiden Spulen gleich ist, wie das eine gute Konstruktion erfordert. Die Linie ACE ist also eine Gerade, und ihr Neigungswinkel ist für alle Belastungen derselbe. So würde z. B. bei einer kleineren Belastung, welcher der ohmische Spannungsabfall BA' entspricht, die sekundäre Klemmenspannung OA' und die primäre Klemmenspannung OE' betragen, wobei die Länge der Linie $A'E'$ zu AE in demselben Verhältnis steht als $A'B$ zu AB. Mit anderen Worten: die Länge der Linie $A'E'$ ist der Strombelastung direkt proportional. Wenn man nun bedenkt, daß die Strecke AB nur ungefähr ein Hundertstel von AO beträgt, so sieht man, daß man ohne merklichen Fehler

die punktierte Linie $A'E'$ mit der vollen Linie AE zusammenfallen lassen und mithin die letztere Linie direkt zur Eintragung der Strombelastung verwenden kann.

Wir fertigen uns also einen Amperemaßstab an, dessen Teilung so zu bemessen ist, daß die Strecke AE der Vollbelastung von 100 Ampere entspricht (Fig. 66). Dann sind die Klemmenspannungen durch die im Voltmaßstabe gemessenen Strecken OA und OE gegeben. Bei halber Belastung ist $AE' = \frac{1}{2} AE$, und die primäre Klemmenspannung ist OE'; bei Viertelbelastung ist $AE'' = \frac{1}{4} AE$, und die primäre Klemmenspannung ist OE''. Die sekundäre Klemmenspannung bleibt in allen Fällen die gleiche, nämlich OA. Wir können also mittels dieser Konstruktion bestimmen, wie die

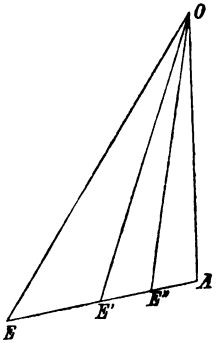


Fig. 66.

primäre Klemmenspannung bei verschiedener Belastung geändert werden muß, damit die sekundäre Klemmenspannung konstant bleibt. Das ist jedoch nicht jener Fall, welcher bei der praktischen Verwendung von Transformatoren eintritt. In der Regel bleibt die primäre Klemmenspannung konstant, und es handelt sich darum, zu bestimmen, wie sich die sekundäre Klemmenspannung mit der Belastung ändert. Auch diese Aufgabe läßt sich graphisch durch eine kleine Abänderung in der obigen Konstruktion leicht lösen.

Es wurde schon oben erwähnt, daß den verschiedenen Belastungen Dreiecke OAE, $OA'E'$ etc. entsprechen, welche alle einen Winkel (nämlich den stumpfen Winkel bei A, A', Fig. 65)

gleich haben. Die längste Seite stellt die primäre Klemmenspannung und die kürzeste Seite die Belastung dar. Nun können wir uns jedes der Dreiecke so vergrößert oder verkleinert denken, daß die längsten Seiten in allen gleich werden, wobei die Punkte E auf einen um O beschriebenen Kreis zu liegen kommen, dessen Radius nach dem gewählten Voltmaßstabe die konstante Spannung an den Primärklemmen darstellt. Es sei OE (Fig. 67) der Vektor dieser Spannung und OA jener der zugehörigen Sekundärspannung bei Vollbelastung. EA stellt dann wie in Fig. 66 die Belastung dar. Für eine geringere Belastung sei der Primärvektor OE', wobei E'

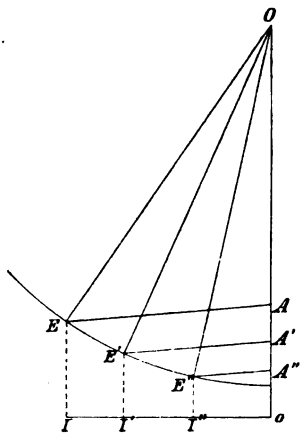


Fig. 67.

auf dem oben erwähnten Kreis liegen muß, wenn die Primärspannung konstant ist. Wenn wir von E' aus eine Gerade parallel zu EA ziehen, bis sie die Vertikale schneidet, so erhalten wir den Punkt A', und OA' ist die sekundäre Klemmenspannung, welche der Belastung $A'E'$ entspricht. Der Bequemlichkeit halber können wir die Belastung auch auf einer Horizontalen von o aus auftragen. Es entspricht dann der Belastung oI der Primärvektor OE, der Belastung oI' der Primärvektor OE' u. s. w. Die entsprechenden Werte der sekundären Klemmenspannung sind dann OA, OA' u. s. w. Wenn wir diese Konstruktion auf einen Transformator anwenden, bei dem in jeder der beiden Spulen bei Vollbelastung 1 % ohmischer Spannungsverlust stattfindet, und die EMK der Selbst-

induktion 5 % ausmacht[1]), so haben wir für beide Spulen zusammen die EMK der Selbstinduktion 10 V und den ohmischen Spannungsverlust 2 V. Die Neigung der Linie EA ist also 1 : 5. Soll die sekundäre Klemmenspannung bei Vollbelastung 100 V sein, so muß OA dem Voltmaßstabe nach = 100 eingetragen werden. Die Strecke AE entspricht Vollbelastung; ihre Projektion oI muß also den Vollbelastungsstrom von 100 Ampere darstellen. Wenn wir uns einen Amperemaßstab darnach machen, können wir den zu jeder Belastung gehörigen Punkt I' auf oI eintragen und vertikal darüber den zugehörigen Punkt E'. Von da ziehen wir eine Linie parallel zu EA und finden so den Punkt A', welcher uns die sekundäre Klemmenspannung gibt.

Diese Konstruktion ausgeführt gibt für unser Beispiel eines Transformators mit 5 % Selbstinduktion und 1 % ohmischem Spannungsverlust in jeder Spule folgende Werte:

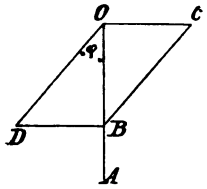


Fig. 68.

Belastung in Ampere	0	50	100	200
Sekundäre Klemmenspannung	102,2	101,1	100	96

Wir haben also einen Spannungsabfall von 2,2 V von Leerlauf bis Vollbelastung. Bei Überlastung auf das Doppelte (welche der Transformator auf kurze Zeit immer noch aushalten kann) würde jedoch der Spannungsabfall noch 4 Volt mehr, also im ganzen 6,2 V betragen.

Es erübrigt noch, den Fall zu behandeln, daß die Belastung des Transformators nicht aus einem induktionslosen Widerstand besteht, sondern eine gewisse Selbstinduktion hat. Dieser Fall tritt ein, wenn der Transformator zur Speisung von Bogenlampen oder zum Betrieb eines Wechselstrommotors verwendet wird. Die Bogen-

[1]) Dieses Beispiel ist nur gewählt, um das Prinzip der Rechnung deutlicher zu zeigen; moderne Transformatoren haben viel weniger induktiven Spannungsabfall.

lampen oder der Motor entwickeln infolge ihrer Selbstinduktion eine Gegen-EMK, deren Phase auf der Stromphase senkrecht steht und nacheilt. Die sekundäre Klemmenspannung muß also eine Komponente enthalten, welche dem Strom um 90° vorauseilt und genau so groß ist wie die EMK der Selbstinduktion im Verbrauchsstromkreis. Es sei in Fig. 68 OA der Betriebsstrom und OB diejenige Komponente der EMK, welche Arbeit leistet, OC die durch Selbstinduktion hervorgerufene Gegen-EMK. Die sekundäre Klemmenspannung des Transformators muß also OD sein und dem Strom um den Winkel φ vorauseilen. Es ist cos φ der Leistungsfaktor des Motors oder der Bogenlampen, welche durch den Transformator gespeist werden. Die Komponente der EMK BD heißt die wattlose Komponente, weil sie keine Arbeit leistet; die Komponente OB

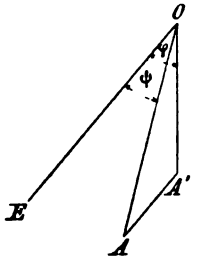


Fig. 69.

heißt die Wattkomponente, weil sie die gesamte Arbeit leistet. Nun tritt oft der Fall ein, daß die stromverbrauchenden Apparate teilweise ohmische Widerstände und teilweise mit Selbstinduktion behaftete Widerstände sind. Es können z. B. in einer Beleuchtungsanlage Glühlampen und Bogenlampen gleichzeitig verwendet werden. Bei einer Anlage von 100 Volt würde man die Bogenlampen in parallelen Serien von 2 oder 3 Lampen anordnen, die 100voltigen Glühlampen jedoch alle parallel. In Fig. 69 stelle OE den Vektor der sekundären Klemmenspannung dar und cos φ den Leistungsfaktor der Bogenlampen. Dann ist OA' die für die Bogenlampen nötige Komponente des Stromes. Die für die Glühlampen nötige Komponente ist $A'A$ und muß natürlich mit OE parallel liegen. Der gesamte Strom ist mithin OA und der Leistungsfaktor der ganzen Anlage ist cos ϕ. Es ist aus der Figur klar, daß $OA < OA' + A'A$; wenn wir also in die beiden Abzweigungen (zu den

Bogenlampen und Glühlampen) je ein Amperemeter und auch in den unverzweigten Strom ein Amperemeter einschalten, so wird letzteres Instrument eine kleinere Stromstärke anzeigen als die Summe der Ablesungen der beiden anderen Instrumente. Nehmen wir als Beispiel an, daß der Leistungsfaktor der Bogenlampen 71% beträgt ($\varphi = 45^0$), und daß wir 5 Serien von Lampen parallel schalten, deren jede 15 Ampere gebraucht, so ist $OA' = 75$ Ampere. Nun schalten wir so viele Glühlampen ein, daß $A'A = 32$ Ampere wird. Der Gesamtstrom ist dann nicht 107 Ampere, sondern nur 100 Ampere, wie man sich durch eine graphische Konstruktion leicht überzeugt. Der Leistungsfaktor der gesamten Anlage ist $\cos \psi = 0{,}85$. Unser Transformator ist also scheinbar mit 10 KW be-

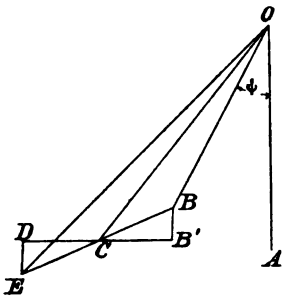


Fig. 70.

lastet, in Wirklichkeit jedoch nur mit 8,5 KW. Diese Verminderung der Belastung ist durch die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung hervorgebracht worden, und es bleibt noch zu untersuchen, welchen Einfluß die Phasenverschiebung auf die sekundäre Klemmenspannung oder auf das Verhältnis zwischen primärer und sekundärer Klemmenspannung hat. Es sei in Fig. 70 OA der Gesamtstrom und OB die sekundäre Klemmenspannung. Die in der Sekundärspule induzierte EMK muß also enthalten eine Komponente OB, eine Komponente BB' zur Überwindung des ohmischen Widerstandes und eine Komponente $B'C$ zur Überwindung der Selbstinduktion. Wir erhalten somit den Vektor OC für die in der sekundären Spule induzierte EMK, welcher bei Reduktion auf gleiche Windungszahl natürlich auch für die primäre Spule gilt. Die primäre Klemmenspannung muß auch drei Komponenten ent-

halten, nämlich OC, CD für die Überwindung der Selbstinduktion und DE für Überwindung des ohmischen Widerstandes. Wir erhalten somit OE als den Vektor der primären Klemmenspannung. Die Neigung der Geraden BE ist wie früher durch das Verhältnis von Widerstand und Reaktanz der Transformatorwickelung gegeben.

Bei gemischter Belastung ändert sich ψ mit der Anzahl der eingeschalteten Glüh- und Bogenlampen. Besteht jedoch die Belastung nur aus Bogenlampen, welche in Gruppen von 2 oder 3 Lampen in Serie zu- oder abgeschaltet werden, so bleibt der Phasenwinkel, den wir in diesem Falle mit φ bezeichnen, für alle Stromstärken konstant. Die Stromstärke kann dann auf einer zu BE parallelen Geraden oI (Fig. 71) graphisch aufgetragen werden, wobei der Amperemaßstab so zu wählen ist, daß oI die Maximalbelastung darstellt. Be-

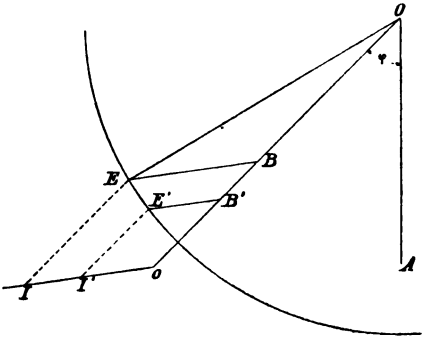


Fig. 71.

schreibt man nun aus O einen durch E gehenden Kreis, so kann man die sekundäre Klemmenspannung für jede andere Belastung I' leicht finden. Man macht $I'E'$ parallel IE und $E'B'$ parallel EB. Dadurch findet man OB' als die zur Belastung I' gehörige sekundäre Klemmenspannung. Ein Vergleich von Fig. 71 mit Fig. 67 läßt sofort erkennen, daß der Spannungsabfall bei induktiver Belastung unter sonst gleichen Umständen größer ist als bei induktionsfreier Belastung.

Es wurde oben ein Beispiel über den Spannungsabfall eines 10 KW-Transformators bei induktionsloser Belastung gegeben. Dabei wurde angenommen, daß die Selbstinduktion der Spulen 10 %

und der ohmische Widerstand 2% der sekundären Klemmenspannung bei Vollbelastung ausmachen. Die Neigung der Linie EB war also 1 : 5. Wir wollen nun genau den gleichen Transformator auf eine Gruppe von Bogenlampen arbeiten lassen, welche, wie oben erwähnt, angeordnet sein mögen. Dabei bleibt der Leistungsfaktor konstant. Derselbe sei 71 %, also $\varphi = 45^0$. Wenn man die graphische Konstruktion ausführt, so findet man für die sekundäre Klemmenspannung die in folgender Tabelle enthaltenen Werte. Um den Vergleich zu erleichtern, sind die früheren Werte mit angeführt.

Belastung in Ampere		0	50	100	200
Sekundäre Klemmenspannung	induktionsfrei	102,2	101,1	100	96
	induktiv $\cos\varphi = 71\%$	102,2	98,3	93,6	85

Bei induktionsfreier Belastung hat dieser Transformator (2 % Widerstand und 10% Selbstinduktion) einen Spannungsabfall von 2,2%; er ließe sich also für eine Glühlichtbeleuchtung allenfalls noch verwenden. Er würde sich jedoch für induktive Belastung sehr schlecht eignen, denn da beträgt der Spannungsabfall nicht weniger als 8,6 %. Um den Transformator für Motorenbetrieb tauglich zu machen, darf die Selbstinduktion höchstens 4% der Klemmenspannung betragen, d. h. etwas über 4 % der normalen Primärspannung muß genügen, um in der kurz geschlossenen Sekundärspule den vollen Belastungsstrom zu erzeugen.

Es erübrigt nun noch, eine Untersuchung zu machen über den Fall, daß der vom Transformator gespeiste Apparat nicht Selbstinduktion, sondern Kapazität hat. Kapazität bedingt auch eine Verminderung des Leistungsfaktors, und es liegt daher der Gedanke nahe, daß auch in diesem Falle der Spannungsabfall um so größer ausfallen wird, je mehr der Leistungsfaktor durch die Kapazität verringert wird. Dieses ist jedoch, wie gleich gezeigt werden soll, nicht der Fall. Die Kapazität im gespeisten Apparate bewirkt nicht eine Vergrößerung, sondern eine Verminderung des Spannungsabfalles, und zwar kann die Verminderung so stark sein, daß die Sekundärklemmenspannung bei Belastung sogar höher ist als bei Leerlauf. Um die Untersuchung so einfach als möglich zu machen, nehmen wir zunächst an, daß der von den Sekundärklemmen des Transformators gespeiste Apparat nur ohmischen Widerstand und

Kapazität, nicht aber Selbstinduktion hat. Die Kapazität möge zu dem Widerstande im Nebenschluß liegen. Ist E der Maximalwert der Klemmenspannung und K die Kapazität des Kondensators in Farad, so wird der Kondensator in jeder vollen Periode mit der Elektrizitätsmenge KE Coulomb zweimal geladen und entladen, und zwar erfolgt die Ladung abwechselnd im positiven und negativen Sinne. Greifen wir den Zeitpunkt heraus, zu welchem die EMK ihren positiven Maximalwert erreicht hat und anfängt abzunehmen. In diesem Augenblicke ist der Kondensator durch den vorher in positiver Richtung eingeflossenen Strom vollständig geladen. Der Kondensator fängt an, sich zu entladen, und der Strom hat jetzt die umgekehrte, also negative Richtung. Der Strom geht also durch Null in dem Augenblicke, in welchem die EMK ihr Maximum er-

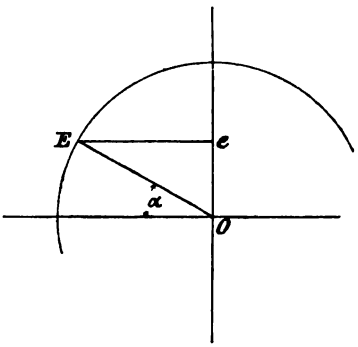


Fig. 72.

reicht hat, und einen Augenblick später ist der Strom schon negativ, während die EMK noch immer einen positiven, wenn auch kleineren Wert hat. Es eilt also der Strom der EMK voraus.

Es sei in Fig. 72 E der Vektor der EMK zur Zeit t, welcher die Winkelstellung α entspricht, und e die zwischen den Kondensatorplatten herrschende Spannung. Nach Ablauf der unendlich kleinen Zeit dt ist diese Spannung um den Wert $de = \frac{d}{dt} E \sin \alpha$ angewachsen, und die Ladung des Kondensators ist um die Elektrizitätsmenge $i\,dt$ vermehrt worden, wobei i der während der Zeit dt unter der Spannung de eingeflossene Ladestrom ist. Wir haben also

$$i\,dt = K\,de$$

$$i = K\frac{de}{dt}.$$

Der Differentialquotient $\frac{de}{dt}$ ist bei sinusförmigen Stromwellen durch die Gleichung $e = E \sin \alpha$ bestimmbar. Wir haben zunächst

$$\frac{de}{dt} = E \cos \alpha \frac{d\alpha}{dt},$$

und da $d\alpha = 2\pi\nu\,dt$, so ist

$$\frac{de}{dt} = E\,2\pi\nu \cos \alpha$$

$$i = KE\,2\pi\nu \cos \alpha.$$

Der Kondensatorstrom i erreicht seine Maxima für alle jene Werte von α, für welche $\cos \alpha = \pm 1$, also für $\alpha = 0,\ \pi,\ 2\pi$ u. s. f. Er wird Null für $\alpha = \frac{\pi}{2},\ \frac{3}{2}\pi$ u. s. f. Andererseits ist die Spannung $e = E \sin \alpha$ ein Maximum für $\alpha = \frac{\pi}{2},\ \frac{3}{2}\pi$ u. s. f. und Null für $\alpha = 0,\ \pi,\ 2\pi$ u. s. f. Wir finden somit, daß im Vektordiagramm der Kondensatorstrom auf der Spannung senkrecht steht und, wie schon früher gezeigt wurde, ihr vorauseilt. Der Maximalwert des Kondensatorstromes ist

$$I = KE\,2\pi\nu,$$

und sein effektiver Wert ist

$$i = \frac{KE\,2\pi\nu}{\sqrt{2}}.$$

Nun ist $e = E : \sqrt{2}$ der effektive Wert der Spannung, und wir haben somit zwischen den effektiven Werten des Kondensatorstromes und der Spannung die Beziehung

$$i = Ke\,2\pi\nu;$$

dabei ist i in Ampere, e in Volt und K in Farad einzusetzen. Die gebräuchliche Einheit für Kapazität ist aber nicht das Farad, sondern das Mikrofarad (ein Millionstel Farad), und wenn wir die Kapazität des Kondensators in Mikrofarad einführen, so ist der effektive Wert des Kondensatorstromes

$$i_k = Ke\,2\pi\nu\,10^{-6} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 25)$$

wobei wir dem Symbol für den Strom den Index k geben, um damit auszudrücken, daß es sich nur um jene Komponente des Gesamt-

stromes handelt, welche in den Kondensator fließt und keine Arbeit leistet. Die Wattkomponente des Stromes, welche der Phase nach mit der Spannung übereinstimmt, bezeichnen wir mit $i_w = \frac{e}{W}$. Der gesamte in den Apparat fließende Strom ist also

$$i = \sqrt{i_k^2 + i_w^2}.$$

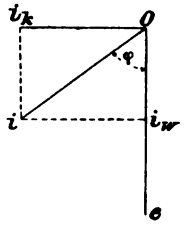


Fig. 73.

Das Vektordiagramm für einen solchen Apparat ist durch Fig. 73 dargestellt. $O\,e$ ist der Vektor der effektiven Spannung, $O\,i_w$ jener des Wattstromes und $O\,i_k$ jener des Kondensatorstromes. Dann gibt der Vektor $O\,i$ die Größe und Phase des Gesamtstromes. Das Diagramm gilt natürlich nur für den Fall, daß Widerstand und

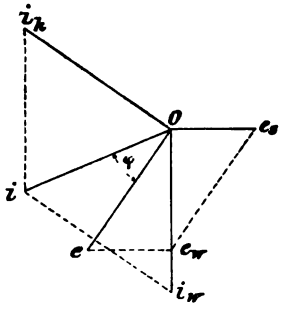


Fig. 74.

Kapazität in Parallelschaltung liegen, wie das zum Beispiel der Fall ist, wenn das eine Ende eines konzentrischen Kabels an eine Stromquelle und das andere Ende an eine Gruppe von Glühlampen angeschlossen ist. Die beiden Leiter des Kabels bilden die Platten eines Kondensators, welcher durch den Strom i_k geladen und entaden wird. Sind alle Lampen ausgeschaltet, so ist $i_w = 0$, und i

fällt mit i_k zusammen, wobei $\varphi = 90^0$ und der Leistungfaktor 0 wird. In dem Maße, als Lampen eingeschaltet werden, wächst i_w, der Winkel φ wird kleiner und der Leistungsfaktor größer.

Sind nun am entfernten Ende des Kabels nicht Glühlampen, sondern Bogenlampen oder Motoren angeschlossen, so ist neben dem ohmischen Widerstand auch Selbstinduktion vorhanden. Die EMK der Selbstinduktion ist $e_s = 2\pi\nu L i_w$, und ihre Phase eilt dem Strom um 90^0 nach. Die betreffende Komponente der Klemmenspannung muß also um 90^0 voreilen. Die Wattkomponente e_w hat die gleiche Phase wie der Strom. In Fig. 74 ist i_w der durch den induktiven Widerstand fließende Strom und e_w seine Wattkomponente der EMK. Die EMK der Selbstinduktion ist e_s und mithin e die gesamte Klemmenspannung. Diese erzeugt nun einen Kondensatorstrom, welcher ihr um 90^0 vorauseilt; es sei das i_k. Der von

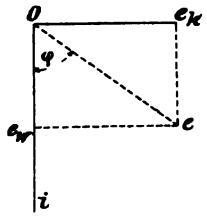


Fig. 75.

der Stromquelle (die im Transformator sein kann) gelieferte Strom muß also die beiden Komponenten i_w und i_k enthalten. Wir finden ihn durch Konstruktion des Parallelogrammes. Sein Vektor wird der Lage und Größe nach durch die Linie $0\,i$ dargestellt. Es ist sofort klar, daß, je nachdem Selbstinduktion oder Kapazität überwiegt, i hinter oder vor e zu liegen kommt. In der Figur sind die Verhältnisse so gewählt, daß der Strom voreilt.

Wir haben bisher angenommen, daß die Kapazität zu den übrigen Teilen des Apparates im Nebenschluß liegt. Das ist auch in der Regel der Fall; es kann jedoch auch vorkommen, daß der Stromkreis durch den Kondensator unterbrochen wird, letzterer also in Serienschaltung mit den übrigen Teilen des Apparates angeordnet ist. Eine solche Anordnung entsteht zum Beispiel bei der Anwendung eines Flüssigkeitswiderstandes zur Prüfung von Transformatoren. Ein Faß mit salzigem oder schwefelsaurem Wasser und Bleiplatten als Elektroden oder ein eiserner Trog mit alkalischer

Lösung und Eisenplatten als Elektroden sind sehr bequeme Mittel, um elektrische Energie aufzubrauchen, und werden deshalb bei Belastungsproben von Transformatoren vielfach anstatt fester Widerstände verwendet. Nun bildet bekanntlich eine in eine Flüssigkeit getauchte Metallplatte einen Kondensator von ganz enormer Kapazität, und wir haben somit neben dem ohmischen Widerstand der Flüssigkeit selbst die an beiden Elektroden auftretende Kapazität mit in Betracht zu ziehen. Es sei in Fig. 75 Oi der durch den Flüssigkeitswiderstand fließende Strom und Oe_w jene Komponente der EMK, welche einzig und allein zur Überwindung des ohmischen Widerstandes nötig ist. Die zur Ladung des Kondensators nötige EMK ist (für K in Farad) $e_k = i : K 2 \pi \nu$ und eilt dem Strom

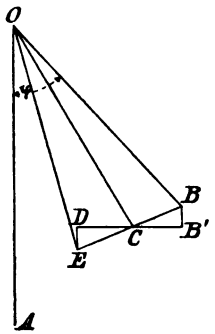


Fig. 76.

um 90° nach. Es ist somit Oe die gesamte EMK, welche der Transformator den Elektroden zuführen muß. Es ist offenbar, daß auch in diesem Falle der Strom der EMK um den Winkel φ voreilt, und mithin der Leistungsfaktor des Flüssigkeitswiderstandes kleiner als 1 ist.

Im vorhergehenden wurde gezeigt, wie man unter Berücksichtigung der elektrischen Konstanten eines Stromkreises für jede Belastung die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom bestimmen kann. Wenn also die Klemmenspannung des Transformators und die elektrischen Konstanten desjenigen Apparates gegeben sind, welcher durch den Transformator mit Strom versehen wird, so ist dadurch der Arbeitszustand des Transformators selbst vollkommen bestimmt. Diejenigen Fälle, in welchen die Klemmenspannung dem

Strome voreilt, haben wir in bezug auf Spannungsabfall schon untersucht; es erübrigt jetzt, die Untersuchung auf jene Fälle auszudehnen, in welchen die Spannung dem Strome nacheilt, wo also der Winkel φ (Fig. 71) negativ ist. Die dortige Konstruktion kann ohne weiteres auch für diesen Fall angewendet werden. Wir haben in Fig. 76 wie früher den Stromvektor OA und die sekundäre Klemmenspannung OB. Der ohmische Spannungsverlust in der Sekundärspule sei BB'. Diese Größe muß mit OA gleichgerichtet sein. Die EMK der Selbstinduktion in der Sekundärspule ist $B'C$, jene in der Primärspule ist CD, und der ohmische Spannungsverlust in der Primärspule ist DE. Derselbe ist aus dem schon früher angegebenen Grunde sehr nahezu dem Strome OA gleichgerichtet.

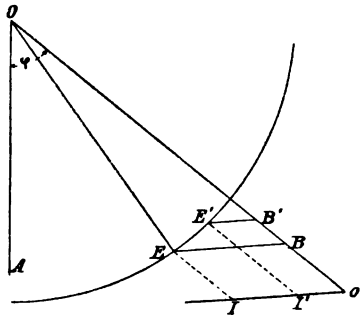


Fig. 77.

Wir erhalten somit OE als diejenige Spannung, welche den Primärklemmen zugeführt werden muß, damit der Strom OA unter der Spannung OB den Sekundärklemmen entnommen werden kann. Da die Strecke BB' sowohl als auch die Strecke $B'C$ dem Strom proportional ist, so bleibt die Neigung der Linie BE für alle Belastungen dieselbe, und wir können mittels eines geeigneten Amperemaßstabes die sekundäre Stromstärke aus der Länge BE bestimmen, beziehungsweise bei Aufzeichnung des Diagrammes BE der Stromstärke entsprechend eintragen. Nehmen wir zunächst an, daß der Leistungsfaktor bei verschiedenen Stromstärken der gleiche bleibt, dann läßt sich die sekundäre Klemmenspannung mittels einer Konstruktion nach Fig. 71 für alle Stromstärken graphisch bestimmen.

Es sei in Fig. 77 OA der Stromvektor, Oo die Richtung des Vektors der sekundären Klemmenspannung. Die Neigung der Linie oI, auf welcher wir die Belastung in Ampere abmessen, ist, wie früher erläutert, durch das Verhältnis von Widerstand und Reaktanz gegeben. Wir beschreiben aus O als Mittelpunkt einen Kreisbogen, dessen Radius gleich der Primärklemmenspannung ist. Ziehen wir nun durch I eine Parallele zu oO, bis sie den Kreis schneidet, und vom Schnittpunkt E eine Parallele zu Io, bis sie Oo schneidet, so finden wir den Punkt B, dessen Entfernung von O die sekundäre Klemmenspannung gibt. Für einen kleineren Strom I' finden wir in derselben Weise die Klemmenspannung OB'. Wie aus dem Diagramm ersichtlich, steigt die Klemmenspannung mit der Belastung. Es verhält sich also jetzt der Transformator ganz anders als in dem Falle, wo die Belastung induktiv war. Wir fanden dort, daß bei Belastung Spannungsabfall eintritt, während hier eine Steigerung der Spannung eintritt. Hätten wir im Diagramm den Winkel φ kleiner gewählt, so wäre, wie man sofort sieht, auch diese Steigerung kleiner ausgefallen, und für einen bestimmten Wert von φ verschwindet sie sogar gänzlich. Immerhin jedoch ist der Spannungsabfall, den man beobachtet, wenn der Transformator einen Stromkreis speist, welcher Kapazität enthält, erheblich geringer, als in dem Falle, wo der Stromkreis nur ohmischen Widerstand oder solchen und Reaktanz enthält. Aus diesem Grunde ist es unzulässig, bei der direkten Bestimmung des Spannungsabfalls als Belastung einen Flüssigkeitswiderstand zu benutzen. Der so ermittelte Spannungsabfall ist immer zu klein und kann unter Umständen sogar negativ werden, das heißt, man beobachtet irrtümlicherweise nicht einen Abfall, sondern eine Zunahme der Spannung bei Belastung.

Wir haben bisher angenommen, daß der Vor- oder Nacheilungswinkel des Stromes konstant sei, und die sekundäre Klemmenspannung als Funktion der Amperebelastung bestimmt. In den meisten praktisch vorkommenden Fällen ist es jedoch nur von Interesse, die Spannung bei Vollbelastung zu kennen. Die genaue Ermittlung der Spannung für teilweise Belastung hat wenig Wert, denn die Brauchbarkeit eines gegebenen Transformators muß sich doch immer nach dem größten noch möglichen Spannungsabfall richten, der eben bei Vollbelastung eintritt. Dagegen ist es wichtig, für jeden Transformator zu ermitteln, wie sich die Spannung bei Vollbelastung ändert, wenn er zur Speisung von Apparaten von ver-

schiedenem Leistungsfaktor verwendet wird; denn darnach richtet sich die Entscheidung, ob er überhaupt für den einen oder den anderen Zweck verwendbar ist.

Das Problem ist also folgendes: Gegeben ist ein Transformator, dessen Widerstand und Reaktanz bekannt sind. Die Primärspannung ist konstant. Zu bestimmen ist die Sekundärspannung bei voller Amperebelastung und bei verschiedener Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung im gespeisten Apparate. Die graphische Lösung dieser Aufgabe ergibt sich aus den Figuren 70 bis 77 auf sehr einfache Weise. Es ist ohne weiteres klar, daß für konstante Belastung die Länge der Linie EB immer dieselbe ist. Ihre Neigung (Verhältnis des Widerstandes zur Reaktanz) ist auch konstant.

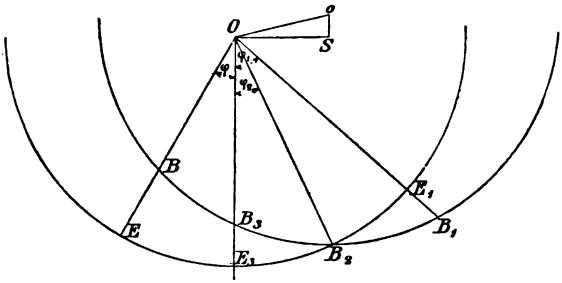


Fig. 78.

Wenn sich der Winkel φ in Fig. 76 ändert, so wandert der Punkt E auf dem Kreis, welcher die Primärspannung darstellt, und der Ort des Punktes B ist somit auch ein Kreis vom gleichen Radius, dessen Mittelpunkt relativ zu O die gleiche Lage hat, als B relativ zu E hat. Es sei in Fig. 78 die Vertikale der Stromvektor, und OS die EMK der Selbstinduktion bei voller Stromstärke. Die Strecke So sei die EMK, welche zur Überwindung des ohmischen Widerstandes nötig ist, dann ist Oo der Strecke EB in Fig. 71 gleich und parallel, und o ist der Mittelpunkt des zweiten oben erwähnten Kreises, welcher der geometrische Ort aller Punkte B ist. Für eine positive Phasenverschiebung φ (Nacheilen des Stromes) ist die Klemmenspannung OB also kleiner als die Spannung OE bei Leerlauf. Ist jedoch die Phasenverschiebung negativ (Voreilen des Stromes), z. B. φ_1, so ist die Klemmenspannung OB_1, also größer als bei Leerlauf. Bei einer bestimmten negativen Phasenverschiebung φ_2 geht der Vektor der Klemmenspannung durch den Schnitt-

punkt beider Kreise, und es ist mithin die Klemmenspannung bei Belastung genau so groß als bei Leerlauf. Das zwischen beiden Kreisen vom Vektor abgeschnittene Stück BE gibt unmittelbar den Spannungsabfall beziehungsweise die Spannungserhöhung bei Belastung. Bei induktions- und kapazitätsloser Belastung ist $\varphi = 0$, und die Spannung ist OB_3; der Spannungsabfall ist also E_3B_3. Das Diagramm zeigt deutlich, wie der Spannungsabfall größer wird, wenn die Phasenverschiebung infolge der Selbstinduktion im gespeisten Apparate wächst. Nach dem, was früher gesagt wurde, ist sofort klar, daß die Länge der Linie Oo die Belastung darstellt. Wenn die Belastung geändert wird, so verschiebt sich der Punkt o dementsprechend, und man kann somit die Konstruktion für jede Belastung durchführen. Das Diagramm Fig. 78 kann mithin benützt werden, um die Sekundärspannung eines gegebenen Transformators für alle möglichen Fälle vorauszubestimmen. Die so ausgeführte Bestimmung ist einer direkten Messung aus mehreren Gründen vorzuziehen. Erstens kann eine direkte Messung nur dann ein genaues Resultat geben, wenn der zur Stromaufnahme dienende Apparat genau jene Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung erzeugt, welche in Wirklichkeit zu erwarten ist. Die Anwendung eines Flüssigkeitswiderstandes ist also im allgemeinen nicht zulässig. Feste Drahtwiderstände oder Lampen sind nicht so bequem, und es ist namentlich ihre Anwendung auf eine ganz bestimmte Phasenverschiebung in dem Laboratorium einer Fabrik kaum ausführbar. Zu dem kommt noch der Übelstand, daß bei Untersuchung großer Transformatoren eine sehr bedeutende Leistung notwendig ist. Man tut also besser, von einer direkten Messung des Spannungsabfalls ganz Abstand zu nehmen und die Bestimmung auf indirektem Wege mit Hilfe des Diagrammes Fig. 78 vorzunehmen[1]).

Der Übersichtlichkeit halber wollen wir die Untersuchungsmethode noch einmal kurz wiederholen und an einem Beispiele erläutern. Es sei ein 60 KW-Transformator mit einem Umsetzungsverhältnis von 3000 zu 200 Volt zu untersuchen. Widerstand der Primärspule 0,9 Ohm; ohmischer Spannungsverlust 18 V. Widerstand der Sekundärspule 0,0036 Ohm; ohmischer Spannungsverlust 1,08 V. Wenn wir uns die Windungszahl der Primärspule auf jene

1) ETZ 1895. Heft 17, S. 260.

der Sekundärspule reduziert denken, so ist der ohmische Spannungsverlust $18 \cdot \frac{200}{3000} = 1{,}20$ V. Wir haben also zur Bestimmung der Strecke So in Fig. 78

Ohmischer Spannungsverlust	primär	1,20
„ „	sekundär . . .	1,08
„ „	gesamter . . .	2,28

Jetzt schließen wir die sekundären Klemmen durch ein Amperemeter kurz und führen den Primärklemmen Strom von der richtigen Periodenzahl und solcher Spannung zu, daß das Amperemeter genau 300 Ampere anzeigt. Die dazu aufgewendete Spannung sei 255 V, was für die reduzierte Windungszahl einer Spannung von

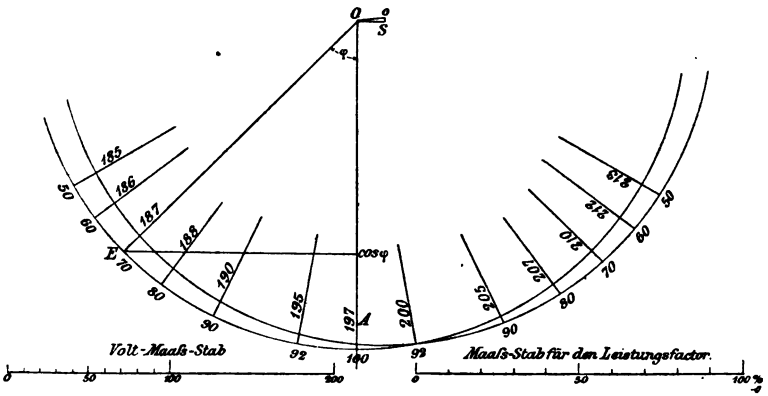


Fig. 79.

17 Volt entspricht. Wir haben also in Fig. 78 $Oo = 17$, $So = 2{,}28$ und $OE = 200$. Wir haben jetzt alle Daten zur Konstruktion des Vektordiagrammes Fig. 79. OA ist der Stromvektor, und auf diesem tragen wir den Leistungsfaktor cos φ auf. Die entsprechende Lage des Spannungsvektors ist OE. Die an diesem abgelesene Spannung ist 187 Volt, und so mit allen anderen Werten von cos φ. Diese sind bei der folgenden Tabelle auf ein Volt abgerundet angegeben.

60 KW-Transformator 3000 : 200 Volt bei Leerlauf.

Sekundäre Klemmenspannung bei einem Strom von 300 A und verschiedenen Werten des Leistungsfaktors im gespeisten Apparat.

Leistungsfaktor in Prozenten . . .	100	99	90	80	70	60	50
Spannung bei voreilendem Strom .	197	200	205	207	210	212	213
Spannung bei nacheilendem Strom	197	195	190	188	187	186	185

Dieser Transformator würde also bei Speisung von Glühlampen nur $1^1/_2\%$ Spannungsabfall haben, bei Speisung von Motoren oder Bogenlampen, wobei der Leistungsfaktor 70 bis 80% beträgt, ungefähr 6% Spannungsabfall aufweisen. Er würde also für Glühlampen ganz gut verwendbar sein, für Motoren jedoch würde er schon etwas zuviel Spannungsabfall haben.

Aus dem Diagramm Fig. 79 lassen sich noch einige interessante Schlüsse ziehen, welche auch praktischen Wert haben. Wir beschränken uns dabei auf den Fall, daß der gespeiste Apparat Selbstinduktion hat, also ein Nacheilen des Stromes herbeiführt. In diesem Falle brauchen wir nur die linke Hälfte des Diagrammes zu beachten.

Wenn es möglich wäre, einen Transformator zu bauen, der gar keine Streuung hat, so würde $OS = 0$ sein und der Punkt o genau oberhalb O zu liegen kommen. Dann nähert sich der innere Kreis dem äußeren um so mehr, je weiter wir nach links gehen. Wir haben also den größten Spannungsabfall bei induktionsloser Belastung. Dieser Fall ist jedoch praktisch nicht möglich, denn man kann die Selbstinduktion im Transformator nie ganz vermeiden. Allerdings ist es, besonders bei kleiner Periodenzahl, möglich, sie beträchtlich zu vermindern. Wenn sie so weit vermindert wird, daß Reaktanz und Widerstand einander ungefähr gleich sind, so schließt Oo mit OA einen Winkel von ungefähr 45^0 ein, und die Entfernung zwischen den beiden Kreisen ändert sich nur wenig. Es ist also der Spannungsabfall für alle Leistungsfaktoren so ziemlich derselbe.

Meistens ist jedoch die Induktanz größer als der Widerstand, und die zwei Kreise gehen nach links hin auseinander. Der Spannungsabfall wird größer, wenn der Leistungsfaktor kleiner wird. Wird derselbe Transformator für den gleichen Zweck einmal bei niedriger und das andere Mal bei hoher Periodenzahl angewendet, so ist der Spannungsabfall im letzten Falle größer als im ersten. Die Summe der EMK der Selbstinduktion beider Stromkreise ist, wie schon gezeigt wurde,

$$OS = 2 \times 2\pi\nu L_2 i_2,$$

also der Periodenzahl direkt proportional. Wird letztere bei gleicher Primärspannung erhöht, so wird OS nicht aber OE entsprechend

größer, und die beiden Kreise gehen nach links hin weiter auseinander. Dazu kommt noch der Umstand, daß der Leistungsfaktor von Motoren gleicher Tourenzahl mit steigender Periodenzahl sinkt, der Spannungsvektor sich also weiter vom Stromvektor einstellt. Beide Ursachen bewirken eine erhebliche Vergrößerung des Spannungsabfalles. Wenn es sich also darum handelt, nicht nur Glühlampen, sondern auch Bogenlampen und Motoren von Transformatoren aus zu speisen, so empfiehlt es sich, die Periodenzahl so klein zu wählen, als mit Rücksicht auf die Bogenlampen noch zulässig ist (etwa 45 bis 50 per Sekunde). Diese Periodenzahl ist im übrigen auch durch konstruktive Rücksichten in bezug auf die Motoren geboten.

Siebentes Kapitel.

Begriff der übertragenen Erregung. — Anwendung des Begriffes der übertragenen Erregung auf Transformatoren. — Gleichheit der Übertragungskoeffizienten. — Das Kreisdiagramm. — Transformator für konstanten Strom.

Begriff der übertragenen Erregung. Bei Ableitung des Arbeitsdiagrammes Fig. 63 haben wir angenommen, daß das Nutzfeld N erzeugt wird durch die Resultierende X der primären und sekundären Amperewindungen X_1 und X_2, wobei wir für jeden dieser Werte den vollen Betrag des Maximalwertes eingeführt haben. Wir haben dabei angenommen, daß das Nutzfeld N tatsächlich besteht und die EM-Kräfte e_1 und e_2 induziert, und daß die EM-Kräfte der Selbstinduktion, hervorgebracht durch die Streufelder N_{s_1} und N_{s_2}, auch tatsächlich bestehen. Das Nutzfeld war gegeben durch die Beziehung

$$N = \frac{X}{\varrho},$$

wobei ϱ den magnetischen Widerstand des Nutzfeldes ohne Berücksichtigung jenes der Streufelder bezeichnet. Unter dieser Anschauungsweise werden im Arbeitsdiagramm nicht Felder, sondern EM-Kräfte zusammengesetzt, und die Streufelder werden gewissermaßen außerhalb des Transformators gedacht, wie das Fig. 61 veranschaulicht. Die Anschauungsweise führt zu richtigen Ergebnissen, sie ist aber selbst strenggenommen nicht richtig, denn die Streufelder liegen tatsächlich nicht außerhalb des Transformators, sondern sind mit dem Nutzfelde sozusagen vermischt. Wir müssen also, um die Verhältnisse der Wirklichkeit entsprechend darzustellen, nicht EM-Kräfte, sondern Felder im Arbeitsdiagramm zusammensetzen, und zwar derart, daß wir einerseits das imaginäre Nutzfeld N mit dem Streufeld N_{s_2} zu dem wirklich auftretenden Sekundärfeld N_2 und andererseits das imaginäre Nutzfeld N mit dem Streufeld N_{s_1} zu

dem wirklich auftretenden Primärfeld N_1 zusammensetzen. Da nun sowohl N_2 als N_1 neben den beiden gemeinsamen Kraftlinien auch je ihre eigenen Streulinien enthalten, so ist der magnetische Widerstand der primären und sekundären Felder etwas kleiner als ϱ. Es sei S der magnetische Widerstand des gesamten Streufeldes. In diesen Pfad müssen sich die primären und sekundären Streulinien teilen, so daß auf jede Gruppe nur die halbe Durchgangsfläche kommt. Wenn wir die beiden Streulinienpfade getrennt auffassen, so ist also der magnetische Widerstand eines jeden einzeln genommen $2S$, und der magnetische Widerstand ϱ' der wirklich auftretenden Felder N_2 und N_1 ist für jedes einzeln genommen durch die Parallelschaltung von ϱ und $2S$ gegeben. Wir haben also

$$\varrho' = \frac{\varrho\, 2S}{\varrho + 2S}$$

$$\varrho' = \varrho \frac{1}{\frac{\varrho}{2S} + 1}$$

oder, wenn wir

$$\eta = \frac{1}{\frac{\varrho}{2S} + 1}$$

setzen,

$$\varrho' = \eta\, \varrho.$$

Es läßt sich nun leicht zeigen, daß η nichts anderes ist als eine Verhältniszahl kleiner als 1, die angibt, wieviel von der in einer Wickelung auftretenden Erregung in die andere Wickelung übertragen wird. Diese Anschauungsweise kann man die Theorie der übertragenen Erregung nennen. Sie läßt sich, wie später gezeigt wird, ohne weiteres aus dem Arbeitsdiagramm selbst herleiten. Zur besseren Feststellung des Begriffes will ich jedoch vorerst die physikalische Bedeutung an einem praktischen Beispiel zeigen. Es sei der in Fig. 80 skizzierte Eisenkörper mit einer primären Spule I und einer sekundären Spule II bewickelt. Wir wollen uns das Eisen ohne Widerstand denken und dafür Stoßfugen, deren Widerstand R_1 und R_2 beträgt, einführen, so daß der magnetische Widerstand des Hauptlinienpfades ohne Rücksicht auf die Streuung ausgedrückt ist durch

$$\varrho = R_1 + R_2.$$

Wir wollen ferner annehmen, daß Streuung lediglich in der mittleren Fuge stattfindet, deren magnetischer Widerstand S sein

möge. Alle diese Annahmen sind in Wirklichkeit nicht erreichbar, sind aber ohne weiteres zulässig, da es sich ja jetzt nicht um die Darstellung eines Vorganges, sondern um die Erklärung eines Begriffes handelt. Haben wir einmal den Begriff für den einfachen und hypothetischen Fall festgelegt, so ist seine Ausdehnung auf die komplizierteren und wirklich vorkommenden Fälle ohne Schwierigkeit möglich.

Wir wollen nun in I mittels Gleichstrom X_1 Amperewindungen und in II auch mittels Gleichstrom X_2 Amperewindungen wirken lassen. Es sei $X_1 > X_2$, und die Stromrichtung sei derart, daß Spule I den Kraftfluß im Sinne des Uhrenzeigers treibt, und Spule II

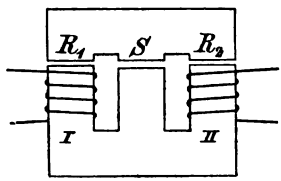


Fig. 80.

ihren Kraftfluß im entgegengesetzten Sinne zu treiben sucht. Wir messen die Erregungen und das bei R_2 übertretende Feld. Jetzt entfernen wir die Spulen und geben dem Schenkel II eine primäre und sekundäre Wickelung so innig gemischt, daß Streuung ausgeschlossen ist. Im sekundären Draht lassen wir wieder X_2 Amperewindungen wirken, und im primären Draht lassen wir so viele Amperewindungen X_1' wirken, daß das bei R_2 übertretende Feld genau den früheren Wert annimmt. X_1' ist natürlich kleiner als X_1, und das Verhältnis zwischen beiden

$$\eta_1 = \frac{X_1'}{X_1}$$

zeigt an, wieviel bei der zuerst gebrauchten Anordnung der getrennten Spulen von der in der primären Spule wirkenden Erregung in die sekundäre Spule übertragen worden ist. Wir können uns den Versuch auch in der umgekehrten Weise angestellt denken. Dann würden wir den Koeffizienten

$$\eta_2 = \frac{X_2'}{X_2}$$

finden, der angibt, wieviel von der in der sekundären Spule wirkenden Erregung in die primäre Spule übertragen wird.

Bei getrennter Anordnung der Spulen fließt durch

Spule I und Widerstand R_1 das Feld N_1,
- II - - R_2 - - N_2,
den Widerstand der Stoßfuge S das Feld N_s

$$N_1 = N_2 + N_s.$$

Ist X der magnetische Druck zwischen dem oberen und unteren Eisenkörper, ausgedrückt in Amperewindungen, so haben wir

$$N_1 R_1 = X_1 - X$$
$$N_2 R_2 = X - X_2$$
$$N_s S = X$$
$$(N_1 - N_2) S = X$$
$$\frac{X_1 - X}{R_1} - \frac{X - X_2}{R_2} = \frac{X}{S}.$$
$$(X_1 - X) R_2 S - (X - X_2) R_1 S = X R_1 R_2.$$

Daraus ist

$$X = \frac{X_1 R_2 S + X_2 R_1 S}{R_1 R_2 + S (R_1 + R_2)}.$$

Diesen Wert in die obige Gleichung für $N_2 R_2$ eingesetzt gibt

$$N_2 = \frac{X_1 S - X_2 R_1 - X_2 S}{R_1 R_2 + S (R_1 + R_2)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 26)$$

Denken wir uns nun die gemischte Wickelung auf dem Schenkel II angebracht und diesen Schenkel so erregt, daß N_2 den durch Gleichung 26) dargestellten Wert beibehält. Die Erregung ist $\eta_1 X_1 - X_2$. Da X_2 den früheren Wert haben soll, so ist $\eta_1 X_1$ und mithin auch der Übertragungskoeffizient η_1 bestimmbar. Der Widerstand des magnetischen Pfades besteht aus R_2 und den parallel geschalteten Widerständen R_1 und S. Wir haben also als Bedingung, aus der wir η_1 finden können,

$$N_2 = \frac{\eta_1 X_1 - X_2}{R_2 + \frac{R_1 S}{R_1 + S}}$$
$$N_2 = \frac{(\eta_1 X_1 - X_2)(R_1 + S)}{R_1 R_2 + S (R_1 + R_2)}.$$

Diese Gleichung mit 26) verbunden gibt

$$(\eta_1 X_1 - X_2)(R_1 + S) = X_1 S - X_2 R_1 - X_2 S$$
$$\eta_1 = \frac{S}{R_1 + S}.$$

Eine ähnliche Rechnung zeigt, daß

$$\eta_2 = \frac{S}{R_2 + S}.$$

In einem gewöhnlichen Transformator sind die Spulen immer symmetrisch angeordnet. Es ist also $R_1 = R_2$ und $R_1 + R_2 = \varrho$. Wir haben also $\eta_1 = \eta_2 = \eta$ und

$$\eta = \frac{S}{\frac{\varrho}{2} + S}$$

$$\eta = \frac{1}{\frac{\varrho}{2S} + 1} \quad \ldots\ldots\ldots 27)$$

Das ist derselbe Ausdruck, den wir oben für den Koeffizienten gefunden haben, der angibt, in welchem Verhältnis der magnetische Widerstand des Nutzfeldes durch die Beimischung des Streufeldes, für jede Spule einzeln genommen, vermindert worden ist.

Der Ausdruck 27) kann in anderer Form geschrieben werden. Wenn X_μ den effektiven Wert jener Erregung bezeichnet, die zur Überwindung des magnetischen Widerstandes ϱ nötig ist, so haben wir

$$N = \frac{X_\mu \sqrt{2}}{\varrho}.$$

In gleicher Weise ist

$$N_{s_1} = \frac{X_1 \sqrt{2}}{2S}.$$

Sei $\varepsilon_1 = \frac{e_{s_1}}{e_1}$, der Streuungsfaktor für den primären Stromkreis (bei Transformatoren ist ε_1 von der Größenordnung 0,01 bis 0,03, bei asynchronen Motoren jedoch erheblich größer), so haben wir

$$\varepsilon_1 = \frac{N_{s_1}}{N}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\varrho}{2S} \frac{X_1}{X_\mu}$$

$$\frac{\varrho}{2S} = \varepsilon_1 \frac{X_\mu}{X_1}$$

$$\eta = \frac{1}{\varepsilon_1 \frac{X_\mu}{X_1} + 1} \quad \ldots\ldots\ldots 28)$$

In diesem Ausdruck ist ε_1 der primäre Streuungsfaktor, der aus Gleichung 22) berechnet werden kann; X_μ die wattlose effektive Komponente der Erregung, die das Feld N erzeugt, und X_1 die effektive primäre Erregung. In guten Transformatoren ist X_μ / X_1 von der Größenordnung 0,02 bis 0,04. Nehmen wir als Mittelwert 0,03 und als Mittelwert für ε_1 etwa 0,015, so wird

$$\eta = \frac{1}{0{,}03 \times 0{,}015 + 1}$$

$$\eta = 0{,}99955.$$

Es werden also von der Erregung, die in der einen Wickelung wirkt, 99,955 % in die andere übertragen. Nicht übertragen wird 0,045 %[1]).

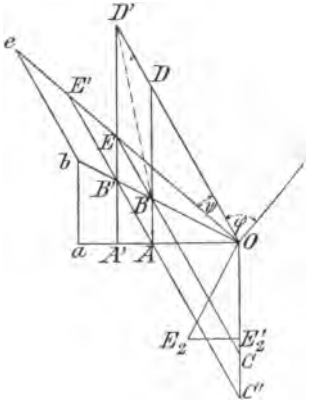


Fig. 81.

Anwendung des Begriffes der übertragenen Erregung auf Transformatoren. Nachdem wir nun den Begriff der übertragenen Erregung durch die in Fig. 80 gegebene physikalische Darstellung

[1]) Ein asynchroner Motor kann aufgefaßt werden als ein Transformator, in dessen sekundärem Stromkreis die Leistung teils elektrisch und teils mechanisch abgegeben wird. Es habe ein solcher Motor 30 % Leerlaufstrom und eine primäre Streuung von 10 %. Dann ist

$$\eta = \frac{1}{0{,}1 \times 0{,}3 + 1} = 0{,}97087.$$

In diesem Motor werden also von der Erregung des primären Stromkreises in den sekundären oder umgekehrt übertragen 97,087 %. Nicht übertragen werden 2,913 %.

festgelegt haben, wollen wir ihn auf das Arbeitsdiagramm eines Transformators anwenden. Um diese Anwendung nicht durch nebensächliche Einflüsse zu verschleiern, wollen wir zunächst annehmen, der Transformator habe weder Eisen- noch Kupferverluste, und es bestehe keine Phasenverschiebung im äußeren sekundären Stromkreise. Der Eisenkörper habe jedoch magnetischen Widerstand, und Streuung sei auch vorhanden. Es sei in Fig. 81 OE_2' die sekundäre Klemmenspannung und $e_{s_2} = E_2' E_2$ die EMK der Selbstinduktion in der Primärspule. Dann muß der Vektor des beiden Spulen gemeinsamen Feldes N auf OE_2 senkrecht stehen. Der Vektor dieses Feldes sei Ob. Die sekundäre Erregung, gegeben durch den Ausdruck $i_2 n_2 / \sqrt{2}$, sei OC'. Um das Feld Ob zu erzeugen, sei die Erregung OB' nötig. Es ist dann

$$\frac{OB'}{\varrho} = Ob.$$

Damit nun die Resultierende OB' zustande kommt, muß neben der sekundären Komponente OC' noch die primäre Komponente OD' wirken. Wir finden auf diese Weise und wie schon im vorigen Kapitel ausgeführt, den Vektor der Primärerregung OD'. Wegen Ähnlichkeit der Dreiecke $OE_2' E_2$ und Oab ist $ab = N_{s_2}$ und $Oa = N_2$ das wirklich mit der Sekundärspule verschlungene Feld, welches die Klemmenspannung OE_2' erzeugt. Es ist auch wegen Ähnlichkeit der Dreiecke Oab und $OA'B'$

$$\frac{OA'}{\varrho} = Oa.$$

Nun ist tatsächlich der magnetische Widerstand des Feldes N_2 nicht ϱ, sondern

$$\varrho' = \varrho \left(\frac{1}{\frac{\varrho}{2S} + 1} \right)$$

$$\varrho' = \eta \varrho,$$

und es muß deshalb eine kleinere Erregung als OA', nämlich $\eta OA'$ auf das Feld wirken, damit N_2 Kraftlinien entstehen. Diese Erregung sei

$$OA = \eta OA'.$$

Die Lage des Punktes A bestimmen wir, indem wir die Gerade $B'C'$ ziehen. Ihr Schnittpunkt mit Oa ist A. Denn

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}.$$

Es ist also auch

$$OB = \eta\, OB'$$

und

$$OC = \eta\, OC'.$$

Wenn wir also auf dem Erregungsvektor OC' den Punkt C so bestimmen, daß $OC = \eta\, OC'$, so ist OC derjenige Teil der sekundären Erregung, der in den primären Stromkreis übertragen wird. Er setzt sich mit einem entsprechenden Teil der primären Erregung zur Resultierenden OB zusammen, und wir haben die Beziehungen

$$\frac{OB}{\varrho'} = N$$

$$\frac{OB'}{\varrho} = N,$$

also $\dfrac{OB}{OB'} = \dfrac{\varrho'}{\varrho} = \eta$, wie aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ohne weiteres ersichtlich ist.

Dieselbe Betrachtung, auf den Primärkreis ausgedehnt, zeigt, daß $be = N_{s_1}$ und $Oe = N_1$ das tatsächlich mit der Primärspule verschlungene Feld ist. Wir haben analog wie früher

$$\frac{OE'}{\varrho} = Oe$$

$$\frac{OE}{\varrho'} = Oe$$

$$\frac{OE}{OE'} = \eta$$

$$\frac{OD}{OD'} = \frac{OB}{OB'} = \eta.$$

Ist also der Wert von η bekannt, so können wir das Arbeitsdiagramm des Transformators zeichnen, ohne die Linie OE_2 zu Hilfe zu nehmen. Wir machen in Fig. 82 $OC' = X_2\sqrt{2}$ und $OC = \eta\, OC'$. Die der sekundären Klemmenspannung entsprechende Feldstärke N_2 können wir aus Gleichung 7) berechnen. Die entsprechende Erregung berechnen wir aus

$$X_\mu\sqrt{2} = \eta\varrho N_2$$

und tragen sie im Erregermaßstabe von O nach links auf. Es sei das die Strecke OA. Dann ist OA die Resultierende aus zwei Erregungen, nämlich der ganzen sekundären Erregung auf jenem Teil der primären Erregung, die in die sekundäre Spule übertragen wird.

Wir errichten also in A eine Senkrechte und machen $AD = OC'$, so ist

$$OD = \eta X_1 \sqrt{2}.$$

Da

$$\frac{OC}{OC'} = \eta,$$

so finden wir $OD' = X_1\sqrt{2}$ aus

$$\frac{OD'}{OD} = \frac{OC'}{OC}.$$

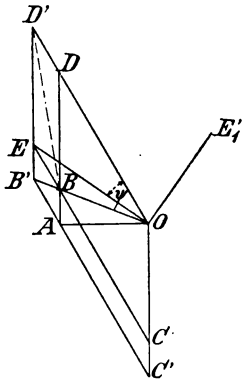


Fig. 82.

Es ist somit Lage und Größe des Vektors der primären Erregung OD' vollkommen bestimmt. Den Vektor der Primärklemmenspannung finden wir folgendermaßen. Wir ziehen durch C eine Parallele zu $C'A$ und bestimmen ihren Schnittpunkt E mit der Vertikalen durch D'. Dann ist OE die Erregung, welche das Feld N_1 erzeugt, also

$$N_1 = \frac{OE}{\eta \varrho}.$$

Der entsprechende Wert der primären Klemmenspannung bestimmt sich aus der Gleichung 7). Der Vektor dieser Spannung muß dem Feldvektor um 90^0 voreilen. Er ist also nach Lage und Größe bestimmt. Es sei das die Gerade OE_1'.

Wir haben bei Aufzeichnung der Fig. 81 angenommen, daß im äußeren sekundären Stromkreise keine Phasenverschiebung vorhanden ist. Jetzt wollen wir jedoch Phasenverschiebung voraussetzen und

zusehen, welche Form das Arbeitsdiagramm nunmehr annimmt. Es sei in Fig. 83 φ der Phasenwinkel des Verbrauchstromkreises und OE_2' die sekundäre Klemmenspannung. Unter Beibehaltung der in Fig. 81 gebrauchten Bezeichnungen ist

$$e_{s_2} = E_2' E_2$$
$$N = Ob$$
$$N_2 = Oa$$
$$N_1 = Oe.$$

Oa steht auf OE_2' und Ob steht auf OE_2 senkrecht. Da der magnetische Widerstand aller drei Felder der gleiche ist, nämlich $\eta\varrho$, so können wir statt der Felder selbst die entsprechenden Erregungen zusammensetzen. Es ist also

OA die Resultante der ganzen sekundären Erregung und jenes Teiles der primären Erregung, der in die sekundäre Spule übertragen wird,

OE die Resultante der ganzen primären Erregung und jenes Teiles der sekundären Erregung, der in die primäre Spule übertragen wird.

OB die Resultante jener Teile der primären und sekundären Erregungen, die gegenseitig übertragen werden.

Der Vektor der primären Klemmenspannung muß auf N_1 senkrecht stehen. Da die Größe dieser Spannung aus Gleichung 7) berechnet werden kann, so ist ihr Vektor OE_1' der Größe und Lage nach gegeben. Wir haben der Einfachheit halber angenommen, daß das Umsetzungsverhältnis des Transformators 1 : 1 sei. Dann besteht aber in beiden Stromkreisen dasselbe Verhältnis zwischen Feldstärke und EMK. Da für beide Stromkreise auch das Verhältnis von Stromstärke und Erregung dasselbe ist, so haben wir die Beziehung

$$\frac{OE_2'}{OA} = \frac{OE_1'}{OE}.$$

Wir können dann mittels eines entsprechenden Maßstabes die Klemmenspannungen an den Erregervektoren OA und OE ablesen.

Gleichheit der Übertragungskoeffizienten. Wir haben bisher angenommen, daß $\eta_1 = \eta_2 = \eta$, und diese Annahme zunächst durch die vollständig symmetrische Anordnung der beiden Wickelungen begründet. Bei einem Umsetzungsverhältnis von 1 : 1 und gleichen

Dimensionen aller Spulen ist in der Tat kein Grund für eine Ungleichheit der Koeffizienten η_1 und η_2 vorhanden. Ob das jedoch auch bei einem anderen Umsetzungsverhältnis und der damit bedingten Ungleichheit der primären und sekundären Spulen der Fall ist, kann nicht ohne weiteres entschieden werden. Es scheint allerdings wahrscheinlich, daß, wenn die primäre Wickelung viel von ihrer Wirkung in die sekundäre überträgt, auch das Umgekehrte der Fall sein müßte, aber aus dieser Wahrscheinlichkeit eine ab-

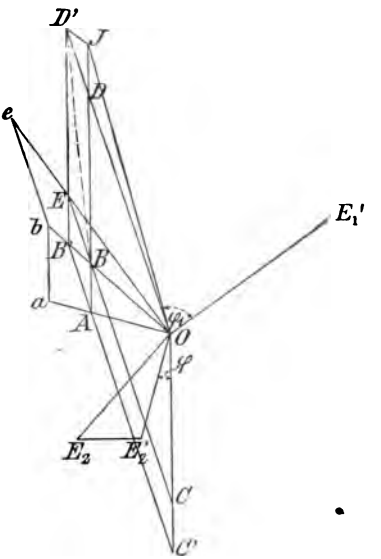


Fig. 83.

solute Gleichheit beider Koeffizienten zu folgern, sind wir noch nicht berechtigt. Um über diesen Punkt Gewißheit zu erlangen, stellen wir folgende Überlegung an.

In den Fig. 81 und 83 haben wir Gleichheit der Koeffizienten angenommen. Für ungleiche Koeffizienten würden die Diagramme anders aussehen; namentlich lägen die Punkte $C\,B\,E$ nicht in einer Geraden, sondern in einer bei B gebrochenen Linie. Wenn wir nun beweisen können, daß aus einem physikalischen Grunde die Linie $C\,B\,E$ eine Gerade sein muß, so folgt daraus, daß aus eben diesem Grunde eine gebrochene Linie und dementsprechende Ungleichheit der Koeffizienten ausgeschlossen ist. Der Grund, warum

CBE eine Gerade sein muß, ist nun einfach der, daß bei einem Transformator ohne Leistungsverluste (und um einen solchen handelt es sich in den zwei Diagrammen) die aufgedrückte Leistung genau gleich sein muß der abgegebenen Leistung. In Fig. 81 ist wegen Proportionalität von OE und aufgedrückter Klemmenspannung die zugeführte Leistung proportional dem Produkte von OE, OD' und $\cos\varphi$. Da $\cos\varphi = \sin\psi$, so können wir für die zugeführte Leistung P_1 den Ausdruck schreiben

$$P_1 = K \times OE \times OD' \sin\psi,$$

wobei K ein Koeffizient ist, der von den Maßstäben und Konstruktionsdaten abhängt, aber für beide Wickelungen natürlich denselben Wert hat. Nun ist $OE \sin\psi$ nichts anderes als die Höhe des Dreiecks $OD'E$, und die primäre Leistung wird mithin bei Verwendung eines geeigneten Flächenmaßes durch die Fläche des Dreiecks OED' gegeben.

In ähnlicher Weise wird die sekundäre Leistung durch die Fläche des Dreiecks OAC' gegeben. Es fragt sich nun, ob diese beiden Dreiecke die gleiche Fläche haben. Das ist in der Tat der Fall. Denken wir uns E nach B verschoben, so ist

$$\begin{aligned}
\measuredangle OD'E &= \measuredangle OD'B \\
\measuredangle OD'B &= \frac{1}{\eta}\measuredangle ODB \\
\measuredangle ODB &= \measuredangle BCO \\
\measuredangle BCO &= \eta\measuredangle AC'O \\
\measuredangle AC'O &= \frac{1}{\eta}\measuredangle BCO \\
\measuredangle AC'O &= \frac{1}{\eta}\measuredangle ODB \\
\measuredangle AC'O &= \measuredangle OD'B \\
\measuredangle AC'O &= \measuredangle OD'E,
\end{aligned}$$

was die Gleichheit der Leistungen beweist. Der Beweis gelingt nicht, wenn das Diagramm gezeichnet wird unter der Annahme, daß die Koeffizienten η_1 und η_2 ungleich sind. Eine ähnliche Überlegung läßt sich auf Fig. 83 anwenden. Wir haben hier wie früher

$$P_1 = K.OD' \times OE\cos\varphi_1,$$

und die primäre Leistung ist bei geeigneter Wahl des Maßstabes durch die Fläche des Dreiecks $OD'E$ gegeben. Denken wir uns

die Spitze E dieses Dreiecks parallel zur Basis $O D'$ verschoben, so wird die Fläche nicht geändert. Wir erhalten so

$$\measuredangle O D' E = \measuredangle O D' B.$$

Nun ziehen wir $D' J$ parallel zu $B' B$. Betrachten wir $O B$ als Basis und verschieben die Spitze D' parallel dazu, so wird die Fläche ebenfalls nicht geändert. Die primäre Leistung ist also auch gegeben durch die Fläche des Dreiecks $O J B$, und diese ist gleich der Fläche des Dreiecks $O D A$. Nun ist $A D = O C'$ und $O D = A C'$. Die primäre Leistung ist also auch gegeben durch die Fläche des Dreiecks $O C' A$. Die sekundäre Leistung ist

$$P_2 = K \times O C' \times O A \sin (90 + \varphi).$$

Nun ist aber $O A \sin (90 + \varphi)$ nichts anderes als die Höhe der Spitze A des Dreiecks $O A C'$ über der Basis $O C'$. Es ist also unter Anwendung des früheren Maßstabes die Fläche des Dreiecks $O C' A$ auch gleich der sekundären Leistung. Wir haben somit die Gleichheit der primären und sekundären Leistung bewiesen. Der Beweis ist gelungen, weil wir von der Annahme ausgingen, daß die Punkte $E B C$ in einer Geraden und die Punkte $B' A C'$ in einer dazu Parallelen liegen. Diese Annahme ist aber nur richtig, wenn $\eta_1 = \eta_2$. Wird diese Annahme nicht gemacht, so gelingt der Beweis nicht. Da aber die zugeführte Leistung gleich sein muß der abgegebenen, so sehen wir, daß zwischen den Übertragungskoeffizienten keine andere Beziehung als Gleichheit bestehen kann.

Das Kreisdiagramm. Sind Phasenverschiebung und Belastung im sekundären Stromkreise sowie der Übertragungskoeffizient η bekannt, so kann mittels des Arbeitsdiagramms nach Fig. 83 die Primärspannung, der Primärstrom und seine Phasenverschiebung φ_1 zeichnerisch bestimmt werden. Man kann natürlich auch für eine Reihe von sekundären Belastungen unter Voraussetzung konstanter Phasenverschiebung und Klemmenspannung diese Bestimmung machen und erhält so eine Reihe von zusammengehörigen Werten von i_2, i_1, φ_1 und e_1'. Nun ist bei der praktischen Anwendung der Transformatoren der letztere Wert, nämlich die primäre Klemmenspannung, gewöhnlich konstant, und die Annahme, daß die sekundäre Klemmenspannung bei allen Belastungen konstant bleibt, ist deshalb nicht zulässig. Sie nimmt tatsächlich je nach der Phasenverschiebung und Belastung verschiedene Werte an. Eine Methode, die sekundäre Klemmenspannung zeichnerisch zu finden, ist im vorigen Kapitel

gegeben worden. Diese Methode gab aber nicht den Primärstrom. Um diesen und nebenbei auch die sekundäre Klemmenspannung zu bestimmen, können wir das sogenannte Kreisdiagramm benutzen, das zuerst von Heyland[1]) angegeben worden ist: Wir nehmen dabei an, daß der Transformator keine Eigenverluste hat, und daß im äußeren sekundären Stromkreis keine Phasenverschiebung besteht. Das Arbeitsdiagramm hat also die in Fig. 82 angegebene Gestaltung. Es ist mit einem kleinen Zusatz in Fig. 84 wiederholt. Es bedeutet wie früher OC' je nach dem verwendeten Maßstabe

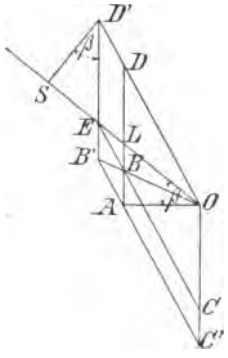


Fig. 84.

sekundären Strom oder sekundäre Erregung und OC jenen Teil der sekundären Erregung, der in die Primärspule übertragen wird. Es ist also

$$\eta = \frac{OC}{OC'}.$$

Ebenso ist OD' die ganze Primärerregung und OD jener Teil, der in die Sekundärspule übertragen wird.

$$\eta = \frac{OD}{OD'}.$$

Verlängert man OE und macht $D'S$ senkrecht darauf, so ist, wie leicht einzusehen,

$$\sphericalangle ED'S = \sphericalangle LOA = \beta$$

$$\sin\beta = \frac{AL}{OL}$$

[1]) ETZ 1894, Heft 41.

$$\sin\beta = \frac{AD - DL}{OL}$$

$$AD = OC', \quad DL = \eta D'E, \quad D'E = \eta OC', \quad OL = \eta OE.$$

$$\sin\beta = \frac{OC' - \eta^2 OC'}{\eta OE}$$

$$\sin\beta = \frac{OC'(1-\eta^2)}{\eta OE}$$

$$\sin\beta = \frac{i_2(1-\eta^2)}{\eta OE}$$

$$\eta i_2 = \frac{\eta^2}{1-\eta^2} OE \sin\beta.$$

Nun ist $\frac{\eta^2}{1-\eta^2}$ eine unbenannte Zahl größer als Eins; mithin $\left(\frac{\eta^2}{1-\eta^2}\right) OE$ eine Länge, die wir mit d bezeichnen wollen. Wir können mithin auch schreiben

$$\eta i_2 = d \sin\beta \quad \ldots\ldots\ldots \quad 29)$$

Da ηi_2 eine Stromstärke ist (nämlich $OC = D'E$), die mit dem Amperemaßstab zu messen ist, so muß die Länge d auch als eine Stromstärke aufgefaßt werden, und zwar ist es der größte Wert, den ηi_2 erreichen kann. Der größte Wert der sekundären Stromstärke wird aber erreicht, wenn man die sekundären Klemmen kurz schließt, während die den Primärklemmen aufgedrückte Spannung konstant gehalten wird. Wir haben angenommen, daß OD' je nach der Wahl des Maßstabes primäre Erregung oder primäre Stromstärke darstellt. Ist das Umsetzungsverhältnis 1 : 1, so können wir denselben Maßstab auf die sekundäre Seite des Transformators anwenden. Es bedeutet dann

$$D'E = \eta i_2$$

den übertragenen Teil des Sekundärstromes. Wenn wir jedoch einen sekundären Maßstab herstellen, dessen Teilstriche im Verhältnis $\eta : 1$ näher aneinander stehen als die Teilstriche des Primärmaßstabes, so kann der Sekundärstrom unmittelbar an $D'E$ abgegriffen werden, und d gibt mit diesem neuen Maßstab gemessen den sekundären Kurzschlußstrom.

Der Ausdruck 29) ist die Gleichung eines Kreises. Machen wir in Fig. 85

$$EF = d = OE\left(\frac{\eta^2}{1-\eta^2}\right),$$

so ist $ED' = d \sin \beta$, und die Punkte D' liegen auf dem über dem Durchmesser EF beschriebenen Halbkreise. Es ist dann (alle Stromvektoren mit dem Primärmaßstab gemessen)

$$OD' = i_1 \quad \text{und} \quad ED' = \eta i_2 .$$

Der Vektor der primären Klemmenspannung steht nach Fig. 82 auf OE senkrecht; es sei das die Senkrechte durch O. Die primäre Phasenverschiebung ist also durch den Winkel φ gegeben. Wird die Belastung verkleinert, so rückt D' näher an E, und die Phasenverschiebung wird größer. Bei Leerlauf ist der Sekundärstrom Null und mithin ED' unendlich klein, d. h. der Punkt D' fällt mit E zusammen. Für diesen Fall ist also $\varphi = 90^0$. Wird nun die Be-

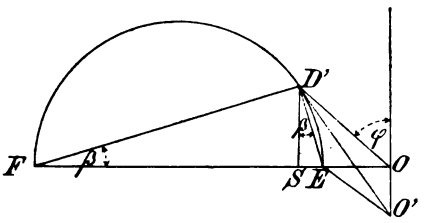


Fig. 85.

astung schrittweise vergrößert, so rückt D' auf dem Halbkreise vor, und φ nimmt zuerst ab, bis es den kleinsten Wert in jener Lage von D' erreicht, für die OD' die Tangente an den Kreis bildet. Von da an nimmt φ wieder zu, bis es bei Kurzschluß, wenn D' mit F zusammenfällt, wieder 90^0 wird. Es ist offenbar, mit dem Primärmaßstab gemessen,

$$EF = \eta \times \text{Kurzschlußstrom}.$$

Dies gilt jedoch nur unter der oben gemachten Voraussetzung, daß der Transformator keine Eigenverluste hat. In Wirklichkeit ist der Kurzschlußstrom etwas kleiner.

Das Kreisdiagramm gibt also für jede Belastung $i_2 = \frac{1}{\eta} ED'$ den zugehörigen Primärstrom $i_1 = OD'$ und die primäre Phasenverschiebung φ an. Bei Leerlauf ist die primäre Stromstärke

$$i_\mu = OE.$$

Um die sekundäre Klemmenspannung zu finden (die primäre ist als konstant vorausgesetzt), machen wir folgende Überlegung.

Die zugeführten und abgegebenen Leistungen müssen gleich

sein, weil wir einen Transformator ohne Eigenverluste angenommen haben. Es ist also

$$i_1 e_1 \cos\varphi = i_2 e_2.$$

Unserer Voraussetzung gemäß ist die Phasenverschiebung im äußeren sekundären Stromkreis Null. Da $i_1 = OD'$ und $i_2 = \frac{1}{\eta} ED'$, so ist auch

$$e_1 OD' \cos\varphi = e_2 \frac{ED'}{\eta}$$

$$e_1 SD' = e_2 \frac{ED'}{\eta} \qquad e_2 = e_1 \eta \frac{SD'}{ED'}$$

Da $\frac{SD'}{ED'} = \cos\beta$, so haben wir auch

$$e_2 = e_1 \eta \cos\beta.$$

Bei Leerlauf ist $\beta = 0$, und die sekundäre Klemmenspannung hat den Wert $e_1 \eta$, wobei wir das Umsetzungsverhältnis als 1 : 1 annehmen. Ist das Umsetzungsverhältnis jedoch $n_1 : n_2$, so ist die sekundäre Klemmenspannung bei Leerlauf

$$e_2' = \frac{n_2}{n_1} e_1 \eta$$

und bei Belastung

$$e_2 = e_2' \cos\beta.$$

Je größer die Belastung, desto größer wird ED', desto größer wird β, und desto kleiner wird die sekundäre Klemmenspannung. Wenn wir uns nun einen Voltmaßstab anfertigen, der so geteilt ist, daß

$$FE = e_2',$$

so können wir die sekundäre Klemmenspannung unmittelbar an FD' ablesen. Es ist

$$e_2 = FD'.$$

Da ein Spannungsabfall durch ohmischen Widerstand nicht stattfindet (der Transformator hat keine Eigenverluste), so muß ED', mit dem Voltmaßstab gemessen, den induktiven Spannungsabfall, bezogen auf die sekundäre Seite, darstellen, also

$$e_s = ED'.$$

Fig. 85 ist in Übereinstimmung mit Fig. 78, wenn wir dort $\varphi = 0$ und $So = 0$ machen. Es entspricht dann FD' in Fig. 85 der Strecke OB_3 in Fig. 78.

Bisher haben wir angenommen, daß der Transformator keine Eigenverluste hat. Es war deshalb der Leerlaufstrom gleich dem

Magnetisierungsstrom. Nun sind in Wirklichkeit Eisenverluste vorhanden, und der Leerlaufstrom hat deshalb eine Wattkomponente, die auf dem Magnetisierungsstrom OE senkrecht steht. Ihr Vektor sei OO'. Fig. 85. Es ist dann $O'E$ der Vektor des Leerlaufstromes und $O'D'$ jener des Primärstromes bei der sekundären Strombelastung

$$i_1 = \frac{1}{\eta} E D'.$$

Um also die Eisenverluste zu berücksichtigen, brauchen wir bloß den Primärstrom von O' aus (statt von O aus) zu messen.

Das Diagramm ist in bezug auf Streuung übertrieben gezeichnet, um die Konstruktion anschaulich zu machen. Gute Transformatoren haben sehr wenig Streuung, und das Verhältnis von EF zu OE ist sehr groß, weil $\frac{\eta^2}{1-\eta^2}$ sehr groß ist. Wir haben gesehen, daß η sehr nahe der Einheit ist. Schreiben wir

$$\eta = 1 - \lambda,$$

so ist

$$\frac{EF}{OE} = \frac{(1-\lambda)^2}{1-(1-\lambda)^2}$$
$$= \frac{1-2\lambda+\lambda^2}{2\lambda-\lambda^2}$$

Da λ eine sehr kleine Zahl ist (von der Größenordnung 0,0005), so ist λ^2 verschwindend klein gegen 2λ und dieses verschwindend klein gegen 1. Wir können also schreiben

$$EF = \frac{1}{2\lambda} OE.$$

Um das Kreisdiagramm für einen Transformator zu zeichnen, verfahren wir folgendermaßen. Wir bestimmen den Magnetisierungsstrom i_μ, das ist die wattlose Komponente des Leerlaufstromes. Wir bestimmen ferner die Wattkomponente i_h des Leerlaufstromes und tragen diese beiden Größen in einem nach Fig. 85 gestalteten Diagramm ein. Es sind das die Strecken OE und OO'.

Aus Gleichung 27) oder 28) bestimmen wir η und berechnen

$$\lambda = 1 - \eta.$$

Dann finden wir den Durchmesser des Kreises aus $\frac{OE}{2\lambda}$. Für die Konstruktion ist es jedoch bequemer, den Radius R zu bestimmen. In Einheiten von der Länge OE ist derselbe $\frac{1}{4\lambda}$, also für

$\eta =$	0,9995	0,9990	0,998	0,997	0,996	0,995
$\lambda =$	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005
$R =$	500	250	125	83	62	50.

Hätte der Transformator gar keine Streuung, so wäre $R = \infty$, und der Kreis würde in eine durch E senkrecht gezogene Gerade übergehen.

Transformator für konstanten Strom. Vergrößert man die Streuung absichtlich, so kann man einen Transformator herstellen, der mit konstanter Primärspannung sekundär nahezu konstanten Strom bei veränderlicher Spannung abgibt. Ein solcher Transformator kann benutzt werden zur Speisung von in Serie geschalteten Glühlampen, die durch Kurzschluß gelöscht werden. Der Punkt D' in Fig. 85

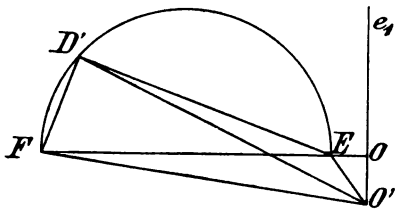


Fig. 86.

liegt dann links auf dem Halbkreise, wie Fig. 86 zeigt. Damit ein solcher Transformator bei sekundärem Kurzschluß nicht verbrennt, muß die Streuung sehr groß gemacht werden, was durch besondere Ansätze an den Jochstücken, wie Fig. 80 zeigt, geschehen kann. Es ist dann ε_1 in Formel 28) nahezu $1/2$, und η ist von der Größenordnung 0,97 und R von der Größenordnung 8. Bei sekundärem Kurzschluß ist $O'F$ der Primärstrom. Bei offenen Sekundärklemmen ist der Primärstrom $O'E$ und die sekundäre Spannung FE. Wird nun der sekundäre Stromkreis durch einen induktionslosen Widerstand von solcher Größe geschlossen, daß der Sekundärstrom $\frac{ED'}{\eta}$ ist, so ist die Klemmenspannung FD'. Verringert man den Widerstand durch Kurzschließen eines Teiles der in Serie geschalteten Glühlampen, so rückt der Punkt D' näher an F heran, und die Stromstärke wird etwas größer. Bei richtiger Konstruktion des Transformators kann die Variation der sekundären Stromstärke innerhalb der für Glühlampen noch zulässigen Grenzen gehalten werden. Derartige Transformatoren haben aber den Nachteil einer sehr großen Phasenverschiebung; man kann sie also praktisch nur für Leistungen verwenden, die im Vergleich mit der Leistung des Generators sehr klein sind.

Achtes Kapitel.

Das Dynamometer. — Das Wattmeter. — Messung von unregelmäßigen Strömen. — Andere Methoden der Effektmessung. — Die Prüfung von Transformatoren. — Untersuchung von Blechen. — Ballistische Methode. — Scotts Methode. — Kapps Methode.

Das Dynamometer. Die bisherige Annahme, daß alle Strom- und Spannungskurven sinusoidal verlaufen, ist zwar für die graphische und analytische Behandlung von Wechselstromproblemen sehr bequem, entspricht aber nicht den in Wirklichkeit auftretenden Erscheinungen. Es fragt sich nun, inwieweit die Annahme einer besonderen, mit der Wirklichkeit nicht übereinstimmenden Stromkurve beim Entwurf und bei der Prüfung von Wechselstromapparaten zu Fehlern Veranlassung gibt; und um diese Frage beantworten zu können, müssen wir vorerst untersuchen, ob die mit einem Amperemeter gemessene Stärke eines Stromes von unregelmäßigem Verlauf wirklich die effektive Stromstärke ist, und ob die mit einem Wattmeter bestimmte Leistung die wirkliche oder effektive Leistung ist. Was nun die erste Frage betrifft, so müssen wir uns zunächst über den Begriff der effektiven Stromstärke einigen. Nehmen wir an, wir hätten zwei genau gleiche Glühlampen, die eine sei von einem Gleichstrom und die andere von dem zu untersuchenden Wechselstrom gespeist. Wenn beide Lampen genau die gleiche Helligkeit haben, wenn also die Temperaturen der beiden Kohlenfäden und mithin die in Wärme umgesetzten Arbeitsleistungen genau gleich sind, so ist offenbar die effektive Stärke des Wechselstromes gleich jener des Gleichstromes. Da nun beide Lampen die gleiche Temperatur haben, so haben sie auch den gleichen Widerstand W, und die Arbeit des Gleichstromes J_0 in der Zeit T ist $J_0^2 W T$, während die des Wechselstromes ist $\int_0^T J^2 W dt$, wobei J eine periodische, aber sonst ganz beliebige Funktion der Zeit t ist, welche durch die

unregelmäßige Kurvenform des Wechselstromes graphisch dargestellt wird. Wir können also die effektive Stärke des Wechselstromes durch Gleichsetzung dieser zwei Ausdrücke erhalten. Das gibt

$$J_0 = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T J^2\,dt}.$$

Es fragt sich nun, ob das Amperemeter diesen oder einen andern Wert anzeigt. Alle zur Messung von Wechselströmen verwendeten Instrumente beruhen entweder auf der elektrodynamischen Wirkung oder der Hitzewirkung des Stromes. In beiden Fällen ist die in jedem Augenblicke ausgeübte Wirkung dem Quadrate der in diesem Augenblicke herrschenden Stromstärke proportional. Alle auf diesem Prinzipe beruhenden Apparate werden also in bezug auf ihre Angaben bezw. die etwa vorhandenen Messungsfehler gleichwertig sein, und wir brauchen die Untersuchung nur für eine Art dieser Instrumente zu machen. Das Resultat gilt dann für alle.

Zu diesem Zwecke wählen wir das gewöhnliche Webersche Dynamometer. Die bewegliche Spule befindet sich, wie bekannt, im Felde der feststehenden Spule und ist einer ablenkenden Kraft ausgesetzt, welcher durch die Spannung einer Feder das Gleichgewicht gehalten wird. Diese ablenkende Kraft ist proportional dem Produkte der Feldstärke und der Stromstärke, und da erstere durch den Strom selbst erzeugt und diesem proportional ist, so ist die in jedem Augenblicke wirksame ablenkende Kraft dem Quadrate der in diesem Augenblicke fließenden Stromstärke proportional. Wenn wir es mit einem Gleichstrom, J_0, zu tun haben, so ist also die ablenkende Kraft dauernd gleich $J_0^2 \frac{1}{K^2}$, wobei K eine durch die Konstruktion des Instrumentes bestimmte Konstante bedeutet. Die Gegenkraft der Feder ist ihrem Drehungswinkel D proportional, so daß die Gleichung besteht

$$D K^2 = J_0^2,$$

woraus

$$J_0 = K \sqrt{D},$$

die bekannte Formel zur Bestimmung der Stromstärke aus der Ablesung D.

Die Frage ist nun, ob die gleiche Formel zur Bestimmung der effektiven Stromstärke bei einem Wechselstrom von ganz beliebiger

Kurvenform ohne Fehler verwendet werden kann. Denken wir uns den Strom durch die Ordinaten einer Kurve als Funktion der Zeit dargestellt. Wenn wir eine zweite Kurve zeichnen, deren Ordinaten die Quadrate der ersten darstellen, so bedeutet die von der zweiten Kurve mit der Abszissenachse eingeschlossene Fläche den Wert $\int_0^T J^2\,dt$ und die Höhe eines Rechteckes von gleicher Basis und Fläche stellt das Quadrat der effektiven Stromstärke dar. Auf die bewegliche Spule des Dynamometers wirkt dauernd die durch Spannung der Feder erzeugte Kraft und außerdem noch die dynamische Kraft des Stromes, welche zwischen 0 und einem Maximum schwankt und dabei immer eine der Federkraft entgegengesetzte Richtung hat. Nennen wir J_t den zur Zeit t fließenden Strom, so ist $D\,K^2 - J_t^2$ die zur Zeit t auf die Drähte der Spule ausgeübte Kraft. Die der Spule in diesem Augenblicke mitgeteilte Beschleunigung ist $\frac{D\,K^2 - J_t^2}{m}$, wenn wir mit m die auf den Angriffspunkt der Kraft reduzierte Masse der Spule bezeichnen. Wäre diese Masse klein genug, so würde diese Beschleunigung, welche bald positiv, bald negativ ist, der Spule auch in der Tat eine sichtliche hin- und hergehende Bewegung erteilen, und es würde also die Spule zu jedem Zeitpunkt eine bestimmte Bewegungsgeschwindigkeit haben, welche sich aus der Formel

$$v = \int_0^t \frac{(D\,K^2 - J_t^2)}{m}\,dt$$

berechnen läßt, vorausgesetzt, daß die Geschwindigkeit zur Zeit $t = 0$ auch 0 ist.

Nun ist aber die Masse der beweglichen Spule im Vergleich mit den auftretenden Kräften so groß und die Zeit einer Periode so klein, daß die Spule überhaupt nicht in sichtliche Bewegung gerät, sondern sich durch entsprechende Anspannung der Feder genau auf ihre Mittellage einstellen läßt. Das ist übrigens auch die notwendige Bedingung einer genauen Messung. Es muß also, um mit dem Instrumente überhaupt messen zu können, v unendlich klein, d. h. gleich Null sein. Das gibt aber

$$\int_0^T \frac{(D\,K^2 - J_t^2)}{m}\,dt = 0$$

und somit

$$D K^2 \int_0^T dt = \int_0^T J_t^2 \, dt$$

$$D K^2 = \frac{1}{T} \int_0^T J_t^2 \, dt.$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite dieser Gleichung ist nichts anderes als die Höhe des früher erwähnten Rechteckes, das heißt, das Quadrat der effektiven Stromstärke J_0, und es ist mithin der Beweis geliefert, daß das Dynamometer die effektive Stromstärke ohne Fehler anzeigt, welches auch die Form der Stromkurve sein möge. Die bei der Eichung des Instrumentes mit Gleichstrom bestimmte Konstante gilt mithin auch für Wechselstrom jeder Periodenzahl und Kurvenform.

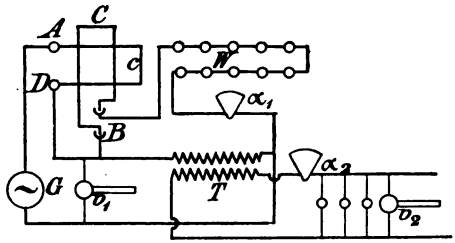


Fig. 87.

Es ist hier zu bemerken, daß die allgemeine Anwendung dieses Satzes auf andere Meßinstrumente nur zulässig ist, wenn in diesen Instrumenten die dynamische Wirkung des Stromes in jedem Augenblicke dem Quadrate der Stromstärke genau proportional ist. Enthält ein Meßinstrument jedoch Eisen, so ist diese Proportionalität nicht von vornherein gesichert; es kann vielmehr der Fall eintreten, daß durch Hysteresis und Wirbelströme im Eisen diese Proportionalität gestört wird, und dann muß das Instrument für jede Periodenzahl und Kurvenform besonders geeicht werden.

Das Wattmeter. Es erübrigt noch, zu ermitteln, ob das Dynamometer, als Wattmeter benutzt, auch bei unregelmäßig verlaufenden Wechselströmen die effektive Leistung genau angibt.

Die Anordnung eines Dynamometers zur Effektmessung ist in Fig. 87 dargestellt. C ist die bewegliche und c die feste Spule des

Dynamometers. G ist die Stromquelle und T der Apparat, welcher den Strom empfängt; in diesem Falle ein Transformator.

Dynamometer gewöhnlicher Bauart haben bloß zwei Klemmen, A und B (oder drei, wenn die feststehende Spule in zwei Teilen angeordnet ist, behufs Vergrößerung des Meßbereiches). Soll das Instrument jedoch zu Wattmessungen benutzt werden, so muß die Verbindung zwischen fester und beweglicher Spule noch eine weitere Klemme, D, erhalten. Der Strom, dessen Effekt man bestimmen will, wird dann durch die feste Spule geleitet, und zwischen die Klemme B der beweglichen Spule und die Rückleitung wird ein möglichst induktionsloser Widerstand, W, geschaltet, welcher am besten aus hin und her (nicht spiralförmig) gewickeltem Platinoiddraht oder -Streifen oder auch aus einer Serie von Glühlampen besteht. In diesen Stromkreis möge auch ein Amperemeter, a_1, eingeschaltet sein, jedoch ist dasselbe nicht absolut notwendig.

Wenn der Widerstand W sehr groß ist, so kann man ohne erheblichen Fehler annehmen, daß der durch a_1 fließende Strom der Phase nach mit der zwischen den Klemmen des Generators herrschenden EMK, die im Voltmeter v_1 angezeigt wird, übereinstimmt. Mit andern Worten: der durch die bewegliche Spule des Wattmeters fließende Strom hat keine Phasenverschiebung. Der Strom, welcher durch die feste Spule fließt, hat jedoch im allgemeinen Phasenverschiebung, und zwar um so mehr, je größer die Selbstinduktion des Apparates T ist. Es sei I der Primärstrom des Transformators (mit Maximalwert I_m) und i der Nebenschlußstrom (mit Maximalwert i_m), so ist bei sinusoidalem Verlauf das auf die bewegliche Spule wirkende Drehmoment dem Ausdrucke

$$I_m \sin(\alpha - \varphi)\, i_m \sin\alpha$$

proportional, wobei α die zurzeit herrschende Phase der EMK und φ die Phasenverschiebung in c ist. Da $i_m = \frac{e_m}{W}$ (wobei wir in W den Widerstand der festen Spule, des Amperemeters a_1 und der Drahtverbindungen mit einschließen), so kann obiger Ausdruck auch in der Form geschrieben werden

$$I_m \sin(\alpha - \varphi)\, \frac{e_m}{W} \sin\alpha.$$

Wird nun durch Drehung des Knopfes die Feder des Dynamometers gespannt, so wird der beweglichen Spule ein Drehmoment

$D K^2$ erteilt, wobei wie früher D die Winkelablesung und K die durch Eichung mit Gleichstrom ermittelte Konstante des Instrumentes ist. Ist m die auf den Angriffspunkt der Kräfte reduzierte Masse der Spule, so ist die ihr erteilte Beschleunigung

$$\frac{D K^2 - I_m \frac{e_m}{W} \sin(\alpha - \varphi) \sin \alpha}{m},$$

und die nach der Zeit t erlangte Geschwindigkeit ist

$$v = \frac{1}{m} \int_0^t \left(D K^2 - I_m \frac{e_m}{W} \sin(\alpha - \varphi) \sin \alpha \right) dt,$$

wobei wir voraussetzen, daß zur Zeit $t = 0$ die Geschwindigkeit auch 0 ist. Nun ist aber die Masse der Spule im Vergleich zu den auf sie wirkenden Kräften sehr groß, und ferner finden die Änderungen in der Größe und Richtung dieser Kräfte so rasch statt, daß die Spule ihnen überhaupt nicht folgen kann, sondern sich ruhig einstellt. Es ist also $v = 0$, was nur der Fall sein kann, wenn

$$t D K^2 = \int_0^t I_m \frac{e_m}{W} \sin(\alpha - \varphi) \sin \alpha \, dt$$

oder, wenn wir die Integration über die Zeit einer ganzen Periode ausdehnen,

$$D K^2 = \frac{I_m e_m}{W T} \int_0^T \sin(\alpha - \varphi) \sin \alpha \, dt$$

oder mit einer kleinen Umformung

$$D K^2 = \frac{I_m e_m}{W} \int_0^{2\pi} \sin(\alpha - \varphi) \sin \alpha \frac{d\alpha}{2\pi}.$$

Die Auflösung des Integrales ergibt aber $\frac{\cos \varphi}{2}$, und wir erhalten somit

$$D K^2 = \frac{1}{W} \frac{I_m e_m}{2} \cos \varphi$$

oder mit Einführung der effektiven anstatt der Maximalwerte

$$D K^2 = \frac{1}{W} I e \cos \varphi.$$

Nun ist aber $I e \cos \varphi$ nach den früheren Ausführungen nichts anderes als die Leistung, welche dem Apparate (Transformator) zugeführt wird, und wir sehen somit, daß dieselbe durch das Produkt $W D K^2$ dargestellt wird, wobei bedeutet

D die Ablesung am Dynamometer (oder in diesem Falle am Wattmeter) in Graden,

K die bei Eichung mit Gleichstrom bestimmte Konstante, so daß $K \sqrt{D} = i$,

W den gesamten Widerstand im Nebenschluß in Ohm.

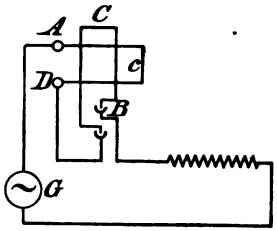


Fig. 88.

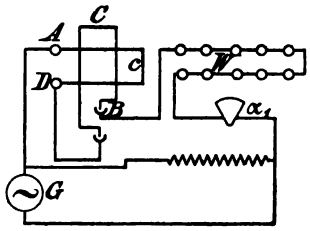


Fig. 89.

Man kann nun das Instrument in der in Fig. 87 gezeichneten Weise als Wattmeter benutzen und nebenbei noch zwei andere Beobachtungen machen, indem man es zur Strommessung als Dynamometer schaltet, d. h. die Klemmen A und B, nicht aber D gebraucht. Man ändert die Schaltung so, daß man zuerst den Hauptstrom I mißt (Fig. 88) und dann den Nebenstrom $\frac{e}{W}$ (Fig. 89). Dabei setzen wir voraus, daß die in Schaltung Fig. 88 durch die bewegliche Spule hinzugekommene Selbstinduktion gegenüber der Selbstinduktion des Transformators verschwindend klein ist, und daß der Widerstandszuwachs bei Schaltung Fig. 89 gegen den Vorschaltwiderstand W auch verschwindend klein ist; mit andern Worten, daß im Meßinstrumente selbst weder Effektverlust durch ohmischen Widerstand noch Phasenverschiebung durch Selbstinduktion hervorgerufen wird. Man mißt dann in der Schaltung Fig. 88 den Hauptstrom I, wobei die Ablesung D_1 sein möge,

$$K\sqrt{D_1} = I,$$

und in der Schaltung Fig. 89 den Nebenstrom $\frac{e}{W}$, wobei die Ablesung D_2 sein möge,

$$K\sqrt{D_2} = \frac{e}{W}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man durch Multiplikation

$$K^2\sqrt{D_1 D_2} = I\frac{e}{W}.$$

Die frühere Gleichung

$$K^2 D = I\frac{e}{W}\cos\varphi$$

damit verbunden, gibt

$$\cos\varphi = \frac{D}{\sqrt{D_1 D_2}}.$$

Man kann also durch drei Messungen mit demselben Instrumente (einmal als Wattmeter und zweimal als Dynamometer benutzt) die Phasenverschiebung bestimmen, wobei bloß die drei Winkelablesungen maßgebend sind. Die Konstante des Instrumentes und den Vorschaltwiderstand braucht man nicht zu kennen.

Messung von unregelmäßigen Strömen. Wir haben bisher angenommen, daß Strom und Spannung nach dem Sinusgesetz verlaufen. Es ist jedoch leicht einzusehen, daß die Effektmessung mittels des Wattmeters (Schaltung Fig. 87) auch dann vollkommen genaue Resultate gibt, wenn Strom und Spannung nach ganz beliebigen Gesetzen verlaufen. Die in der Zeit T vom Strome geleistete Arbeit ist

$$\int_0^T I e\,dt = W\int_0^T I i\,dt,$$

wobei sowohl der Hauptstrom I als auch der Strom i im Nebenschluß irgend welche beliebige Funktion der Zeit sein kann. Das der Spule bei der Torsion D erteilte Drehmoment ist $D K^2 - I i$. Dieses ändert sich von Augenblick zu Augenblick und würde bei genügend kleiner Periodenzahl (T groß) und kleiner Masse der Spule ein Hin- und Herschwingen derselben hervorrufen. Die Masse der Spule ist jedoch genügend groß und T genügend klein, daß keine sichtbare Bewegung der Spule eintritt. Das Integral der Be-

schleunigung, über die Zeit einer Periode genommen, muß daher 0 sein, d. h.

$$\int_0^T \left(\frac{D K^2 - I i}{m}\right) dt = 0$$

$$T D K^2 = \int_0^T I i \, dt$$

$$W D K^2 = \frac{W}{T} \int_0^T I i \, dt.$$

Nun ist $W \int_0^T I i \, dt$, wie oben ausgeführt, die in der Zeit T geleistete Arbeit, mithin ist $\frac{W}{T} \int_0^T I i \, dt$ die Leistung, und wir finden somit, daß die mittels des Wattmeters gemessene Leistung

$$W D K^2 = P$$

wirklich die durch den Wechselstrom übertragene Leistung ist, was immer die Form der Strom- und Spannungskurven sein möge.

Aus dieser Formel sieht man, daß zur Bestimmung der Leistung der Widerstand W genau bekannt sein muß. Besteht derselbe aus Platinoid oder einem ähnlichen Metall mit sehr kleinem Temperaturkoeffizienten, so verursacht diese Bedingung keine Schwierigkeit. Wird jedoch eine Serie von Glühlampen als Widerstand verwendet, so ist letzterer nicht konstant, sondern hängt von e ab. Man kann nun zur Bestimmung von W auf zwei Arten verfahren. Nach der einen Methode beobachtet man gleichzeitig die Ablenkung D am Wattmeter, den Strom i am Amperemeter a_1 und die Spannung am Voltmeter v_1. Die zwei letzten Beobachtungen geben $W = e : i$, so daß die Leistung durch die Formel

$$P = \frac{e}{i} \cdot D K^2$$

ausgedrückt wird. Nun ist die gleichzeitige Beobachtung von drei Größen etwas umständlich, und um sich die Arbeit zu erleichtern, kann man die zweite Methode verwenden, nach welcher man den

Lampenwiderstand vorher eicht, indem man die Werte von W als Funktion von e bestimmt und in einer Kurve aufträgt. Dann braucht man bei der Effektmessung nur D und e abzulesen und entnimmt den zu e gehörigen Wert von W aus der Kurve. Die Eichung kann mit Gleichstrom geschehen und das Amperemeter a_1 kann dann entfernt oder kurz geschlossen werden, wodurch auch die Bedingung der Induktionslosigkeit des Nebenschlusses leichter erfüllbar wird.

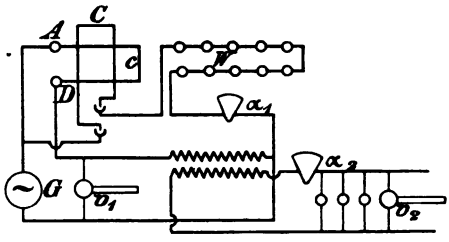


Fig. 90.

In modernen Wattmetern ist der Widerstand W im Instrument selbst untergebracht, und für größere Meßbereiche kann noch ein besonderer Vorschaltwiderstand beigegeben werden. Die Ablesung geschieht dann nicht nach Art der Dynamometer durch Spannung einer Feder von Hand, um die Spule C in die Mittellage zurückzuführen, sondern die Spule selbst spannt die Feder, und ein mit ihr verbundener Zeiger gestattet, die Leistung unmittelbar an einer Skala abzulesen.

Bei der Schaltung Fig. 87 fließt durch das Wattmeter nicht nur die Leistung, welche dem Transformator T zugeführt wird, sondern auch die im Nebenschluß aufgewendete Leistung. Diese Schaltung ist also anzuwenden, wenn es sich darum handelt, die gesamte von dem Generator gelieferte Leistung zu messen. Will man jedoch bloß die Leistung messen, welche dem Transformator zugeführt wird, so muß man die Schaltung dahin abändern, daß der Nebenschluß nicht von B, sondern von A abgezweigt wird. Fig. 90. Dann fließt durch c bloß der Primärstrom des Transformators, und die im Widerstand W aufgezehrte Leistung wird nicht mitgemessen.

Die Messung $W D K^2 = P$ gibt genau die den Primärklemmen des Transformators zugeführte Leistung. Besteht die Belastung aus Glühlampen, so stellt das Produkt von Strom und Spannung im

sekundären Stromkreise die abgegebene Leistung dar. Man mißt also am Amperemeter a_2 den Strom i_2 und am Voltmeter v_2 die Spannung e_2 und findet den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{i_2 e_2}{W D K^2}.$$

Bei Effektmessungen, die an hochgespannten Strömen gemacht werden, ist es notwendig, die Schaltung so auszuführen, daß keine großen Potentialdifferenzen im Wattmeter selbst auftreten können. Die in Fig. 91 dargestellte Schaltung ist mit jener der Fig. 90 theoretisch gleichwertig; praktisch ist jedoch letztere vorzuziehen, da zwischen den beiden Spulen C und c nur eine ganz unbedeutende Potentialdifferenz herrscht, während in Fig. 91 zwischen diesen

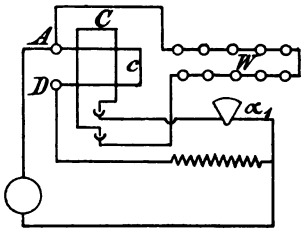


Fig. 91.

Spulen die volle Potentialdifferenz des Generators auftritt. In diesem Falle ist also ein Durchschlagen der Isolation zu befürchten. Die Schaltung Fig. 90 ist auch deshalb vorzuziehen, weil man, ohne die Isolation des Wattmeters anzustrengen, irgend eine seiner Klemmen an Erde legen und sich so gegen Unfälle bei Berührung des Instrumentes schützen kann.

Bei Ableitung der Theorie des Wattmeters wurde betont, daß der Nebenschlußwiderstand im Vergleich zur Selbstinduktion des Instrumentes so groß ist, daß man die Phasenverschiebung des Nebenschluß-Stromes als gleich 0 annehmen kann. Diese Bedingung kann natürlich nie mit mathematischer Strenge erfüllt sein, denn die im Dynamometer gemessene mechanische Kraft beruht ja auf der Wechselwirkung zwischen Strom und Magnetfeld und bedingt somit das Vorhandensein einer gewissen Selbstinduktion; aber bei sorgfältiger Ausführung des Instrumentes ist dieselbe so klein, daß sie vernachlässigt werden kann. Es ist übrigens ganz leicht, für die Selbstinduktion des Instrumentes eine Korrektion einzuführen.

Es sei Fig. 92 $O\,e$ die Klemmenspannung und $O\,i$ der Hauptstrom. Die Phasenverschiebung sei φ, so daß

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\,\pi\,\nu\,L}{W},$$

wobei $2\,\pi\,\nu\,L$ die Reaktanz und W der Widerstand des Hauptstromkreises ist. Die Leistung ist $O\,i \times O\,a$.

Wenn das Wattmeter absolut keine Induktanz hätte, so würde der Nebenstrom mit $O\,e$ zusammenfallen; infolge der Induktanz jedoch bleibt der Nebenstrom um den Winkel ψ zurück und nimmt die Lage $O\,i_0$ ein. Sei w der Widerstand des Nebenschlusses und l sein Selbstinduktions-Koeffizient, so ist

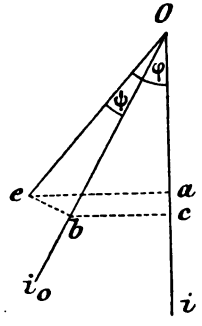


Fig. 92.

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{2\,\pi\,\nu\,l}{w}.$$

Infolge der Phasenverschiebung ψ zeigt das Wattmeter nicht die wirkliche Leistung $O\,i \times O\,a$, sondern die scheinbare Leistung $O\,i \times O\,c$ an, und um aus der Ablesung die wirkliche Leistung zu finden, müssen wir die Ablesung mit dem Verhältnis $\frac{O\,a}{O\,c}$ multiplizieren. Ist also P' die scheinbare Leistung, die wir am Wattmeter ablesen, so ist die wahre Leistung

$$P = P' \times \frac{O\,a}{O\,c}.$$

Nun ist $O\,a = O\,e \times \cos\varphi$ und $O\,c = O\,b \times \cos(\varphi - \psi) = O\,e \times \cos\psi \cos(\varphi - \psi)$ und mithin

$$P = P' \frac{\cos\varphi}{\cos\psi\cos(\varphi-\psi)}.$$

Da der Winkel ψ eine Konstante des Instrumentes ist, so kann man ihn ein für allemal vorausbestimmen. Die Phasenverschiebung $(\varphi - \psi)$ zwischen Haupt- und Nebenstrom kann man aus

$$\cos(\varphi-\psi) = \frac{D}{\sqrt{D_1 D_2}}$$

bestimmen und mithin auch die Phasenverschiebung φ zwischen der EMK und dem Hauptstrom. Das Korrektionsglied in der Gleichung für P ist also ganz leicht bestimmbar. Wir können dasselbe auch in die Form bringen

$$\frac{1+\operatorname{tg}^2\psi}{1+\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\psi}.$$

Ist $\psi < \varphi$, so wird dieser Ausdruck kleiner als 1, und die am Wattmeter abgelesene Leistung ist größer als die wirkliche Leistung. Ist jedoch φ sehr klein (z. B. bei Belastung des Transformators mit Glühlampen) und ψ verhältnismäßig groß, so kann es kommen, daß $\psi > \varphi$ ist, und dann gibt das Wattmeter einen geringeren als den wirklichen Wert der Leistung an. Das gleiche ist der Fall, wenn der Nebenstromkreis erhebliche Kapazität hat, und so ψ negativ wird.

Für zwei besondere Werte von ψ wird das Korrektionsglied gleich 1, und das Wattmeter gibt die wahre Leistung an; erstens, wenn $\psi = 0$, d. h. wenn das Instrument so genau gearbeitet ist, daß bei einem sehr großen Widerstand im Nebenschluß noch genaue Ablesung möglich ist; zweitens, wenn $\psi = \varphi$, d. h. wenn die Phasenverschiebung im Nebenschluß genau gleich ist jener im Hauptstromkreise. Der in der Praxis am häufigsten vorkommende Fall ist, daß ψ einen positiven und sehr kleinen Wert hat, und daß $\varphi > \psi$ ist. Dann ist das Korrektionsglied kleiner als 1 und erreicht sein Minimum für $\psi = \frac{\varphi}{2}$. Die größte mögliche Korrektion ist dann $\frac{\cos\varphi}{\cos^2\frac{\varphi}{2}}$ und dieser Ausdruck gibt uns auch die Fehlergrenze, wenn man die Korrektion vernachlässigt. Die folgende Tabelle zeigt diese Grenzwerte für verschiedene Werte der Phasenverschiebung φ.

φ	Abgelesene Leistung	Die wirkliche Leistung ist gleich oder größer als	Der Fehler ist gleich oder kleiner als
5°	1000 Watt	998,5 Watt	0,15%
10°	1000 -	994,6 -	0,54%
15°	1000 -	982,7 -	1,73%
20°	1000 -	968,8 -	3,12%
25°	1000 -	950,8 -	4,92%
30°	1000 -	928,2 -	7,18%

Andere Methoden der Effektmessung. Ein sorgfältig konstruiertes Wattmeter für direkte Ablesung ist entschieden das bequemste und genaueste Instrument zur Effektmessung. Wenn man jedoch ein solches nicht zur Hand hat, kann man sich auch anderer, allerdings nicht ebenso bequemer Methoden bedienen. Dabei sind zwei Fälle zu unterscheiden: a) die Energie wird im Meßapparate selbst in Wärme umgesetzt; b) sie muß gemessen werden, während sie den Meßapparat durchfließt und an einer anderen Stelle in Wärme umgesetzt oder sonstwie verwertet wird. Man kann diese zwei Arten der Messungen als Absorptions- und Transmissionsmethoden bezeichnen.

Als Beispiel der Absorptionsmethode möge die Messung der von einem Wechselstromgenerator abgegebenen Energie dienen. Die Maschine arbeitet auf einem metallischen Widerstand, der nicht induktionsfrei zu sein braucht, jedoch aus einem Material bestehen soll, welches einen möglichst kleinen Temperatur-Koeffizienten hat (Platinoid, Manganin, Nickelin etc.). Zur Messung gebraucht man ein genaues Amperemeter und eine Wheatstonesche Brücke. Man beobachtet den Strom bei Dauerbetrieb, d. h. nachdem der Widerstand seine höchste Temperatur erreicht hat, und stellt dann den Betrieb ein. So schnell als möglich darauf mißt man den Widerstand auf der Brücke und wiederholt die Messung in Intervallen von etwa 10 Sekunden, um das Gesetz der Abnahme des Widerstandes in gleichen Zeitintervallen zu ermitteln. Der Widerstand wird dann als Funktion der Zeit in einer Kurve aufgetragen und diese nach rückwärts verlängert bis zu dem Zeitpunkte, wo der Strom unterbrochen wurde. Die zugehörige Ordinate gibt den wirklichen Widerstand W, den der Strom i zu überwinden hatte, und die Leistung kann dann nach der Formel $P = i^2 W$ berechnet werden. Bei zweckmäßiger vorheriger Einstellung der Brücke und Anordnung der Schalter kann man rasch arbeiten und so einen sehr hohen Grad von Genauigkeit in der Messung erzielen.

Ein anderes Beispiel der Absorptionsmethode ist die Messung der in einem Transformator verlorenen Leistung mittels Temperaturbeobachtungen. Man mißt bei Dauerbetrieb die Temperaturerhöhung des Transformators, schaltet dann den Wechselstrom ab und sendet durch die Hochspannungsspule einen Gleichstrom, dessen Stärke so reguliert wird, daß die Temperaturerhöhung die gleiche bleibt. Die durch den Gleichstrom zugeführte Leistung ist dann gleich jener, welche früher bei Betrieb mit Wechselstrom im Transformator verloren ging. Die Leistung des Gleichstromes kann durch Spannung und Strommessung leicht bestimmt werden. Diese Methode der Messung ist zeitraubend und nicht genau, weil bei Gleichstrom nur das Kupfer erwärmt wird, also die Temperaturverteilung nicht die gleiche ist wie bei Wechselstrom.

Unter den Transmissionsmethoden sind zu erwähnen die Messung mittels Wattmeter, die oben schon behandelt wurde, und die so-

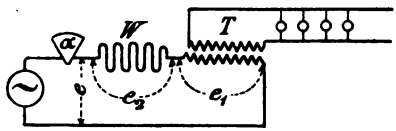


Fig. 93.

genannte „Drei-Voltmeter-Methode“ von Ayrton und „Drei-Amperemeter-Methode“ von Fleming.

Drei-Voltmeter-Methode. In Fig. 93 bedeutet der Kreis mit dem ~ Zeichen den Generator, a ein Amperemeter, W ein induktionsloser Widerstand und T der Transformator. Ein Voltmeter wird zwischen die Hauptleitungen gelegt, um die gesamte Spannung e anzugeben, ein anderes Voltmeter wird mit den Klemmen der Primärspule von T verbunden und zeigt die Spannung e_1 an, und ein drittes Voltmeter zeigt die Spannung e_2 zwischen den Klemmen des Widerstandes an. Statt drei besondere Voltmeter zu benützen, kann man auch ein einziges verwenden, welches durch eine entsprechende Wippe in rascher Reihenfolge mit den betreffenden Punkten des Stromkreises verbunden wird, so daß die Werte e, e_1, e_2 mit dem gleichen Instrument beobachtet werden. Diese Einrichtung ist nicht nur einfacher, sondern auch genauer, weil Eichungsfehler weniger schwer ins Gewicht fallen. Fig. 94 zeigt diese Schaltung; die Buchstaben an den zwei Umschaltern des Voltmeters entsprechen den in Fig. 93 angedeuteten

Spannungen. Das Vektordiagramm ist in Fig. 95 dargestellt. OI ist der Strom, $OE_1 = e_1$ ist die Spannung zwischen den Klemmen des Transformators und $E_1E = e_2$ jene zwischen den Klemmen des Widerstandes. Da letzterer induktionslos ist, muß E_1E der Linie OI parallel sein. $OE = e$ ist die Gesamtspannung. Die Wattkomponente der Klemmenspannung e_1 ist $e_w = OA$, und die Leistung ist $OI \times OA$. Da nun der Transformator Induktanz hat, so ist $E_1A = EB = e_s$, d. h. gleich der EMK der Selbstinduktion, und es bestehen die Gleichungen

$$e_s^2 = e_1^2 - e_w^2$$

$$e_s^2 = e^2 - (e_w + e_2)^2,$$

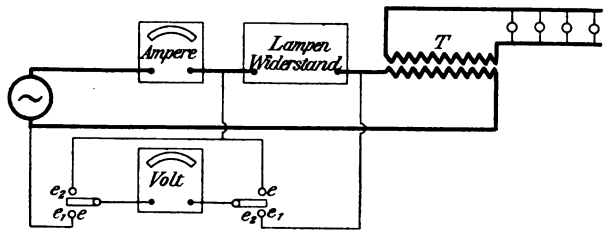


Fig. 94.

woraus durch einfache Umrechnung folgt

$$e_w = \frac{e^2 - e_1^2 - e_2^2}{2\,e_2}.$$

Die Leistung ist also gegeben durch den Ausdruck

$$P = i\,\frac{e^2 - e_1^2 - e_2^2}{2\,e_2}.$$

Zur Bestimmung derselben sind also vier Ablesungen nötig, nämlich drei für Spannung und eine für Strom. Wenn man den Widerstand von W genau kennt, so kann man die Strommessung weglassen und die Leistung nach der Formel berechnen

$$P = \frac{e^2 - e_1^2 - e_2^2}{W\,2}.$$

Das ist die Leistung, welche dem Transformator zugeführt wird. Will man die vom Generator abgegebene Leistung bestimmen, so muß man zu P noch $\frac{e_2^2}{W}$ addieren und erhält

$$P' = \frac{e^2 + e_2^2 - e_1^2}{2\,W}.$$

In der Ableitung der Formel für P haben wir eine vektorielle Zusammensetzung der effektiven Spannungen benutzt und stillschweigend angenommen, daß wir es mit sinusoidalen Strömen zu tun haben. Es könnte nun der Zweifel auftauchen, ob die Drei-Voltmeter-Methode auch bei Strömen ganz beliebiger Kurvenform anwendbar ist. Daß das der Fall ist, kann, wie folgt, bewiesen werden. Es seien jetzt e, e_1 und e_2 nicht die effektiven, sondern die augenblicklichen Werte der drei Spannungen, so ist für den Augen-

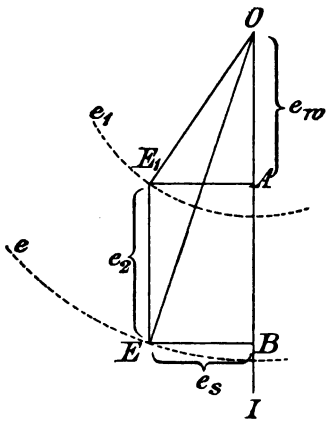


Fig. 95.

blickswert $i = \frac{e_2}{W}$ des Stromes der Augenblickswert der Leistung, die der Primärspule des Transformators zugeführt wird,

$$P = i\,e_1 = \frac{e_2\,e_1}{W}.$$

Nun haben wir aber in jedem Augenblicke die Beziehung

$$e = e_1 + e_2$$

$$e^2 = e_1^2 + e_2^2 + 2\,e_1\,e_2$$

$$e_1\,e_2 = \frac{e^2 - e_1^2 - e_2^2}{2}.$$

Die effektive Leistung, was immer die Kurvenform sein möge, ist

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T i\, e_1\, dt$$

$$P = \frac{1}{W\,T}\int_0^T e_2\, e_1\, dt$$

$$P = \frac{1}{2\,W\,T}\left\{\int_0^T e^2\, dt - \int_0^T e_1^2\, dt - \int_0^T e_2^2\, dt\right\}.$$

Im Anfange dieses Kapitels ist gezeigt worden, daß Ausdrücke von der Form $\frac{1}{T}\int_0^T e^2\, dt$ nichts anderes darstellen als das Quadrat der effektiven Spannung, die vom Meßinstrument angezeigt wird. Es stellt also auch für unregelmäßige Ströme die rechte Seite der obigen Gleichung auch in der Form

$$\frac{1}{2\,W}\left\{e^2 - e_1^2 - e_2^2\right\}$$

die der Primärspule zugeführte Leistung genau dar, wenn wir jetzt wie eingangs mit e, e_1 und e_2 die effektiven Spannungen bezeichnen. Hiermit ist der Beweis geliefert, daß die Drei-Voltmeter-Methode auch in Fällen anwendbar ist, wo die Maschine nicht sinusförmige Ströme gibt.

Anstatt P nach obiger Formel zu berechnen, kann man die Wattkomponente von e_1 auch graphisch finden, indem man mit e_1 und e Kreisbogen zeichnet und eine senkrechte Linie parallel zu sich selbst so lange verschiebt, bis das zwischen den beiden Kreisbogen abgeschnittene Stück genau gleich e_2 ist. Das gibt die Lage des Punktes E_1 und mithin die Länge $O\,A = e_w$. Die Leistung ist dann $P = e_w\, i$. Aus dem Diagramm ist ohne weiteres ersichtlich, daß ein kleiner Fehler in der Bestimmung der Spannungen einen um so größeren Fehler im Resultat erzeugen muß, je näher der Kreis e_1 an O oder an e liegt. Die Konstruktion wird offenbar am genauesten, wenn e_1 ungefähr den halben Radius von e hat. Es empfiehlt sich also, den Widerstand W so zu wählen, daß e_2 von e_1 nicht sehr verschieden ist. Es muß dann e erheblich größer als e_1 sein, d. h. man muß eine Stromquelle zur Verfügung haben, welche eine erheblich höhere Spannung gibt, als der zu untersuchende

Apparat braucht. Wo man eine entsprechende Maschine zur Verfügung hat oder durch Herauftransformieren die Spannung entsprechend erhöhen kann, ist die eben beschriebene Methode sehr bequem und genau; hat man aber weder eine Maschine noch einen Transformator zur Erzeugung der höheren Spannung, so ist diese Methode nicht anwendbar, und man muß die

Drei-Amperemeter-Methode verwenden. Das ist eine von Dr. Fleming angegebene Abänderung der Ayrtonschen Methode und wird besonders dann mit Vorteil angewendet, wenn man den Strom von einem Elektrizitätswerk unter der Spannung bezieht, für welche der Transformator gebaut ist. Die Anordnung ist in Fig. 96

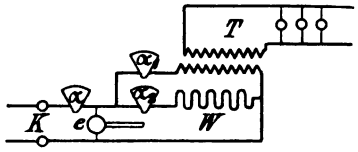


Fig. 96.

dargestellt. K sind die Klemmen der Stromzuleitung, a ist ein Amperemeter, welches den Gesamtstrom anzeigt, und a_1 und a_2 sind Amperemeter, welche seine beiden Komponenten anzeigen. W ist ein induktionsloser Widerstand, und T ist der zu untersuchende Transformator. In Fig. 97 ist E der Spannungsvektor, i_1 der Primärstrom von T und i_w seine Wattkomponente; i_2 ist der Strom in W, dessen Vektor zu E natürlich parallel ist. Dann muß offenbar

$$i_1^2 - i_w^2 = i^2 - (i_w + i_2)^2$$

sein, woraus die Leistung

$$e\,i_w = P = \frac{e}{2}\,\frac{(i^2 - i_1^2 - i_2^2)}{i_2}.$$

Kennt man den Widerstand W genau, so braucht man e nicht zu messen und kann die Leistung nach der Formel berechnen

$$P = \frac{W}{2}(i^2 - i_1^2 - i_2^2).$$

Auch hier empfiehlt es sich, zur Erzielung größtmöglicher Genauigkeit dem Widerstand W einen solchen Wert zu geben, daß i_2 von i_1 nicht zu sehr verschieden ausfällt.

Die in Fig. 96 nur schematisch dargestellte Schaltung kann bequem, wie Fig. 98 zeigt, ausgeführt werden. Dabei ist nur ein Amperemeter und ein Voltmeter notwendig. I ist ein einfacher, II ein doppelter Umschalter. Steht I rechts und II oben oder unten, so wird der Gesamtstrom i gemessen. Um eine seiner Komponenten zu messen, muß I nach links gestellt werden. Wird dann II nach oben gestellt, so liest man am Amperemeter den Strom ab, der durch die Primärspule des Transformators fließt; stellt man II nach unten, so wird der durch den Lampenwiderstand fließende Strom angezeigt. Um diesen Widerstand zu finden, liest man gleichzeitig das Voltmeter ab und bildet

$$W = \frac{e}{i_2}.$$

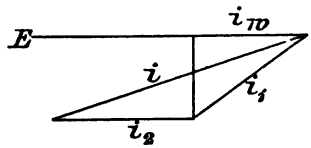


Fig. 97.

Auch diese Methode gibt die Leistung genau an, selbst in dem Falle, daß der von der Maschine erzeugte Wechselstrom keinen sinusförmigen Verlauf hat. Der Beweis hierfür ist ähnlich wie jener, der oben für die Drei-Voltmeter-Methode gegeben wurde, und braucht deshalb hier nicht wiederholt zu werden.

Die Prüfung von Transformatoren. Mittels der verschiedenen hier angegebenen Meßmethoden kann man Leistung und Wirkungsgrad eines Transformators bestimmen, vorausgesetzt, daß eine geeignete Stromquelle und ein Apparat zur Aufnahme des sekundären Stromes zur Verfügung steht. Da jedoch der Wirkungsgrad der Transformatoren meist sehr hoch ist, so macht seine unmittelbare Bestimmung aus der zugeführten und wiedergewonnenen Leistung insofern Schwierigkeiten, als kleine Fehler bei der Messuug dieser Leistungen ziemlich große Fehler im berechneten Verhältnis beider hervorbringen können. Denken wir uns z. B., daß die wirklich zugeführte Leistung 100 und die wirklich abgegebene Leistung 97 sei, daß man aber bei beiden Messungen einen Fehler von 1 % macht, und zwar negativ im ersten und positiv im zweiten Fall. Man würde also messen: Zugeführte Leistung 99; wiedergewonnene Leistung 98.

Nach dieser Messung würde der Wirkungsgrad scheinbar 99% sein, anstatt 97%, wie es wirklich der Fall ist. Um den Einfluß von Meßfehlern möglichst zu vermindern, empfiehlt es sich daher, den Wirkungsgrad nicht direkt durch Messung der zu- und abgeführten Leistung zu bestimmen, sondern auf folgende Weise zu verfahren: Man mißt zwei gleiche Transformatoren zusammen, und zwar in der Weise, daß die aus dem ersten Transformator entnommene Leistung zur Speisung des zweiten verwendet wird, und die aus dem zweiten Transformator entnommene Leistung unter Zusatz von Leistung, welche von einer äußeren Stromquelle geliefert wird, die Speisung des ersten Transformators besorgt. Es handelt sich hier also gewissermaßen um eine Zirkulation von Leistung zwischen den beiden

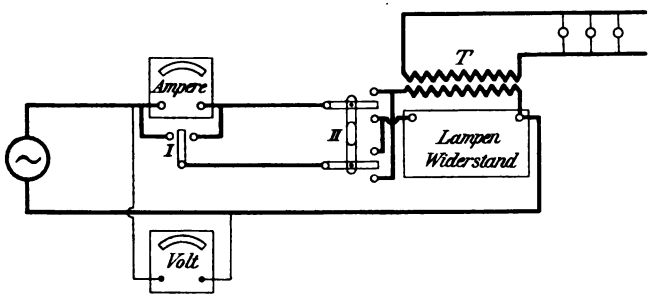


Fig. 98.

Transformatoren, wobei bloß der Leistungsverlust von außen her gedeckt wird. Man mißt dann die gesamte zirkulierende Leistung und den Leistungsverlust. Da letzterer verhältnismäßig klein ist, so haben Fehler bei der Messung auf das Endresultat weniger Einfluß als bei der direkten Methode. Die Anordnung ist in Fig. 99 dargestellt. *D* und *B* sind die beiden zu prüfenden Transformatoren, und *C* ist ein kleiner Zusatztransformator, welcher die Zirkulation des Stromes durch die Primärspulen bewerkstelligt. In den primären Stromkreis von *C* wird ein induktionsloser Rheostat *R* geschaltet, damit man durch Verschieben des Kontaktes imstande ist, die Zusatz-EMK im primären Stromkreis der Haupttransformatoren so zu regeln, daß der normale Sekundärstrom durch das Amperemeter *a* fließt. Die Schaltung der Transformatoren *D* und *B* muß natürlich derart gemacht werden, daß die EM-Kräfte sich entgegenwirken. Würde man nun bloß den Transformator *C* anschließen und durch

den Generator G betreiben, so könnte man allerdings die vollen Stromstärken in den Transformatoren D und B erzielen, aber nicht die richtige Klemmenspannung. Um diese zu erhalten, muß der Generator in der gezeichneten Weise mit den Primärspulen von D und B verbunden werden. Würde man nun den Transformator C durch Ausschalten des Rheostaten unwirksam machen und seine Sekundärspule kurz schließen, so würde die Maschine G nur den Leerlaufstrom für beide Transformatoren zu liefern haben, und, da beide genau gleich sind, würde kein Strom in a angezeigt werden. Schaltet man nun C ein, so bleibt die Klemmenspannung an D und B bestehen; es fließt aber Effekt von einem Transformator zum andern, und a zeigt einen Strom an. Nun stellt man den Rheostaten so ein, daß dieser Strom den normalen Wert hat. Dann sind beide

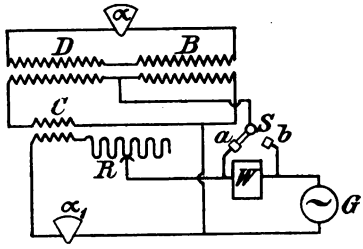


Fig. 99.

Transformatoren mit der normalen Spannung und der normalen Stromstärke belastet. Man schaltet nun ein Wattmeter W in die Zuleitung vom Generator ein und mißt die Leistung, welche gebraucht wird, um alle Verluste zu decken. Diese sind: Stromwärme in R und Verluste in D, B und C. Da man den Wirkungsgrad des kleinen Zusatztransformators kennt, so läßt sich der Verlust in demselben berechnen, wenn man die zugeführte Leistung kennt. Mit dem Wattmeter ist ein Schalter S verbunden. Steht der Schalthebel auf dem Kontakt a, so mißt das Wattmeter die gesamte von der Maschine abgegebene Leistung; dieselbe sei P_1. Steht der Hebel auf b, so mißt das Wattmeter die Leistung, welche dem Transformator C und Rheostaten R zugeführt wird; dieselbe sei P_c. Der Primärstrom i von C wird an a_1 abgelesen. Bedeutet w den Widerstand des Rheostaten bei der entsprechenden Stellung seines Schleifkontaktes, so ist die Leistung, welche C erhält, $P_c - i^2 w$. Ist η' der

Wirkungsgrad des kleinen Transformators, so gibt er $\eta' (P_c - i^2 w)$ sekundär ab. Die Maschine gibt primär an die beiden Transformatoren $P_1 - P_c$, und somit ist der Verlust in den beiden Transformatoren D und B

$$P_v = P_1 - P_c + \eta' (P_c - i^2 w).$$

Es sei P die Leistung und η der Wirkungsgrad des Transformators D. Es erhält also D primär P Watt und gibt ηP Watt ab. B erhält ηP Watt und gibt an den Hochspannungsklemmen $\eta^2 P$ Watt ab. Wir haben also

$$P_v = P - \eta^2 P$$

$$\eta = \sqrt{\frac{P - P_v}{P}}.$$

Aus dieser Gleichung sieht man, daß ein mäßiger Fehler in der Messung von P_v nur einen sehr kleinen Fehler in der Bestimmung des Wirkungsgrades hervorrufen kann. Nach unserem früheren Beispiel würde für $P = 100$ $P_v = 6$ sein. Wenn wir genau messen, so bekommen wir $\eta = \frac{1}{10}\sqrt{94} = 0{,}9695$. Nehmen wir nun an, daß wir wie früher in der Bestimmung der Gesamtleistung einen Fehler von 1 % und in der Bestimmung der Verluste P_v sogar einen Fehler von 5 % machen, so kann der Fehler in der Berechnung des Wirkungsgrades höchstens $^1/_4$ % betragen. Diese Methode, den Wirkungsgrad zu bestimmen, ist also viel genauer als die Methode der direkten Messung. Sie hat übrigens noch zwei Vorteile; erstens braucht man keinen Widerstand oder anderen Apparat, welcher die ganze von der Sekundärspule abgegebene Leistung aufzunehmen imstande ist, und zweitens braucht die Stromquelle nur stark genug zu sein, um die Verluste zu decken. Beides sind wesentliche Vorteile, wenn es sich um die Untersuchung von großen Transformatoren handelt.

Bei der in Fig. 99 skizzierten Schaltung ist vorausgesetzt, daß man den Widerstand R und den Wirkungsgrad des Zusatztransformators kennt. Es ist oben gezeigt worden, daß ein mäßiger Fehler in der Schätzung dieses Wertes nur einen kleinen Fehler im Endergebnis hervorbringt. Will man aber auch noch diesen kleinen Fehler vermeiden, so kann man die in Fig. 100 gezeichnete Schaltung verwenden, welche nebenbei noch den Vorteil hat, daß die Verluste im Eisen getrennt von jenen im Kupfer gemessen werden, und daß der Wirkungsgrad des Zusatztransformators gar nicht in

die Rechnung eingeht. Allerdings braucht man 2 Wattmeter und einen Zusatztransformator, bei dem der Mittelpunkt der sekundären Wickelung zugänglich ist, oder, wenn das nicht der Fall ist, zwei in Reihe geschaltete Zusatztransformatoren entsprechend kleinerer Spannung. Die Leistung dieser Zusatztransformatoren braucht nicht größer zu sein als die der gesamten Kupferwärme, entspricht also 2 bis 4 % von der Normalleistung eines der zu prüfenden Transformatoren.

Im Wattmeter W_1 werden nur die Verluste im Eisen, im Wattmeter W_2 nur jene im Kupfer der zu prüfenden Transformatoren angezeigt. Daß letzteres der Fall ist, kann leicht gezeigt werden,

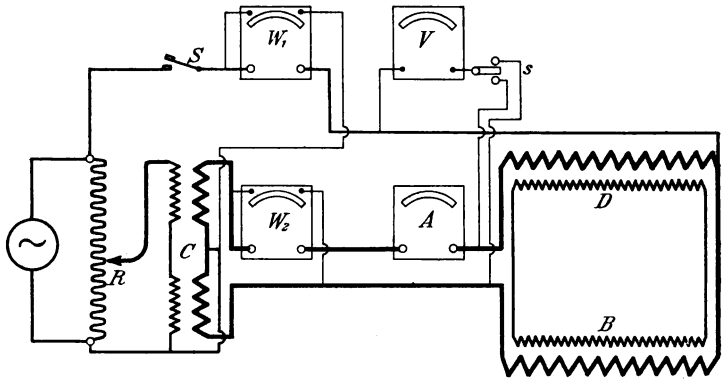


Fig. 100.

wenn man den Schalter S öffnet. Dadurch wird die Magnetisierung der Eisenkörper unterbrochen, gleichwohl bleibt der Ausschlag in W_2 bestehen. R ist ein Nebenschlußrheostat, um die dem Hilfstransformator C zugeführte Spannung und mithin den Strom in den Transformatoren D, B zu regeln. Bringt man den Kontakt von R ganz nach unten, wodurch die Spannung auf Null reduziert wird, so fließt kein Arbeitsstrom durch die Transformatoren, sondern nur der direkt von der Maschine gelieferte Magnetisierungsstrom, dessen Leistung in W_1 angezeigt wird. Diese Leistung ist gleich den Eisenverlusten, da die Stromwärme bei dem geringen Betrag des Magnetisierungsstromes gleich Null gesetzt werden kann. Man sieht, daß die in W_1 angezeigte Leistung die gleiche bleiben muß, was immer die Stellung des Rheostaten R sein mag; es empfiehlt sich

jedoch, diese Beobachtung zu machen, um sich zu vergewissern, daß die Schaltung richtig ausgeführt worden ist. Hat man das getan, so kann man mit der Untersuchung beginnen. Die Klemmenspannung der Maschine wird konstant gehalten und R so eingestellt, daß die gewünschte Stromstärke in D und B herrscht. Diese wird im Amperemeter A angezeigt. Die Klemmenspannung der Transformatoren wird in V angezeigt, und zwar wenn der kleine Schalter s nach oben gelegt wird, jene von B; und wenn er nach unten gelegt wird, jene von D. Das Mittel der beiden Ablesungen, multipliziert mit dem an A abgelesenen Strome, ist die mittlere Volt-Amereleistung eines Transformators. Die Summe der Ablesungen in W_1 und W_2 ist der Gesamtverlust beider Transformatoren. Aus diesen Angaben kann nun der Wirkungsgrad, wie oben erläutert, mit großer Genauigkeit bestimmt werden.

Die Erwärmung wird am besten auf folgende Art bestimmt. Man bringt die Transformatoren durch Erhitzen in einem heißen Raume oder mittels Gleichstroms auf die voraussichtliche Endtemperatur und betreibt sie dann mit Wechselstrom unter Anwendung der Schaltung Fig. 100. Die Temperatur des Eisenkörpers wird dann mittels Weingeistthermometers, jene der Spulen durch Widerstandsmessung von Zeit zu Zeit bestimmt, und die Werte werden als Funktion der Zeit graphisch aufgetragen, wobei die Messungen so lange fortgesetzt werden, bis die Temperaturkurve horizontal verläuft.

Wenn Wechselstrom aus einem Elektrizitätswerk zur Verfügung steht, kann die vorhergehende Erwärmung auch durch Wechselstrom erfolgen. Die Transformatoren werden dann gleich von Anfang an nach Fig. 100 eingeschaltet und bleiben so lange im Betrieb, bis die Endtemperatur erreicht ist. Der Spannungsabfall wird entweder direkt bei Belastung und unter den normalen Betriebsverhältnissen bestimmt, oder man kann nach der im 6. Kapitel angegebenen Methode verfahren. Letzteres ist einfacher und genauer.

Die Isolationsmessungen macht man am besten, nachdem die Endtemperatur erreicht ist; auch empfiehlt es sich, die Widerstandsfähigkeit der Isolierung dadurch zu prüfen, daß man bei sonst vollkommen von Erde isolierten Stromkreisen vorübergehend folgende Verbindungen ausführt: a) eine Primärklemme mit einer Sekundärklemme, b) eine Primärklemme mit Erde, c) eine Sekundärklemme mit Erde.

Untersuchung von Blechen. Die für solide Eisenstäbe üblichen Methoden zur Bestimmung der Permeabilität und der Hysteresisschleife sind bei Blechen nicht gut anwendbar, weil es nicht leicht möglich ist, einen zuverlässigen magnetischen Kontakt zwischen dem Muster und den übrigen Teilen des Apparates herzustellen. Man kann allerdings, wie weiter unten näher erläutert ist, mittels der ballistischen Methode die Hysteresisschleife von ringförmig ausgestanzten Blechen bestimmen, aber das erfordert die Herstellung einer Wickelung für jedes Muster und gibt das Resultat nur indirekt. Was man bestimmen muß, ist die Hysteresisarbeit bei der normalen Periodenzahl. Die ballistische Methode gibt die Hysteresisschleife bei schrittweiser Änderung der Induktion. Aus dieser Schleife kann die Hysteresisarbeit berechnet werden, nicht jedoch die Verluste durch Wirbelströme. Es ist deshalb besser, die Eisenverluste unmittelbar mittels Wattmeters zu messen, indem man ein bekanntes Gewicht von Blechen der Induktion, und zwar bei normaler Periodenzahl, aussetzt. Dabei wird natürlich die Leistung, welche in Wirbelströmen verloren geht, mit gemessen. Die Permeabilität kann auf diese Weise nicht gemessen werden, sie läßt sich jedoch rechnerisch mit ziemlich guter Annäherung aus dem Leistungsfaktor fertiger Transformatoren unter Berücksichtigung des Leerlaufstromes bestimmen. Transformatoren, welche zu dieser Messung dienen sollen, dürfen aber natürlich keine Stoßfugen haben.

Eine sehr einfache Methode, Bleche zu prüfen, besteht darin, daß man die Musterbleche in der für den Transformator nötigen Form ausstanzt und in eine Spule einbaut. In den Stromkreis wird ein Wattmeter eingeschaltet und die Leerlaufleistung bestimmt. Die Induktion findet man aus der Klemmenspannung, Periodenzahl, der Windungszahl und dem Eisenquerschnitt nach der Formel

$$E = 4{,}44\, \nu\, n\, A\, \mathfrak{B}\, 10^{-8},$$

wobei eine Korrektion für den kleinen Effektverlust im Widerstand der Spule leicht gemacht werden kann. Der so korrigierte Gesamtverlust im Eisen setzt sich zusammen aus dem Hysteresisverlust und dem Wirbelstromverlust. Bleibt die Induktion bei wechselnder Periodenzahl konstant, so variiert der Wirbelstromverlust mit dem Quadrate der Periodenzahl. Man kann ihn also vom Hysteresisverlust getrennt bestimmen, wenn man E verhältnismäßig mit ν variiert und jedesmal den Gesamtverlust bestimmt. Nehmen wir

an, daß wir zwei Messungen machen bei den Periodenzahlen ν_1 und ν_2 und dabei die Verluste P_1 und P_2 finden, so ist

$$P_1 = h\,\nu_1 + f\,\nu_1^2$$
$$P_2 = h\,\nu_2 + f\,\nu_2^2.$$

wobei h und f Koeffizienten sind, die von der Hysteresis und den Wirbelströmen abhängen. Diese Koeffizienten können aus den zwei Gleichungen bestimmt werden; man findet dann die Werte der Hysteresis- und Wirbelstromverluste getrennt

$$P_h = h\,\nu_1$$
$$P_f = f\,\nu_1^2,$$

für die Periodenzahl ν_1 und in gleicher Weise für jede andere Periodenzahl.

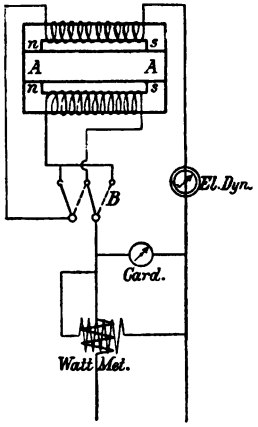


Fig. 101.

Bei der eben beschriebenen Methode der Untersuchung ist vorausgesetzt, daß die Musterbleche in der Form ausgestanzt werden, die für die Zusammenstellung des Eisenkörpers nötig ist. Nun ist es nicht immer bequem, die Stücke gerade in dieser Form herstellen zu lassen, da man dabei besondere Vorrichtungen zum Ausstanzen braucht. Es ist deshalb besser, die Untersuchung an Mustern von einfacherer Gestalt, etwa in der Form von Streifen, vorzunehmen, weil diese mit den Scheren, die in jedem Werke vorhanden sind, zugeschnitten werden können.

Fig. 101 stellt einen Apparat zur Untersuchung von Transformatorblechen dar, welchen Dolivo-Dobrowolsky für diesen

Zweck ersonnen hat[1]). Der Apparat besteht im wesentlichen aus zwei mit Spulen versehenen ⊔förmigen Magnetkernen *n s*, die aus isolierten Blechen zusammengesetzt sind und entweder unmittelbar oder unter Einfügung des zu untersuchenden und aus isolierten Blechstreifen bestehenden Musterstückes *A* aneinander gelegt werden können. Im ersten Falle werden die Spulen derart geschaltet, daß beide den magnetischen Fluß in demselben Sinne treiben; im zweiten Falle werden sie entgegengesetzt geschaltet, so daß bei *n* und *s* konsequente Pole entstehen, und der magnetische Fluß durch das Muster getrieben wird. Das Umschalten geschieht mittels des Doppelschalters *B*. Es sind ferner in den Stromkreis eingeschaltet ein Wattmeter, ein Dynamometer und ein Voltmeter, das in der Figur mit Card. bezeichnet ist. Man bestimmt nun zunächst bei magnetischer Serienschaltung der Spulen den Effektverlust bei verschiedenen Werten der Induktion, welche aus den konstruktiven Daten des Apparates und der am Voltmeter abgelesenen Spannung berechnet werden. Dann legt man das Muster ein, schaltet die Magnete parallel und wiederholt die Messungen. Der Querschnitt des Musters soll ungefähr doppelt so groß sein wie jener der Magnete, so daß die Induktion im ganzen System die gleiche ist. Dann stellt die Differenz der Verluste den im Muster stattfindenden Verlust dar. Diese Methode leidet jedoch an dem Übelstande, daß die magnetische Streuung sich sehr wesentlich ändert, wenn das Muster eingesetzt wird. Bei magnetischer Serienschaltung ist die Streuung klein. Die am Voltmeter abgelesene Spannung ist also sehr nahezu ein Maß für die Induktion. Wird jedoch das Muster eingeschoben, so muß zwischen den Flächen *n* und *s* eine erhebliche magnetische Potentialdifferenz herrschen, welche durch den magnetischen Widerstand der Fugen und des Musters selbst bedingt ist. Infolgedessen findet Streuung statt, und die Induktion ist in der Mitte der Magnetkerne größer als an deren Enden und an den Enden größer als in der Mitte des Musters. Die beobachtete Spannung ist also jetzt nicht mehr ein genaues Maß für die Induktion, und die Bestimmung des Verlustes als Funktion der Induktion kann nicht genau sein[2]).

[1]) ETZ 1892, Heft 30, S. 406.

[2]) Dieser Fehler ist in einem von Picou konstruierten Apparate behoben. Die beiden Magnete sowohl wie das Muster erhalten je zwei Spulen, die eine zur Magnetisierung mit Gleichstrom, die andere zur Verbindung mit einem ballistischen Galvanometer. Bei magnetischer Serien-

Dieser Übelstand ist in dem vom Verfasser konstruierten Apparat zur Untersuchung von Blechmustern behoben. Die Muster werden dabei auch aus Streifen zu einem Kern zusammengesetzt, welcher die eine längere Seite eines rechteckigen Rahmens bildet. Die anderen drei Seiten werden von ⌊⌋ förmig ausgestanzten Blechen gebildet. Fig. 102 zeigt diese Anordnung[1]). Beide längeren Seiten sind von Spulen umgeben, wobei die obere Spule weit genug ist, um das Einschieben des Musters bequem zu gestatten. Die Spulen sind so geschaltet, daß beide den magnetischen Fluß in der gleichen Richtung treiben, also wenig Streuung stattfindet. Die Spannung wird an den Klemmen der oberen Spule abgenommen, ist also ein

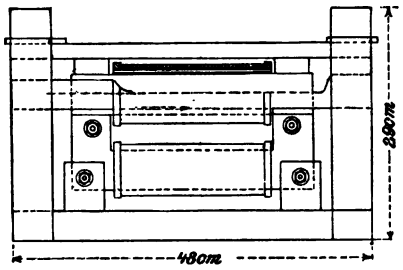


Fig. 102.

direktes Maß für die Induktion im Muster. Es wird nun zunächst ein Muster aus demselben Material hergestellt wie der feste Kern und der Verlust als Funktion der Induktion mittels Wattmeters und Voltmeters bestimmt. Dieser Verlust wird dann dem Gewicht der beiden Eisenkörper entsprechend zwischen dieselben verteilt. Man findet auf diese Weise den Verlust für den festen Eisenkörper als

schaltung bleibt das Muster unerregt, bei Parallelschaltung wird es erregt, und zwar in dem Sinne des Kraftflusses durch das Muster. Bei Gleichheit des Kraftflusses in beiden Fällen hängt die Erregung des Musters nur von seinem magnetischen Widerstand und dem Kraftfluß, nicht aber von dem Widerstand der Stoßfugen ab. Gleichheit der Kraftflüsse wird durch eine besondere Drosselspule mit einstellbarem Luftspalt kontrolliert. Näheres im Electrican 1906, S. 123. Picous Methode dient zur schrittweisen Aufzeichnung der Hysteresisschleife, gibt also nicht die Gesamtverluste in einer einzigen Messung wie die hier beschriebenen Methoden.

[1]) ETZ 1894, Heft 19, S. 265.

Funktion der Induktion. Bringt man nun ein Muster ein und bestimmt den Gesamtverlust, so ergibt sich der Verlust im Muster aus der Differenz zwischen dem Gesamtverlust und dem entsprechenden Werte des Verlustes im festen Eisenkörper. Auch bei diesem Apparate muß der Querschnitt des Musters gleich sein dem des festen Eisenkörpers. Ein Fehler dieses Apparates liegt darin, daß das Gewicht des Musters weniger als halb so groß ist als jenes

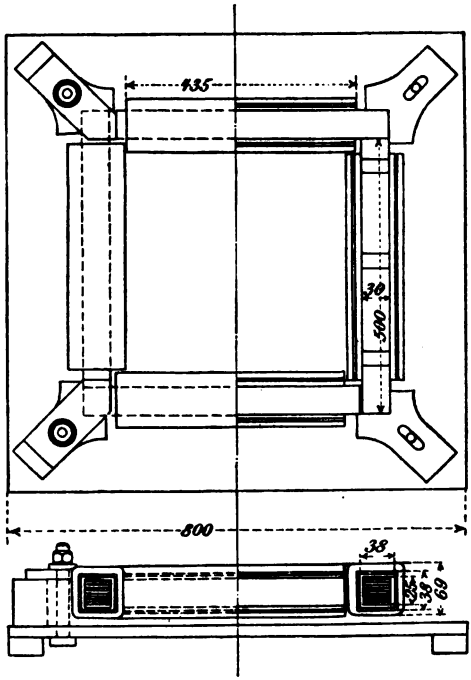


Fig. 103.

des ganzen Eisenkörpers. Infolgedessen hat ein bei der Messung gemachter Fehler, auf das Muster übertragen, etwa den dreifachen wirklichen Wert. Um diesen Übelstand zu vermeiden, hat die Maschinenfabrik Oerlikon den Apparat dadurch verbessert, daß das gesamte im Rahmen enthaltene Eisen aus Musterblechen hergestellt wird. Die Bleche werden in L Form ausgestanzt und so zusammengelegt, daß ein rechteckiger Rahmen gebildet wird. Die Vorbereitung des Musters ist allerdings dabei etwas umständlicher, man hat aber

den Vorteil größerer Genauigkeit, als sich mit dem Apparat des Verfassers erzielen läßt.

Einen weiteren Schritt in bezug auf Vereinfachung der Gestalt der Musterbleche hat Prof. Epstein getan, indem er, anstatt L förmige Bleche auszustanzen, zur Herstellung seiner Muster einfach gerade Streifen schneidet und diese zu einem quadratischen Rahmen zusammensetzt. Jede Seite des Quadrates erhält eine Magnetisierungsspule, und die Schaltung ist derart, daß alle Spulen den Kraftfluß in derselben Richtung treiben, so daß (wie bei den zwei vorher

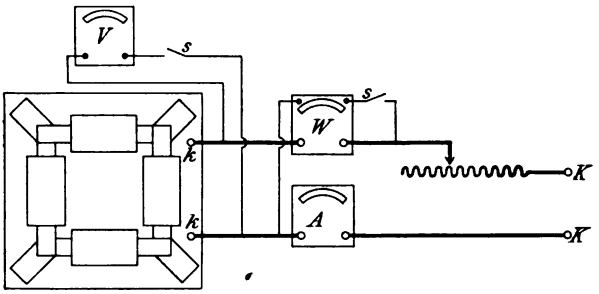


Fig. 104.

beschriebenen Apparaten) die Streuung und der dadurch erzeugte Fehler sehr gering ist. Die Musterbleche sollen 0,3 oder 0,5 mm dick sein und Streifen von 500 mm Länge bei 30 mm Breite bilden. Nach den Normalien für die Prüfung von Eisenblech mittels des Epsteinschen Apparates, die der Verband Deutscher Elektrotechniker angenommen hat[1]), soll das Muster 10 kg wiegen, so daß jede Seite des Quadrates $2^1/_2$ kg derartiger Blechstreifen enthalten muß. Fig. 103 zeigt die Anordnung des Musters und der Spulen. Letztere werden auf Preßspanhülsen von 36 × 38 mm lichter Weite gewickelt und erhalten jede 150 Windungen von 14 qmm Drahtquerschnitt. Der Widerstand der vier Spulen in Reihenschaltung ist 0,18 Ohm. Die Bleche werden durch Seidenpapier voneinander isoliert, und an jeder Stoßfuge wird ein dünnes Blättchen Preßspan eingelegt, im übrigen werden die Blechpakete an den Stoßfugen mittels der hölzernen Eckstücke so fest als möglich aneinander

[1]) In 1901 zuerst probeweise auf ein Jahr und später definitiv angenommen. ETZ 1901, S. 801.

gepreßt. Der Eisenquerschnitt A des Musters wird durch Wägung unter Annahme eines spez. Gewichtes von 7,7 bestimmt. Die Schaltung ist in Fig. 104 dargestellt. $K K$ sind die Klemmen der Stromquelle, $k k$ jene des Epstein-Apparates; V, A und W sind Voltmeter, Amperemeter und Wattmeter. Für genaues Arbeiten empfiehlt es sich, in die Spannungsleitungen die Schalter $s s$ einzusetzen und nur zu schließen, wenn an dem betreffenden Instrument eine Ablesung gemacht wird, bei Ablesung an anderen Instrumenten aber offen zu lassen. Ist B die Induktion im Muster und n seine Windungszahl (in unserem Falle 600), so ist die induzierte EMK

$$E = 4{,}44 \frac{\nu}{100} A B n 10^{-6}.$$

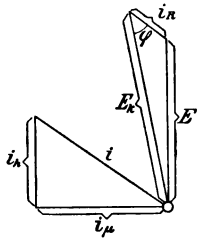


Fig. 105.

Das ist auch sehr nahezu die am Voltmeter abgelesene Spannung E_k. Es ist jedoch nicht schwer, für besonders exakte Messungen die nötige Korrektion zu machen, mittels welcher der genaue Wert von E aus der Voltmeterablesung bestimmt werden kann. Im Vektordiagramm, Fig. 105, ist i der im Amperemeter abgelesene Strom; i_μ seine wattlose und i_h seine Wattkomponente. Die im ohmischen Widerstand der Spulen verlorene Spannung ist $i R$ und E_k ist die abgelesene Spannung. Man bestimmt nun zunächst aus der Ablesung der Instrumente den Leistungsfaktor $\cos \varphi$

$$\cos \varphi = \frac{\text{Watt}}{i E_k}$$

und hat dann für das Spannungsdreieck E, E_k und $i R$ die bekannte Beziehung

$$E = \sqrt{E_k^2 + i^2 R^2 - 2 i R E_k \cos \varphi}.$$

Dann ist

$$B = \frac{E 10^6}{4{,}44 \frac{\nu}{100} A n}$$

bestimmbar, und da man auch die zugehörige Leistung am Wattmeter abgelesen hat und das Eisengewicht kennt, so kann man den Leistungsverlust durch Hysteresis- und Wirbelströme pro kg Eisen für jede Induktion und Frequenz finden. Nach den Normalien des Verbandes Deutscher Elektrotechniker soll die Güte des Bleches gekennzeichnet werden durch die sogenannte „Verlustziffer", das ist der in einem kg Blech verlorene Effekt bei einer Induktion von 10000 und einer Frequenz von 50. Die Verlustziffer bei gutem normalen Blech ist etwa 3,3 Watt, bei legiertem Blech etwa 1,8 Watt.

Ein anderer Apparat zur raschen und bequemen, aber allerdings nicht sehr genauen Bestimmung des Hysteresisverlustes in Blechmustern ist von Prof. Ewing angegeben worden[1]). Der Grundgedanke seines Apparates ist die rein mechanische Bestimmung der Arbeit, welche durch die Umkehrung des Magnetismus in den zu untersuchenden Mustern von Blechen verbraucht wird. Die Musterbleche werden in Streifen von 76 mm Länge und 16 mm Breite geschnitten, und ein Bündel solcher Streifen wird in den Apparat eingesetzt.

Die Umkehrung der Magnetisation geschieht durch Drehung einer Kurbel, und das Resultat wird an Zeiger und Skala abgelesen. Bei den dünnen für Transformatoren gebrauchten Blechen genügen 6 bis 8 Streifen, welche in den Träger *a*, Fig. 106, eingesetzt und durch Schraubenklemmen *b* festgehalten werden. Der Träger wird mittels Friktionsrolle *c* und Antriebsrad *d* von Hand in Rotation gesetzt. Die Enden der Blechstreifen werden so abwechselnd vor den Polen eines permanenten Magneten vorbeigeführt, und die mechanische Arbeit, welche durch Hysteresis verbraucht wird, erzeugt ein Drehmoment, welches den Magneten aus seiner Ruhelage ablenkt. Der Magnet ist auf Messerschneiden montiert und entsprechend beschwert, so daß der oben durch den Zeiger an der Skala angegebene Ablenkungswinkel ein Maß für das Drehmoment bildet. Da bei jeder Umdrehung ein bestimmter Arbeitswert verbraucht wird, so ist die Ablenkung von der Geschwindigkeit der Drehung unabhängig, solange nur die Geschwindigkeit nicht so bedeutend ist, daß Wirbelströme entstehen. Der Ausschlag des Magneten ist durch einen unten aufgestellten Katarakt gedämpft und kann durch das Gewicht *g*, welches auf einem Schraubstift verstellbar ist, innerhalb der gewünschten Grenzen gehalten werden.

---

[1]) ETZ 1895, Heft 19, S. 292.

Für den Transport kann der Magnet durch die Stellschraube *h* von den Messerschneiden abgehoben werden. Die Einstellung auf Null geschieht mittels einer seitlichen Schraube und nebenbei noch mittels der Nivellierschraube *i*. Beim Gebrauch wird das Muster in einer Lehre genau auf die vorgeschriebene Länge abgefeilt und dann eingesetzt. Man dreht zuerst in der einen und dann in der anderen Richtung und nimmt die Summe der beiden Ablesungen als die

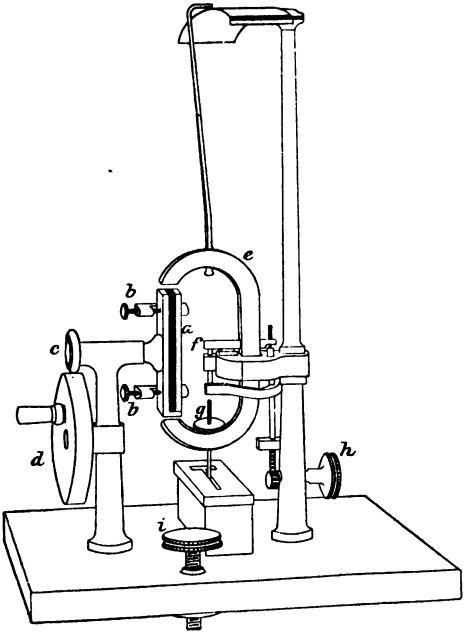


Fig. 106.

totale Ablenkung. Die Ablenkung ist sehr nahezu dem Hysteresisverlust in dem Muster proportional, selbst wenn die Permeabilität der verschiedenen Muster in weiten Grenzen differiert, was durch den großen Luftzwischenraum zwischen den Polen des Magneten und den Endflächen des Musters erklärt wird. Die Größe und Stärke des Magneten sind so gewählt, daß die Induktion bei der normalen Dicke der Muster 4000 CGS.-Einheiten beträgt, sie kann jedoch durch Verminderung der Zahl der eingeklemmten Musterbleche vergrößert und durch Vermehrung dieser Zahl entsprechend

vermindert werden. Das mag wohl der Grund sein, warum Ewing fand, daß der Ausschlag sich bei Veränderung der Zahl der Bleche, welche eingeklemmt sind, nur wenig ändert. Er empfiehlt, das Gewicht des Musters annähernd dem von etwa 7 Blechen von 0,34 mm Dicke gleich zu machen. Man würde also bei Untersuchung von Blechen für Dynamoanker, welche dicker sind als die Bleche für Transformatoren, eine entsprechend kleinere Zahl von Musterstreifen in den Apparat einzufügen haben.

Der Apparat wird geeicht durch Versuche an Blechen, deren Hysteresis vorher durch die ballistische Methode genau bestimmt wird. Für den praktischen Gebrauch werden dem Instrumente zwei Bündel von Musterblechen beigegeben, nebst einer Tabelle, welche die für diese Muster auf ballistischem Wege bestimmte Hysteresis enthält. Sind andere Bleche zu untersuchen, so beobachtet man zuerst die Ablenkung mit den Normalmustern und dann jene mit den zu untersuchenden Blechen. Das Verhältnis der beiden Ablenkungen gibt sofort das Verhältnis in den Hysteresisverlusten an. Auf diese Weise wird das Ergebnis der Prüfung von etwaigen Änderungen in der Stärke des permanenten Magneten unabhängig gemacht.

Ballistische Methode. Die bisher beschriebenen Methoden geben das, was der Praktiker in erster Linie braucht, nämlich den Verlust bei einer gewissen Induktion und Frequenz. Unter Umständen kann es aber doch wertvoll sein, nicht nur den Hysteresisverlust zu kennen, sondern auch die Gestalt der Hysteresisschleife, und für diesen Zweck ist die ballistische Methode am zuverlässigsten.

Sie beruht auf dem Gesetz, daß der Ausschlag eines Galvanometers dem Stromstoß, den das bewegliche System erhalten hat, proportional ist. Das bewegliche System kann entweder die Magnetnadel des Galvanometers oder (bei Instrumenten nach Deprez-D'Arsonval) die Stromspule sein. Im ersten Fall ist das Instrument weniger, im zweiten mehr gedämpft, ein gewisser Grad von Dämpfung ist aber unvermeidlich und für rasches Arbeiten auch notwendig.

Die Bewegungsgleichung eines gedämpften Galvanometers ist bekanntlich

$$x = k \frac{r_0}{b} e^{-at} \sin(bt), \quad \ldots\ldots\ldots 30)$$

worin k, a und b Konstante sind, die von der Konstruktion des Instruments und den Eigenschaften des Galvanometer-Stromkreises

abhängen, und v_0 die Geschwindigkeit bedeutet, mit welcher das bewegliche System aus der Ruhelage herausgestoßen wird. Für kleine Ausschläge kann der Winkel x auch als proportional der Elongation des Lichtpunktes auf der Skala angesehen werden. Zählt man die Zeit von $x = 0$ (Ruhelage), so ist der Zeitunterschied zwischen zwei gleichgerichteten Null-Durchgängen durch die Bedingung bestimmt, daß für beide $\sin(b\,t) = 0$ sein muß, also

$$b\,t_1 - b\,t_2 = 2\,\pi = b\,(t_1 - t_2).$$

Der Zeitunterschied zwischen zwei aufeinander folgenden, gleichgerichteten Schwingungen ist aber die periodische Zeit T. Wir haben somit

$$T = \frac{2\,\pi}{b}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 31)$$

Nach der Theorie der gedämpften Schwingungen, auf die hier nicht näher eingegangen zu werden braucht, ist

$$b = \sqrt{\frac{c}{m} - \left(\frac{\varphi}{2\,m}\right)^2}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 32)$$

wobei c die kontrollierende Kraft, m die Masse des beweglichen Systems und φ ein Koeffizient ist, der, mit der Geschwindigkeit multipliziert, die dämpfende Kraft angibt. Für $\varphi = 0$, d. h. für eine ungedämpfte Schwingung, ist

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad 33)$$

Es ist offenbar $T > T_0$, d. h. durch die Dämpfung wird die periodische Zeit verlängert.

Die Verwendung des ballistischen Galvanometers zur Untersuchung von Transformatorblechen und überhaupt zur Untersuchung von Eisenmustern beruht auf dem Gesetz, daß der erste Ausschlag x_0 der Anfangsgeschwindigkeit v_0 und diese dem Kraftlinienfluß Φ im Muster proportional ist. Es ist also der erste Ausschlag ein Maß für den Kraftfluß Φ, und wenn man den Eisenquerschnitt A des Musters kennt und gleichzeitig die magnetisierende Kraft H mißt, welche Φ erzeugt, so hat man die Beziehung zwischen H und $\frac{\Phi}{A} = B$ gefunden und kann so schrittweise die Magnetisierungskurve H, B aufzeichnen. Natürlich muß die Beziehung zwischen erstem Ausschlag und Kraftfluß vorher genau bestimmt worden

sein. Das kann geschehen entweder unter Verwendung einer Induktionsspule oder eines Kondensators.

In die Mitte eines geraden Solenoides, dessen Länge mindestens 20 Durchmesser beträgt, wird eine Prüfspule von genau bestimmtem Querschnitt A und bekannter Windungszahl n gesteckt, und ihre Zuleitungen werden mit dem Galvanometer verbunden. Ist l die Länge des Solenoides, n_1 seine Windungszahl und I_1 der Strom, so ist die Feldstärke in der Mitte bekanntlich

$$\frac{0{,}4\,\pi\, n_1\, I_1}{l} = H,$$

und der von der Prüfspule eingeschlossene Kraftfluß ist $\Phi = A\,H$.

Die gleiche Beziehung gilt natürlich auch für ein in Form eines Kreisringes geformtes Solenoid, wenn l die mittlere Länge des Ringes bedeutet. Die Prüfspule wird dann am besten auf einen genau abgedrehten Holzring gleichmäßig in einer Lage gewickelt und die Primärspule darüber gewickelt.

Der mit den n Windungen der Prüfspule verschlungene Kraftfluß ist HA, also bekannt. Beobachtet man nun den Ausschlag, während der Primärstrom unterbrochen wird, (oder umgekehrt, was den doppelten Ausschlag gibt), so hat man dadurch das gewünschte Verhältnis bestimmt. Wie weiter unten gezeigt wird, ist dieses Verhältnis für einen und denselben Widerstand R im Galvanometer-Stromkreis konstant und man kann nunmehr die Eichungsgleichung für das Galvanometer

$$\frac{n\,\Phi}{R} = k\,x_0$$

aufstellen. Allerdings ist zu beachten, daß diese Gleichung nur gilt, wenn der Galvanometer-Stromkreis, die kontrollierende Kraft und die Dämpfung unverändert bleiben. Es ist also notwendig, schon bei der Eichung die Prüfspule des Blechmusters mit einzuschalten.

Wir kommen so auf die in Fig. 107 skizzierte Anordnung der Apparate. S ist das Solenoid mit Luft oder Holzkern, A_1 ein Amperemeter, das den Primärstrom I_1 anzeigt, U_1 ein Schalter zu seiner Umkehrung, B die Stromquelle und R_1 ein Regulierwiderstand. Das Blechmuster wird in Form eines Eisenringes hergestellt und erhält auch eine primäre und eine sekundäre Wicklung. Letztere

braucht nicht gleichmäßig verteilt zu sein. Der Primärstromkreis des Musters enthält den Umschalter U_2, den Regulierwiderstand R_2 und das Amperemeter A. Sein sekundärer Stromkreis erhält einen Vorschaltwiderstand r, der so eingestellt wird, daß Ausschlag und Dämpfung bequeme Werte aufweisen. Bei Galvanometern mit beweglichen Spulen ist die Dämpfung um so geringer, je größer r gemacht wird, es ist also möglich, daß jener Wert von r, welcher den gewünschten Ausschlag gibt, das bewegliche System nicht genügend rasch zur Ruhe bringt. In diesem Fall kann man die Wartezeit zwischen zwei Versuchen dadurch kürzen, daß man die bewegliche Spule durch den Schlüssel s kurz schließt.

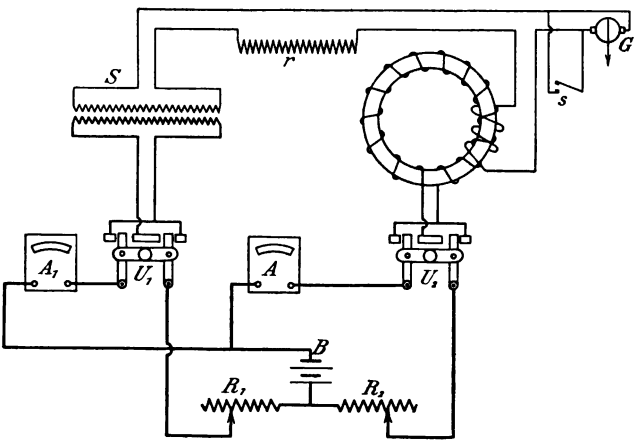


Fig. 107.

Ist Φ die durch Änderung der Erregung im Muster auftretende Änderung des Kraftflusses, n die Windungszahl der Prüfspule, i der Strom und R der Gesamtwiderstand im Stromkreis des Galvanometers, so ist

$$i = \frac{n}{R} \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8}.$$

Die auf das bewegliche System wirkende Kraft und mithin auch die Beschleunigung ist aber proportional i, und die am Ende des Stromstoßes erreichte Geschwindigkeit ist proportional

$$\int_0^\infty i\,dt = \frac{n}{R} \Phi 10^{-8}.$$

Es ist also

$$v_0 = -\frac{k' \Phi}{R},$$

wo k' eine Konstante ist.

Da der erste Ausschlag x_0 nach Gleichung 30) auch v_0 proportional ist, so ist hiermit die schon oben für das Solenoid erwähnte Beziehung $\frac{n \Phi}{R} = k x_0$ bewiesen, und wir sehen, daß sie allgemein gilt, sofern der Galvanometer-Stromkreis genau der gleiche bleibt.

Die bisher beschriebene Methode der Eisenprüfung von Mustern ist also streng genommen nur eine Vergleichsmethode, d. h. sie ist nur anwendbar, wenn man ein Solenoid zur Verfügung hat, bei dem das Produkt $n \Phi$ von dem entsprechenden, im Muster auftretenden Wert $n \Phi$ nicht allzu verschieden ist. Die Methode ist nicht anwendbar zur Prüfung ganzer Transformatoren, weil die Größenordnung von $n \Phi$ im Transformator und im Vergleichssolenoid viel zu verschieden ist. Um in diesem Falle das Solenoid als Vergleichsbasis benutzen zu können, muß R für das Solenoid klein und für den Transformator sehr groß gemacht werden (oder das Galvanometer muß im letzteren Falle einen Nebenschluß erhalten). Dadurch wird aber die wesentliche Bedingung, daß der Galvanometer-Stromkreis bei Eichung und Versuch der gleiche bleiben muß, umgestoßen. Die Methode wird also ungenau, und zwar um so ungenauer, je stärker die Dämpfung ist. Das legt den Gedanken nahe, zu untersuchen, ob die Vergleichsmethode unter Voraussetzung eines absolut ungedämpften Galvanometers auch bei Änderung des Widerstandes im Galvanometer-Stromkreis richtige Resultate liefert, oder in anderen Worten, ob die Eichungskonstante k vom Widerstand unabhängig ist, so daß für das Solenoid sowohl als auch für den ganzen Transformator die Beziehung gilt

$$\frac{n \Phi}{R} = k x,$$

wobei x der Ausschlag des Lichtpunktes ist, und die Werte n, Φ, R sich einmal auf das Solenoid und das andere Mal auf den Transformator beziehen und von sehr verschiedener Größenordnung sein können.

Die Bewegungsgleichung des ungedämpften Galvanometers ($a = 0$ und $\varphi = 0$) folgt aus 30) für $a = 0$ und aus 32) für $\varphi = 0$. Sie ist

$$x = k' \frac{v_0}{\sqrt{\frac{c}{m}}} \sin\left(t\sqrt{\frac{c}{m}}\right)$$

und alle Ausschläge sind gleich groß.

Bezeichnen wir mit n_1', n', I_1', i', R', A', B' und l' jene Werte, die sich auf das Solenoid beziehen, und mit n_1, n, I_1, i, R, A, H, B und l jene, die sich auf den Transformator beziehen, so haben wir

$$B^1 = \frac{0{,}4\,\pi\, n_1' I_1'}{l}$$

und bei Umkehrung des primären Stromes im Solenoid

$$\Phi' = 2 A^1 B^1.$$

Ist x^1 der durch das Solenoid erzeugte Ausschlag, so ist die Eichungskonstante des Galvanometers

$$k = \frac{1}{x'} \frac{n' \Phi'}{R'}.$$

Für den fugenlosen Transformator haben wir

$$H = \frac{0{,}4\,\pi\, n_1 I_1}{l}$$

$$\Phi = \frac{k R}{n} x$$

$$B = \frac{\Phi}{A}.$$

Aus diesen Gleichungen kann nun die H, B-Kurve konstruiert werden. Allerdings ist ein fugenloser Transformator vorausgesetzt. Enthält er Stoßfugen, so wird die Kurve dadurch geschert, d. h. weniger steil, die Fläche der Hysteresisschleife wird, wie auf S. 230 bewiesen ist, dadurch aber nicht geändert.

Wenn es also möglich wäre, ein absolut ungedämpftes Galvanometer herzustellen, so wäre der erste oder irgend ein folgender Ausschlag ein genaues Maß für die Änderung der Induktion. Ein solches Galvanometer ist aber unmöglich, ein gewisser Grad von Dämpfung ist selbst bei Instrumenten, deren bewegliches System die Magnetnadel ist, schon durch den Luftwiderstand gegeben. Es ist jedoch bei mäßig gedämpften Instrumenten möglich, aus der Beobachtung einer Anzahl der wirklich ausgeführten Schwingungen zu berechnen, wie groß der erste Ausschlag gewesen wäre, wenn

unter sonst gleichen Umständen die dämpfende Kraft unwirksam geblieben wäre. In diesem Falle wäre der erste Ausschlag

$$x = k \frac{v_0}{b}.$$

In Wirklichkeit ist er

$$x_0 = k \frac{v_0}{b} e^{-\frac{a}{b}\frac{\pi}{2}} = k \frac{v_0}{b} e^{-\alpha}$$

Es ist also

$$x = x_0 e^{-\alpha}$$

Nennen wir x_1 den ersten auf x_0 folgenden Ausschlag in der gleichen Richtung, x_2 den zweiten und so weiter bis x_n den $n$ten, wobei jeder dieser Ausschläge auf seinen Vorgänger nach Gleichung 31) in der Zeit

$$T = \frac{2\pi}{b}$$

erfolgt, so wird die Größe der Ausschläge durch den Exponenten von e bestimmt, und zwar ist

Für	x_0	der Exponent	$-\alpha$
-	x^1	- -	$-\alpha - 4\alpha$
-	x_2	- -	$-\alpha - 8\alpha$
.	. .	.	. .
.	. .	.	. .
.	. .	.	. .
-	x_n	- -	$-\alpha - 4n\alpha$

Wir haben also

$$\frac{x_0}{x_1} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2}{x_3} \text{ und so weiter}$$

$$\text{und } \frac{x_0}{x_n} = e^{4n\alpha}$$

$$ln \frac{x_0}{x_n} = 4n\alpha$$

$$\alpha = \frac{ln \frac{x_0}{x_n}}{4n},$$

oder unter Einführung gemeiner Logarithmen

$$\alpha = \frac{2.3}{4n} lg \frac{x_0}{x_n}.$$

Durch Beobachtung des Ausschlages x_0 und des darauffolgenden $n$ten Ausschlages x_n können wir also den Wert α be-

stimmen. Da α ein sehr kleiner Wert ist, so können in der Exponentialreihe

$$e^{\alpha} = 1 + \alpha + \frac{\alpha^2}{1,2} + \ldots .$$

das dritte und folgende Glieder vernachlässigt werden, so daß wir erhalten

$$x = x_0 (1 + \alpha).$$

Wir können also, trotzdem wir ein mäßig gedämpftes Galvanometer benutzen, jenen Ausschlag x bestimmen, den ein vollkommen ungedämpftes Instrument ergeben würde, und wir können somit unter Einschaltung eines beliebigen Widerstandes R die Induktion bestimmen nach der Formel

$$B = \frac{k}{A} \cdot \frac{R}{n} x. \quad \ldots \ldots \ldots \quad 34)$$

Bisher haben wir angenommen, daß die Eichungskonstante k durch den Versuch mit einem Solenoid gewonnen wird. Es ist jedoch auch, wie schon oben erwähnt, möglich, den Wert von k aus dem Ausschlag zu berechnen, der durch die Entladung eines Kondensators hervorgebracht wird. Die aufgespeicherte Elektrizitätsmenge ist in Coulombs

$$Q = E C 10^{-6},$$

wenn ein Kondensator von C Mikrofarad durch Anlegen einer Spannung von E Volt geladen wird. Ist die Selbstinduktion im Galvanometer-Stromkreis verschwindend klein, so erfolgt die Entladung ohne elektrische Schwingung und in genügend kurzer Zeit, so daß

$$Q = \int_0^{\infty} i \, dt = k \, x_c .$$

$$k = \frac{E C 10^{-6}}{x_c} .$$

Wird nun der Kraftfluß im untersuchten Eisenkern um den Betrag Φ genügend schnell geändert, so ist

$$\int_0^{\infty} i \, dt = \frac{n}{R} \Phi 10^{-8} = k \, x$$

und

$$\Phi = \frac{100 E C}{x_c} \cdot \frac{R}{n} x. \quad \ldots \ldots \ldots \quad 35)$$

Hier sind x_c und x nicht die wirklich beobachteten Ausschläge, sondern jene Ausschläge, welche in der oben angegebenen Weise aus Beobachtung der Schwingungen des mäßig gedämpften Galvanometers berechnet werden.

Die zur Eichung verwendete Schaltung ist in Fig. 108 dargestellt.

G ist das ballistische Galvanometer, Cl ein Clark-Element ($E = 1{,}43235$ Volt bei 15^0), C der Kondensator von bekannter Kapazität und S ein Schlüssel, durch den der Kondensator abwechselnd von dem Element geladen und durch das Galvanometer entladen wird.

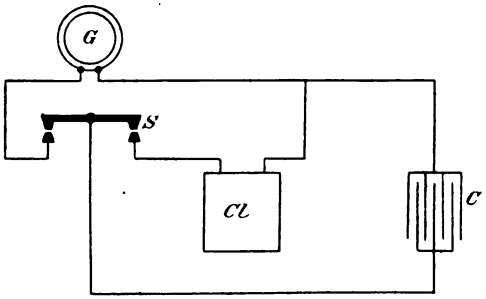


Fig. 108.

Scotts Methode. Eine Methode, welche ebenfalls die Gestalt der Hysteresisschleife selbst bei fertigen Transformatoren zu bestimmen gestattet, ist von C. F. Scott[1]) zuerst angegeben und dann von den Herren Morris und Lister[2]) in verbesserter Form auch auf die Untersuchung von ringförmig gerollten Blechmustern angewendet worden. Der Grundgedanke ist folgender: Ein geschlossener Eisenkreis (beispielsweise der Eisenkörper eines Transformators oder ein in Ringform aufgewickeltes Eisenband) erhält zwei Spulen; die eine wird von einem Primärstrom durchflossen, dessen Stärke zwischen positiven und negativen Werten beliebig rasch variiert werden kann, während die andere Spule an ein Voltmeter gelegt wird. Wenn man nun den Primärstrom so regelt, daß während seines Überganges

[1]) „On Testing Large Transformers". J. S. Peck. El. World and Engineer 1901, p. 1083 ff.

[2]) „The Testing of Transformers and Transformer Iron". Morris and Lister. Journal Inst. El. Engineers 1906, Vol. 37.

von einem positiven zu einem gleich großen negativen Werte das Voltmeter dauernd dieselbe Spannung anzeigt, so ist das Differential der Induktion der Zeit nach genommen konstant, und eine Kurve, welche die Beziehung zwischen Primärstrom und Zeit darstellt, stellt auch unter Anwendung entsprechend geänderter Maßstäbe die Beziehung zwischen magnetisierender Kraft und Induktion, d. h. die Hysteresisschleife, dar. Für den Versuch sind drei Beobachter nötig. Einer beobachtet das Voltmeter und reguliert den Strom so,

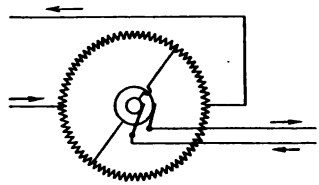


Fig. 109.

daß die angezeigte Spannung möglichst konstant bleibt; ein anderer beobachtet das Amperemeter und ruft Zeit und Stromstärke aus, und der dritte macht die Aufzeichnung. Die Regulierung des Primärstromes kann auf verschiedene Weise bewirkt werden. In Fig. 109

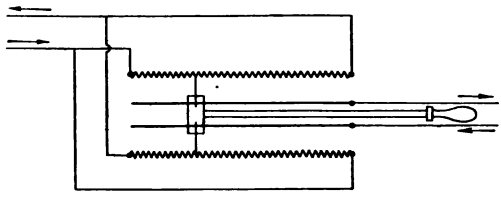


Fig. 110.

wird ein kreisförmig angeordneter Widerstand über einen Durchmesser von einer Stromquelle gespeist, und der Primärstrom wird von zwei an einer Kurbel befestigten Kontakten abgenommen. Richtung und Stärke des Primärstromes sind bestimmt durch die Stellung der Kurbel. In Fig. 110 ist die Kurbel durch einen Schlitten ersetzt. Steht der Schlitten in der Mitte, so fließt kein Strom durch den primären Kreis; bewegt man den Schlitten nach rechts, so wächst der Strom in positivem Sinne, bewegt man den Schlitten nach links, so wächst der Strom in negativem Sinne. Am Ende

der Bahn wird jeweils die größte Stromstärke erreicht. An Stelle von Widerstands-Spiralen kann man auch schmale mit Quecksilber gefüllte Rinnen verwenden. Eine andere Methode (von Morris und Lister angewendet) zeigt Fig. 111. B, B sind zwei Akkumulatorbatterien (oder einzelne Zellen) und K, K zwei Kohlenwiderstände, deren Platten durch Schrauben mehr oder weniger zusammengepreßt werden können. Die Schrauben sind durch ein Handrad R verbunden. Durch Drehung des Rades wird der eine Widerstand größer, der andere kleiner gemacht, und auf diese Weise kann die Potentialdifferenz zwischen den Punkten a und b und mithin der von diesen Punkten abgezweigte Primärstrom der Größe und Richtung nach geändert werden.

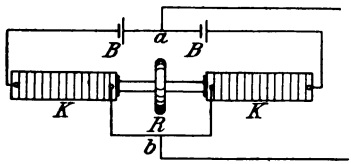


Fig. 111.

In Fig. 112 ist der Einfachheit halber die Primärspule auf einem Schenkel des Eisenkörpers und die Sekundärspule auf dem anderen gezeichnet. In Wirklichkeit verwendet man natürlich die Wickelungen selbst, die auf beiden Schenkeln gleichmäßig verteilt sind. Der Primärstrom I wird in einem Amperemeter A und der Sekundärstrom i in einem Voltmeter oder Milliamperemeter abge-

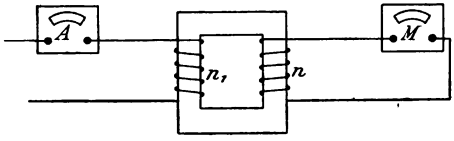


Fig. 112.

lesen. Ist A der Querschnitt des Eisenkörpers, l die Länge des Eisenpfades, n_1 die Anzahl der primären, n jene der sekundären Windungen und R der Widerstand des sekundären Stromkreises einschließlich des Meßgerätes, so ist

$$i = \frac{n A}{R} \frac{dB}{dt} 10^{-8} \text{ Ampere} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 36)$$

$$dB = \frac{i R 10^8}{n A} dt.$$

Es ist also $1 : \frac{i R 10^8}{n A}$ das oben erwähnte Verhältnis der Maßstäbe für Zeit und Induktion.

Der Versuch gibt die Zeit t als Funktion der Stromstärke I. Wenn der Eisenkörper keine Stoßfugen enthält, so ist für die Pfadlänge l

$$l H = 1{,}25\ (n_1 I + n i).$$

Die I, t-Kurve kann also bei Änderung des Maßstabes für den Strom im Verhältnis

$$\frac{H}{I_0} = \frac{1{,}25\,(n_1 I + n i)}{l n_1 I_0}$$

auch als H, t-Kurve gezeichnet werden. Da das Verhältnis dB/dt, wie oben gezeigt, bekannt ist, so kann nunmehr auch die H, B-Kurve gezeichnet werden.

Es sei für einen Transformator ohne Stoßfugen in Fig. 113 $a'\ b'\ c'$ die ursprünglich aufgenommene Stromzeitkurve, und die

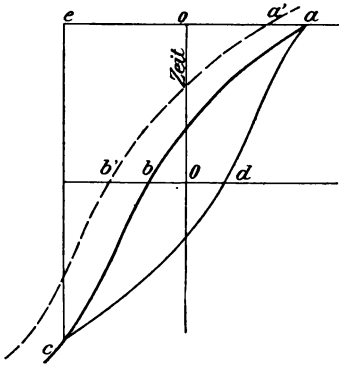


Fig. 113.

Strecke $a\,a' = I_1$ stelle jene Stromstärke dar, welche, auf die primäre Wickelung bezogen, der Wirkung des konstant gehaltenen Stromes i gleichkommt. Es ist also

$$I_1 = \frac{n}{n_1}\, i,$$

und $a\,b\,c$ ist jene Stromzeitkurve, welche wir direkt durch die Beobachtung erhalten würden, wenn anstatt des Milliamperemeters ein elektrostatisches Meßinstrument verwendet würde, das selbst keinen Effekt verbraucht. Den Punkt c dieser Kurve findet man, indem

man $o\,e = o\,a$ macht und von e eine zur Zeitachse parallele Gerade zieht und bis zu ihrem Schnittpunkt c mit der Kurve verlängert. Den Rest der Schleife $c\,d\,a$ zeichnet man symmetrisch zu $a\,b\,c$. Man kann dann auch den Mittelpunkt O der Schleife einzeichnen und erhält somit eine der Hysteresisschleife ähnliche Figur. Es erübrigt nun, die Umrechnung der Maßstäbe vorzunehmen, um die Hysteresisschleife selbst aufzeichnen zu können. Diese Umrechnung möge an einem Beispiel erläutert werden.

Ein 8 KW-Einphasentransformator hat 670 primäre und 100 sekundäre Windungen. Der Eisenquerschnitt im Joch und Kern ist 70 qcm und die Pfadlänge 136 cm. Der Widerstand der sekundären Spule ist 0,038 Ohm; jener des Milliamperemeters 1 Ohm. Um genau ablesen zu können, regulieren wir den Primärstrom so, daß das Meßgerät 30 Milliampere anzeigt, und finden, daß dabei die gesamte zur Umkehrung des Primärstromes gebrauchte Zeit ($e\,c$ in Fig. 113) 34 Sekunden beträgt. Aus 36) haben wir

$$0{,}03 = \frac{100 \,.\, 70}{1{,}038}\, 10^{-8}\, \frac{dB}{dt}$$

und finden somit

$$\frac{dB}{dt} = 442,$$

und da die Strecke $o\,O$ im Stromzeitdiagramm 17 Sekunden beträgt, so stellt diese Strecke im Strominduktionsdiagramm eine Induktion von

$$B = 442 \times 17 = 7514$$

dar. Dadurch ist der Maßstab für B bestimmt. Um den Maßstab für H zu finden, machen wir folgende Überlegung. Es sei der zur Zeit $t = 0$ beobachtete Primärstrom $o\,a' = 0{,}28$ Ampere. Um ihn genau bestimmen zu können, fangen wir den Prozeß mit einem etwas größeren Strome an, wie die über a' hinaus punktierte Linie zeigt. Die Strecke $a\,a'$ ist

$$I_1 = \frac{100}{670}\, 0{,}03$$

$$I_1 = 0{,}0045.$$

Der gesamte Magnetisierungsstrom ist mithin $o\,a = 0{,}28 + 0{,}0045 = 0{,}307$, und die magnetisierende Kraft ist

$$H = \frac{0{,}4\,\pi \,.\, 670 \,.\, 0{,}2845}{136}$$

$$H = 1{,}75.$$

Der Maßstab ist also so zu ändern, daß

$$o\,a = 1{,}75.$$

Dann stellt Fig. 113 die richtige Hysteresisschleife dar.

Wenn es nur auf die gesamte Hysteresisarbeit, nicht aber auf die Gestalt der Schleife ankommt, so kann die Zeitstromkurve ohne Umrechnung der Maßstäbe benutzt werden. Die in der Primärwickelung induzierte EMK ist konstant und gleich $i\,R\,\frac{n_1}{n} = e_1$. Setzen wir

$$I + i\,\frac{n}{n_1} = I_0,$$

so ist die vom Eisen aufgenommene oder abgegebene Arbeit

$$\mathfrak{G} = e_1 \int I_0\,dt.$$

In einem ganzen Zyklus ist aber $\int I_0\,dt$ nichts anderes als der Flächeninhalt der Stromzeitschleife. Die Hysteresisarbeit in der gesamten Masse des Eisenkörpers in einem Zyklus ist also das Produkt dieser Fläche mit $i\,R\,\frac{n_1}{n}$.

Wir haben bisher angenommen, daß der Transformator keine Stoßfugen hat, und daß der Eisenquerschnitt durchweg der gleiche ist. Beide Voraussetzungen sind notwendig, wenn wir den Hysteresisverlust pro Kilo Eisen und die Permeabilität bestimmen wollen. Handelt es sich jedoch nur um die Kenntnis des Hysteresisverlustes im gesamten Eisenkörper, so kann der Transformator Stoßfugen haben, und der Querschnitt des Eisenpfades der Kraftlinien braucht nicht überall der gleiche zu sein. Die Fläche der Stromzeitschleife, multipliziert mit e_1, gibt den Verlust im Eisen wie früher, nur ist die Schleife stärker geneigt, d. h. um einen Betrag geschert, der jener Erregung entspricht, welche durch den zusätzlichen Widerstand der Stoßfugen nötig geworden ist. Wir haben jetzt

$$I_0 = \left(I + i\,\frac{n}{n_1}\right) + k\,B$$

oder, da B und t proportional sind,

$$I_0 = \left(I + i\,\frac{n}{n_1}\right) + c\,t,$$

wobei k und c von der Gestalt der Stoßfugen abhängige Konstanten sind. Die zyklische Energie ist jetzt

$$\mathfrak{G} = e_1 \int_{+t}^{-t} I_0 \, dt + e_1 c \int_{+t}^{-t} t \, dt,$$

wenn wir die Zeit von O aus zählen. Das zweite Integral ist $e_1 c \frac{t^2}{2}$, und das ist zwischen den Grenzen $\pm t$ genommen gleich Null, ein Ergebnis, das vorauszusehen war, da Luft nicht ein hysteretisches Material ist. Es ist also auch für einen Transformator mit Stoßfugen der Verlust durch Hysteresis gegeben durch den Ausdruck

$$\mathfrak{G} = e_1 \int_{+t}^{-t} I_0 \, dt.$$

Bei Untersuchung großer Transformatoren ist der Unterschied zwischen I und I_0 so klein, daß man ihn vernachlässigen kann und annehmen darf, daß

$$\mathfrak{G} = e_1 \int_{+t}^{-t} I \, dt.$$

Es ist eben die im Meßgerät aufgezehrte Arbeit verschwindend klein im Vergleich mit der in dem großen Eisenkörper des Transformators durch Hysteresis aufgezehrten Arbeit. Hat man aber einen kleinen Transformator zu untersuchen, oder gar nur ein Blechmuster, so wird das Korrektionsglied $i \frac{n}{n_1}$ im Vergleich zu I nicht mehr vernachlässigbar. Um nun die rechnerische Korrektion zu sparen und gleichzeitig die Genauigkeit der Messung zu vergrößern, haben Morris und Lister eine Schaltung angegeben, bei der durch die sekundäre Spule überhaupt kein Strom fließt, die Magnetisierung des Eisens also einzig und allein durch den Strom I in der Primärspule bewirkt wird, so daß die Gleichung

$$\mathfrak{G} = e_1 \int_{+t}^{-t} I \, dt$$

ohne jedwelche Korrektion die Hysteresisarbeit für einen Zyklus genau angibt.

In Fig. 114 ist A das Amperemeter, an dem der Primärstrom I abgelesen wird. G ist ein empfindliches Milliamperemeter, welches nur dazu dient, um sich zu vergewissern, daß die sekundäre Leitung stromlos bleibt. u ist ein Umschalter, W ein permanenter Wider-

stand, etwa ein Manganinstreifen, R ein Rheostat, B eine Akkumulatorenbatterie und S ein Schalter. M ist ein Millivoltmeter, das die Spannung e am Umschalter anzeigt. Ist die sekundäre Leitung stromlos, so ist e auch die in der sekundären Spule induzierte EMK, und es ist

$$e_1 = e \frac{n_1}{n}.$$

Dieser Zustand wird bestehen, wenn I so reguliert wird, daß G dauernd auf Null zeigt. Um das Einregulieren zu erleichtern, kann man eine große Selbstinduktion L in den primären Stromkreis einschalten. Der Versuch wird nun folgendermaßen gemacht. Nach-

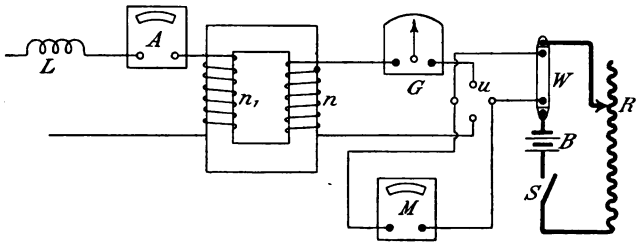


Fig. 114.

dem I auf einen möglichst hohen Wert eingestellt ist, schließt man S und reguliert R so ein, daß in M eine bestimmte, jedoch sehr kleine Spannung angezeigt wird, beispielsweise 5 Millivolt. Es empfiehlt sich, W viele Male kleiner und R erheblich größer zu machen als der Widerstand der Sekundärspule ist, so daß ein kleiner durch G fließender Strom die Ablesung in M nicht wesentlich beeinflußt. Zunächst wird ein solcher Strom unter der Spannung e fließen und in G angezeigt werden. Nun kann man durch Verkleinerung von I diesen Strom auf Null bringen und durch richtige Handhabung des Regulierapparates, Fig. 111, auf Null halten, während I durch Null auf seinen negativen Höchstwert gebracht wird. Dabei beobachtet man nicht wie früher das Meßgerät M, sondern das Amperemeter G. M braucht nur einmal genau abgelesen zu werden, nachdem der Versuch begonnen hat. Die Ablesung von A erfolgt unter Aufzeichnung der Zeit wie früher. Unter Verwendung des Umschalters u kann dann zur Kontrolle ein zweiter Versuch in umgekehrter Richtung gemacht werden.

Kapps Methode. Bei der eben beschriebenen Methode sind drei Beobachter nötig, und die Handhabung des Apparates zur

Regulierung des Primärstromes erfordert viel Geschicklichkeit. Auch kann der Zyklus, wenn einmal begonnen, nicht unterbrochen werden, so daß ein Versehen an irgend einem Punkte die Wiederholung des ganzen Zyklus nötig macht. Diese Übelstände sind in der folgenden Methode des Verfassers vermieden. Sie kann von einem einzelnen Beobachter ausgeführt werden, und zwar schrittweise oder fortlaufend; das erstere für Beobachtungen, die der Zeit nach für fortlaufende Aufzeichnungen unbequem nahe liegen würden; das letztere gegen Ende des Zyklus, wenn mehr Zeit für die Aufzeichnungen zur Ver-

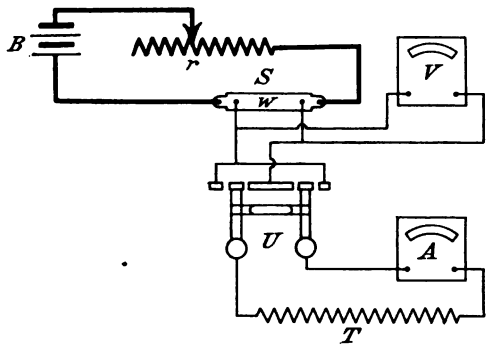


Fig. 115.

fügung steht. Die Zeiten werden mittels Arretieruhr bestimmt. Ein Regulierapparat für den Magnetisierungsstrom wird nicht gebraucht.

In Fig. 115 ist S ein von der Batterie B gespeister und durch den Rheostaten r einstellbarer Stromkreis, der nur den Zweck hat, zwischen zwei Punkten des Widerstandes W eine konstante Spannung e zu halten. Der durch diesen Widerstand fließende Strom muß deshalb etwa 50 mal größer sein als der Höchstwert J des von ihm abgezweigten Magnetisierungsstromes i. T ist die Spule des Transformators, deren Windungszahl n sein möge. Man benutzt zweckmäßig die Spule der größeren Windungszahl oder beide Spulen in elektrischer und magnetischer Reihenschaltung.

U ist ein Umschalter[1]) und A ein Amperemeter mit zentralem Nullpunkt. V ist ein Voltmeter, das die nahezu konstante Spannung e

[1]) Damit der Strom in T nicht unterbrochen werde, sind die Mittelkontakte des Schalters durch einen Leiter zu verbinden. Diese Verbindung ist in Fig. 115 nicht eingezeichnet.

anzeigt. Nachdem diese Spannung notiert ist, braucht V nicht weiter beobachtet zu werden. Beobachtet wird A und die Zeit. Nachdem der Umschalter auf eine bestimmte Stromrichtung durch T eingestellt ist, beispielsweise nach rechts, wird der Rheostat so einreguliert, daß der Magnetisierungsstrom den gewünschten Höchstwert J hat, dem der Kraftfluß Φ im Transformator entsprechen möge. Der Schalter wird dann nach links gerückt und gleichzeitig die Uhr ausgelöst. Man beobachtet A, und, wenn der Zeiger einen vorher bestimmten Skalenpunkt passiert, wird die Uhr arretiert und die dieser Stromstärke entsprechende Zeit notiert. Dann wird der Versuch für einen anderen Skalenpunkt wiederholt, und man erhält

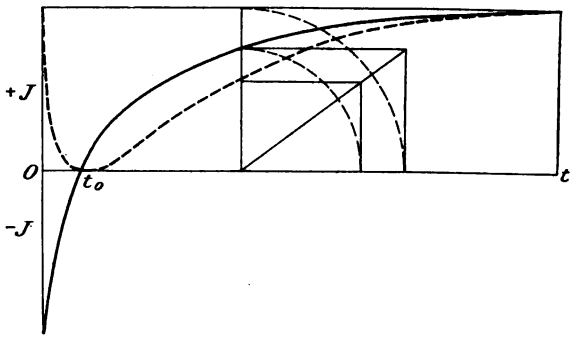


Fig. 116.

so schrittweise koordinierte Werte von Strom und Zeit mit großer Genauigkeit. Nachdem der Zeiger von A den Nullpunkt passiert hat, wird seine Bewegung so langsam (bei Untersuchung eines $7\frac{1}{2}$ KW-Transformators fand ich, daß der Zeiger 100 Sekunden brauchte, um die Endstellung zu erreichen), daß man Zeit und Strom fortlaufend beobachten und notieren kann. Man erhält auf diese Weise eine Zeit-Stromkurve wie Fig. 116 zeigt. Die dem Transformator während der Zeit t zugeführte Energie ist $e\int_0^t i\,dt$, und diese wird teilweise in Stromwärme verwandelt und teilweise wegen Umkehrung des Kraftflusses von $-\Phi$ auf $+\Phi$ magnetisch aufgespeichert.

Wir haben

$$e = Ri + n\frac{d\Phi}{dt}\,10^{-8}$$

$$R J dt - R i dt = n d \Phi 10^{-8}$$

$$\frac{e 10^8}{n J} \left(J dt - \int_0^t i dt \right) = 2 \Phi.$$

Das Integral in der Klammer ist aber nichts anderes als die zwischen der Kurve und der Zeitachse eingeschlossene Fläche, und die Klammer ist die zwischen der oberen Asymptote und der Kurve eingeschlossene Fläche, die mittels Planimeter bestimmt werden kann. Ist Q ihr Wert in Ampere-Sekunden, so haben wir

$$\Phi = \frac{e 10^8}{2 n J} Q.$$

Der dem Magnetisierungstrom J entsprechende Kraftfluß Φ ist also bestimmt. Um die hysteretische Arbeit zu finden, machen wir folgende Überlegung. Die Fläche zwischen Abszissenachse und dem negativem Teil der Kurve $t = o$ bis $t = t_0$, multipliziert mit e, ist die vom Transformator dem Stromkreis S gegebene Arbeit, während die dem positiven Teil der Kurve von $t = t_0$ bis $t = t$ entsprechende Fläche, auch mit e multipliziert, die vom Transformator aufgenommene Arbeit darstellt. Um die vom Eisen allein abgegebene und aufgenommene Arbeit zu bestimmen, müssen wir im ersten Fall die Stromwärme addieren, im zweiten abziehen. Die Stromwärme ist

$$R \int i^2 dt = e \int \frac{i}{J} i dt.$$

Die Werte $\frac{i}{J} i$ können berechnet oder einfacher mittels der in Fig. 116 angedeuteten graphischen Konstruktion gefunden werden, was die punktierte Kurve gibt. Die zwischen der ursprünglich aufgenommenen vollgezogenen und der nunmehr gefundenen punktierten Kurve eingeschlossene Fläche ist ein Maß für die Ampere-Sekunden, die auf Rechnung des Eisens allein kommen, und zwar ist der Teil von o bis t_0 negativ zu nehmen, d. h. von dem Teil zwischen t_0 und t abzuziehen. Die Differenz, mit e multipliziert, gibt die Arbeit in Watt-Sekunden, die durch Hysteresis in einer halben Periode aufgebraucht worden sind. Diese Zahl, mit 2ν multipliziert, gibt den hysteretischen Leistungsverlust in Watt.

Neuntes Kapitel.

Sicherheitsmaßregeln für Transformatoren. — Verwendung von Transformatoren. — Spannungserhöher. — Serienschaltung. — Drosselspulen. — Ausgleichsspulen. — Dreileitersystem. — Ausgleichstransformator. — Scotts System der Stromverteilung.

Sicherheitsmaßregeln für Transformatoren. Es wurde schon erwähnt, daß der große Vorteil bei Verwendung von Transformatoren darin besteht, daß dadurch die Fernleitung des Stromes unter hoher und seine Verteilung unter mäßiger Spannung möglich ist. Es ist dabei unerläßliche Bedingung, daß eine genügende Isolation zwischen den primären und sekundären Stromkreisen unter allen Umständen erhalten bleibt. Wird diese Bedingung nicht erfüllt, so wird der oben erwähnte Vorteil illusorisch und zu einem Nachteil, indem dadurch ein ungerechtfertigtes Gefühl der Sicherheit erweckt wird. Nun liegen in einem Transformator die beiden Wickelungen notwendigerweise nahe aneinander, und es ist immerhin die Möglichkeit gegeben, daß die sie trennende Schicht von Isolationsmaterial beschädigt wird, und so ein Stromübergang von der Hoch- auf die Niederspannungsspule eintritt. Da nun bei einem verzweigten Verteilungsnetz die Isolation gegen Erde keine absolute sein kann, und außerdem erhebliche Kapazität vorhanden sein muß, so wird im Falle einer derartigen Beschädigung die Sekundärspule ein Potential annehmen, welches von jenem der Erde um einen Betrag abweicht, der je nach der Lage und Größe des Fehlers von einigen Hundert Volt bis zur Primärspannung variieren kann. Wenn also ein Mensch einen Punkt des sekundären Stromkreises berührt, kann er einen lebensgefährlichen Schlag erhalten. Um diese Gefahr zu vermeiden, ist es notwendig, gewisse Sicherheitsvorkehrungen zu treffen. Eine derselben besteht darin, daß man zwischen die beiden Spulen eine metallische, gut mit Erde verbundene Scheidewand einlegt. Bei Verletzung der Isolation wird dann nicht Kontakt zwischen Primär-

und Sekundärspule entstehen, sondern zwischen Primärspule und Erde, so daß eine Steigerung des Potentiales im sekundären Stromkreise unmöglich wird. Solange es sich um Isolationsfehler in den Wickelungen selbst handelt, ist diese Einrichtung vollkommen zuverlässig; wenn jedoch die Isolationsfehler in den Zuleitungen (also außerhalb der Wickelungen) auftreten, so kann die metallische Scheidewand zwischen den Spulen diese Fehler offenbar nicht unschädlich machen. Fehler dieser Art sind aber mindestens ebenso möglich als Fehler im Transformator selbst, und deshalb ist das geerdete Trennungsschild unzureichend. Ein einfaches Schutzmittel besteht darin, daß man einen Punkt der Sekundärwickelung permanent an Erde legt. Am besten wählt man zu diesem Zwecke den Mittelpunkt der Wickelung, weil dann die Potentialdifferenz der Lampenleitungen von Erde ein Minimum wird, und zwar gleich der halben Sekundärspannung bei Einphasen, und 58% der verketteten Sekundärspannung bei Dreiphasen-Transformatoren. Findet nun infolge eines Isolationsfehlers an irgend einer Stelle Berührung zwischen beiden Stromkreisen statt, so wird der primäre Stromkreis sofort an Erde gelegt, womit jede Gefahr für Personen bei Berührung beseitigt ist. Dagegen ist die Gefahr in bezug auf Feuer etwas vergrößert. Ist die ganze sekundäre Wickelung von Erde isoliert, so muß, bevor Feuersgefahr entstehen kann, die Isolation an beiden Lampenleitungen schadhaft werden, während, wenn ein Punkt des sekundären Stromkreises permanent an Erde liegt, schon ein einziger Isolationsfehler genügt, um diese Gefahr herbeizuführen. Der Sicherheitsgrad ist also dadurch auf die Hälfte vermindert worden. Auch ist zu bedenken, daß eine wirklich zuverlässige Erde nicht immer zu haben ist oder benutzt werden kann. Der Schutz durch Erdung ist also nicht immer möglich.

In der von Major Cardew erfundenen und vielfach verwendeten Sicherung, Fig. 117, wird elektrostatische Anziehung benutzt, um Erdschluß herbeizuführen. Ein Aluminiumstreifen, bestehend aus zwei kreisförmigen, durch einen schmalen Steg verbundenen Scheiben, ist in eine Büchse derart eingelegt, daß eine der Scheiben auf einer mit Erde verbundenen Platte zu liegen kommt, während die andere in einem geringen Abstand unter einer isolierten Metallscheibe liegt, die mit der Sekundärwickelung in leitender Verbindung steht. Durch ein in den Deckel der Büchse eingedrehtes Schraubengewinde läßt sich der Abstand zwischen dem Aluminiumstreifen und dieser

Scheibe genau einstellen. Der Streifen hat also das Potential der Erde, während die Elektrode E das Potential desjenigen Punktes des sekundären Stromkreises hat, an den sie angeschlossen ist. Solange nun die Isolation überall gut ist, kann dieses Potential höchstens den der sekundären Spannung entsprechenden Wert erreichen, und dieser ist zu gering, um Anziehung des Streifens an E zu bewirken. Tritt jedoch ein Isolationsfehler auf, so nimmt E ein höheres Potential an, und es wird durch elektrostatische Anziehung der Aluminiumstreifen mit E in Berührung gebracht. In der ersten, von Cardew angegebenen Anordnung[1]) war in der Verbindung von E mit dem

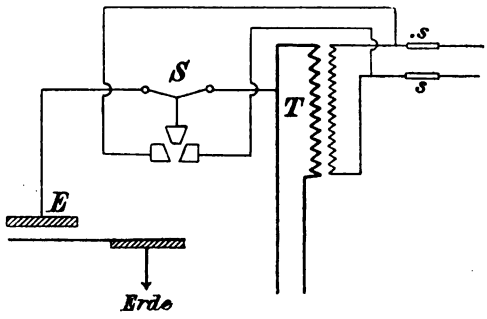


Fig. 117.

Transformator eine Sicherung S vorgesehen, welche beim Abschmelzen (hervorgebracht durch den Kontakt des Streifens mit E) eine Feder oder ein Gewicht losließ, wodurch Kurzschluß der Primärklemmen eintrat, und durch Abschmelzen der Hauptsicherungen $s\,s$ der schadhafte Transformator von der Hochspannungsleitung abgeschaltet wurde. Es hat sich jedoch herausgestellt, daß die Sicherungen $s\,s$ auch abschmelzen, wenn die Kurzschlußvorrichtung weggelassen wird. Die Scheibe E kann so genau eingestellt werden, daß bei 400 Volt unfehlbar Erdschluß entsteht, und die Sicherungen $s\,s$ abschmelzen. Die Cardewsche Sicherheitsvorrichtung wirkt also schon bei einem kleinen Fehler in der Isolation zwischen beiden Stromkreisen. Ein Nachteil dieser Sicherung ist ihre übergroße Empfindlichkeit.

Dieser Übelstand wird vermieden bei Anwendung der von der Thomson-Houston-Gesellschaft zuerst eingeführten und später

[1]) Inst. El. Engineers Journal, Vol. XVII, S. 179.

von Prof. Görges wesentlich verbesserten Sicherung. In der ursprünglichen Form besteht diese Sicherung aus einer mit Erde verbundenen Metallplatte und zwei Metallknöpfen *a*, *b* (Fig. 118), welche durch eine ganz dünne Isolierschicht (paraffiniertes Papier oder Glimmer) von ihr getrennt sind. Die Metallknöpfe sind mit den sekundären Leitungen verbunden. Solange die Isolation gut bleibt, besteht zwischen *a*, *b* und Erde bloß die der sekundären Spannung entsprechende Potentialdifferenz, welche nicht genügt, die Isolierschichte zu durchbrechen. Kommt jedoch durch einen Fehler in der Isolation zwischen irgend welchen Punkten der beiden Stromkreise die primäre Spannung in die sekundäre Leitung, so wird die Isolierschichte bei *a* und *b* durchgeschlagen und dadurch in der

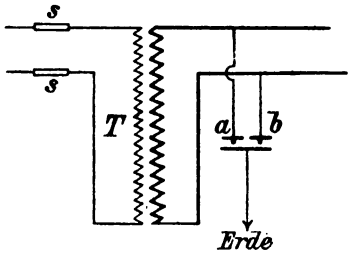


Fig. 118.

Sekundärspule Kurschluß hergestellt. Der Primärstrom steigt dann auf einen solchen Wert, daß die Sicherungen *s s* abschmelzen, und so der schadhafte Transformator automatisch vom Hochspannungsnetz abgeschaltet wird.

In der verbesserten, von den Siemens-Schuckert-Werken ausgeführten Anordnung hat die Spannungssicherung äußerlich die Form der bekannten Abschmelz-Stöpsel-Sicherungen. Durch Einschrauben des Stöpsels wird ein dünnes Glimmerblättchen zwischen die Elektroden gepreßt. Die Elektroden sind vollkommen ebene kreisrunde Platten, von denen eine mit einer Erdleitung, die andere mit der zu schützenden Leitung in Verbindung steht. Das Glimmerblättchen hat 4 Löcher von 3,5 mm Durchmesser, durch welche bei steigender Spannung eine Funkenentladung auftritt. Dadurch werden die Elektroden zusammengeschweißt und so eine Erdverbindung der gefährdeten Leitung hergestellt. Nach Versuchen von Prof. Görges[1])

[1]) ETZ 1905 Seite 314.

genügt zur Schweißung schon ein Strom von 0,0345 A. Die Spannung, bei welcher die Sicherung in Wirksamkeit tritt, hängt von der Dicke des Glimmerblättchens ab. Bei 0,12 mm Dicke war die effektive Spannung 800 V, es kann jedoch durch Verwendung dünnerer Blättchen die Durchschlagsspannung auf 300 bis 400 V reduziert werden. Es ist zu beachten, daß wegen der geringen Stromstärke eine besonders gute Erde nicht nötig ist, denn, hat die Sicherung an einer Leitung einmal durchgeschlagen, so muß, wenn infolge schlechter Erdleitung die Spannung noch nicht gesunken ist, auch die mit der anderen Leitung verbundene Sicherung durchschlagen und Kurzschluß entstehen. Dadurch werden aber die

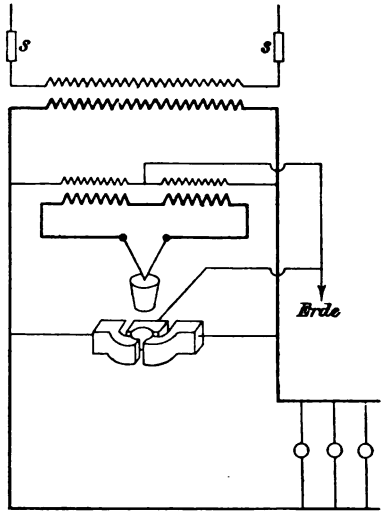


Fig. 119.

Schmelzsicherungen in Wirksamkeit gebracht und die schadhaften Leitungen stromlos gemacht. Um die Spannungssicherung wieder herzustellen, brauchen nur die Schweißstellen abgeschmirgelt und das Glimmerblättchen etwas gedreht zu werden, so daß blanke ebene Teile über die Löcher kommen. Die bei Cardew nötige, peinlich genaue Einstellung ist hier nicht nötig. Man braucht nur ein Glimmerblättchen von der richtigen Dicke zu wählen und kann dann den Stöpsel fest einschrauben.

Die Sicherung von Ferranti ist in Fig. 119 schematisch dargestellt. Sie wirkt auch schon bei inzipienten Fehlern. Die Lampen-

leitungen werden durch die in Serie angeordneten Primärspulen zweier ganz kleiner Transformatoren verbunden, deren Sekundärspulen in Parallelschaltungen liegen. Die Verbindung zwischen den Primärspulen ist an Erde gelegt. In den äußeren Stromkreis der Sekundärspulen ist ein Abschmelzdraht eingeschaltet, der ein konisches Gewicht trägt. Solange nun die Isolation überall gut ist, geht durch beide Primärspulen genau der gleiche Strom, und es herrscht vollständiges Gleichgewicht zwischen den EM-Kräften der Sekundärspulen, so daß durch den Abschmelzdraht kein Strom fließt. Wird nun an irgend einer Stelle die Isolation verschlechtert, so wird dieses Gleichgewicht zerstört, und es fließt ein Strom durch den Abschmelzdraht. Das konische Gewicht fällt herab, schließt die Lampenleitungen kurz und legt sie gleichzeitig an Erde. Dann schmelzen die Hauptsicherungen *s s*, und der Transformator wird auf diese Weise von der Speiseleitung abgeschaltet.

Verwendung von Transformatoren. Die wichtigste Verwendung der Transformatoren ist, wie schon der Name anzeigt, die Umsetzung einer höheren in eine niedrigere Spannung oder umgekehrt. Die Beschaffenheit der Glühlampen sowie die Forderung absoluter Gefahrlosigkeit machen es zur Bedingung, den Strom unter niedriger Spannung (also 100 bis etwa 250 Volt) zu verwenden, während eine hohe Spannung bei Fernleitung wegen der Ersparnis an Leitungsmaterial notwendig irt. Der Transformator bildet nur das Zwischenglied, welches die zwei Bedingungen: billige Leitung und niedrige Verbrauchsspannung, gleichzeitig zu erfüllen gestattet. Diese Anwendung der Transformatoren ist schematisch in der Fig. 120 dargestellt. *C* sind die Sammelschienen in der Zentrale, *S s* die Speiseleitungen, *T T* die Transformatoren und *V V* die Verteilungsleitungen. Die Meßapparate, Schalter etc. sind der Einfachheit halber weggelassen.

In der Figur ist angenommen, daß jede Speiseleitung nur einen Transformator mit hochgespanntem Strom versorgt, und daß der sekundäre Strom durch ein verzweigtes Verteilungsnetz den Lampen zugeführt wird. Dabei können die zu jedem Transformator gehörigen Verteilungsleitungen voneinander getrennt sein, oder sie können durch die in der Figur punktiert gezeichneten Verbindungsleitungen in Parallelschaltung angelegt werden. Das letztere System hat den Vorteil, daß zur Zeit geringen Bedarfes einige der Transformatoren sowohl von den Speiseleitungen als auch von den Ver-

teilungsleitungen ganz abgetrennt werden können, und auf diese Weise der durch die Leerlaufsarbeit erzeugte Verlust vermieden werden kann. Andererseits ist jedoch die Verkettung einzelner Verteilungsnetze kleineren Umfanges in ein einziges großes Netz mit der Gefahr verbunden, daß eine Störung in einem Stadtteil auch die übrigen Stadtteile in Mitleidenschaft ziehen kann. Um dieser Gefahr zu begegnen, müssen die Knotenpunkte mit Abschmelzsicherungen ausgerüstet werden. Man nennt das in Fig. 120 skizzierte System eine Transformatorenanlage mit Unterstationen. Dabei wird die Speisung lediglich durch einige wenige Hochspannungskabel, die

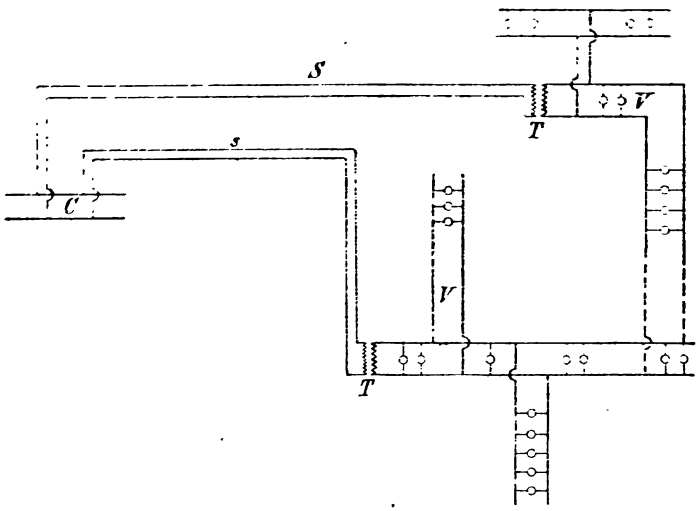


Fig. 120.

Verteilung jedoch durch ein ausgedehntes Netz von Kabeln unter niedriger Spannung bewirkt.

Im Gegensatz zu diesem Systeme steht jenes der Einzeltransformatoren, wobei jedes Haus seinen eigenen kleinen Transformator erhält, die starken Verteilungskabel in den Straßen also wegfallen. Da die Verteilung hierbei unter hoher Spannung erfolgt, ist das Kupfergewicht in den Straßenleitungen bedeutend geringer als im vorigen Falle. Das ist ein Vorteil; es sind jedoch auch Übelstände mit diesem Systeme verbunden. Infolge der größeren Länge der Hochspannungsleitung und der vielen Verzweigungspunkte ist die

Isolation bedeutend schwieriger, die hohe Spannung muß in die Häuser eingeführt werden, und der Arbeitsverlust ist größer. Wir sind nicht mehr imstande, einzelne Transformatoren bei kleiner Belastung abzutrennen, und da wir jetzt eine große Anzahl kleiner Transformatoren haben, so ist selbst unter Vollbelastung der Wirkungsgrad nicht so günstig als bei dem System mit Unterstationen, wo wir nur wenige große Transformatoren brauchen.

Ein Beispiel möge das erläutern. Es seien im ganzen 100 000 50 Watt-Lampen angeschlossen. Dann muß bei dem System von Einzeltransformatoren die gesamte Leistungsfähigkeit der Transformatoren 5000 KW betragen. Es kommt allerdings nie vor, daß alle 100 000 Lampen gleichzeitig brennen. Erfahrungsgemäß übersteigt die Anzahl der gleichzeitig brennenden Lampen nicht 60 % der Zahl der angeschlossenen Lampen, wenn man ein ganzes Stadtgebiet ins Auge faßt. Wenn es sich jedoch um ein einzelnes Haus handelt, so ist der Fall, daß alle Lampen gleichzeitig brennen, immerhin möglich. Er kommt vielleicht nur einige Male im Jahre vor; der Transformator muß aber dennoch in solcher Größe eingestellt werden, daß er für diese Ausnahmefälle ausreicht. Wir müssen also eine große Anzahl kleinerer Transformatoren (etwa 1 bis 3 KW) vorsehen, deren Gesamtleistung 5000 KW beträgt. Bei Unterstationen brauchen wir eine kleinere Anzahl von bedeutend größeren Transformatoren, deren Gesamtleistung nur 60 % von 5000 KW, also 3000 KW beträgt. Wie man aus der Tabelle auf S. 111 sehen kann, ist der jährliche Verlust an Stromwärme gegenüber dem Hysteresisverlust sehr klein. Wir wollen deshalb im Folgenden den Vergleich zwischen beiden Systemen dadurch vereinfachen, daß wir nur den Hysteresisverlust in Betracht ziehen und dabei annehmen, daß die kleinen Transformatoren $2^1/_2$ % und die großen $1^1/_2$ % von ihrer vollen Belastung durch Hysteresis verlieren. Wir nehmen der Einfachheit halber auch an, daß ein Abtrennen einzelner Transformatoren während der Zeit geringer Belastung weder bei dem einen noch bei dem andern Systeme unternommen wird.

Wir haben dann bei dem System der Einzeltransformatoren eine jährliche Lieferung von $5000 \times 300 = 1{,}5 \times 10^6$ KW-Stunden, wobei wir annehmen, daß jede Lampe im Durchschnitt während 300 Stunden im Jahre gebraucht wird. Der Hysteresisverlust ist bei Einzeltransformatoren $5000 \times \frac{2{,}5}{100} = 125$ KW, also im Jahre

$125 \times 8760 = 1{,}09 \times 10^6$ KW-Stunden. Die gesamte den Transformatoren in einem Jahre zugeführte Arbeit ist also, abgesehen von der Stromwärme $(1{,}5 + 1{,}09)\ 10^6 = 2{,}59 \times 10^6$ KW-Stunden. Der jährliche Wirkungsgrad ist $1{,}5 : 2{,}59 = 58\,\%$, in Wirklichkeit jedoch noch etwas kleiner wegen der Stromwärme in den Transformatoren und den Verlusten in den Leitungen.

Im Falle von Unterstationen haben wir die gleiche Lieferung, aber erheblich weniger Verluste. An Hysteresis geht verloren $3000 \times \frac{1{,}5}{100} = 45$ KW oder im Jahre 392 000 KW-Stunden. Die zugeführte Energie beträgt also jährlich $(1{,}5 + 0{,}392)\ 10^6 = 1{,}892 \times 10^6$ KW-Stunden und der jährliche Wirkungsgrad $1{,}5 : 1{,}892 = 79\,\%$; in Wirklichkeit jedoch aus den oben angeführten Gründen ebenfalls etwas weniger. Rechnen wir in beiden Fällen etwa $2\,\%$ für Stromwärme und Leitungsverluste, so stellt sich der Vergleich der beiden Systeme, wie folgende Tabelle zeigt:

	Einzeltransformatoren	Unterstationen
Arbeit an den Lampen	1 500 000	1 500 000
Verluste	1 120 000	422 000
Die Zentale liefert	2 620 000	1 922 000
Wirkungsgrad %	57	78

Rechnet man die Selbstkosten der KW-Stunde in der Zentrale zu 10 Pf., so beläuft sich der jährliche, vornehmlich durch Eisenwärme erzeugte Geldverlust auf M. 112 000 bei Einzeltransformatoren und M. 42 200 bei Unterstationen. Die Differenz ist rund M. 70 000, und um diesen Betrag sind die Stromerzeugungskosten bei Einzeltransformatoren höher als bei Unterstationen. Dagegen ist die Anlage des ersteren Systemes billiger. Wir wollen nun berechnen, um wie viel dieses System billiger sein muß, damit es sich wirtschaftlich günstiger stellt als jenes mit Unterstationen. Soll das der Fall sein, so müssen die Unterhaltungskosten, Verzinsung und Amortisation der Kabel und Transformatoren einen Unterschied von mehr als M. 70 000 zugunsten des Systems von Einzeltransformatoren aufweisen. Wir können für diese Posten $10\,\%$ der Anlagekosten in Rechnung stellen. Die Anschaffungskosten kleiner Transformatoren sind ungefähr M. 60 und jene von großen ungefähr M. 30 pro Kilowatt, einschließlich Anschlüsse. Es kosten also die Transformatoren für das System

mit Einzeltransformatoren M. 300 000 oder jährlich M. 30 000
- Unterstationen - 90 000 - - - 9 000.

Der Unterschied von M. 21 000 ist zugunsten der Unterstationen zu den M. 70 000 zu addieren. Das gibt M. 91 000. Diese Summe muß bei wirtschaftlicher Gleichwertigkeit beider Systeme 10% der Mehrausgaben für Kabel beim System von Unterstationen ausmachen. Diese Mehrausgabe beträgt also

$$91\,000 : 0{,}1 = \text{M. } 910\,000,$$

also M. 9,1 pro angeschlossene Lampe. Zeigt nun die Kostenberechnung, daß das Kabelnetz bei Unterstationen um mehr als M. 9,1 pro anzuschließende Lampe teurer ist als bei Einzeltransformatoren, so empfiehlt es sich, letzteres System zu wählen. Hätten wir einen kleineren Prozentsatz als 10% für Abschreibung angenommen, so hätten wir auch eine größere Summe als M. 9,1 erhalten. Ebenso wäre diese Summe größer ausgefallen, wenn wir die Selbstkosten für die KW-Stunde zu mehr als 10 Pf. gerechnet hätten. Ferner ist klar, daß die Kosten für Kabel in beiden Systemen und mithin auch ihr Unterschied wächst, wenn die Leistung der Zentrale klein ist, und die Lampen nicht dicht zusammengedrängt, sondern zerstreut liegen. Wir kommen also zu den folgenden allgemeinen Schlüssen:

Stromverteilung mit Einzeltransformatoren ist wirtschaftlich günstiger als mittels Unterstationen unter folgenden Umständen:

Betriebskraft billig, Anlage klein, Lampen weit zerstreut, Kabel teuer und Abschreibung für dieselben hoch.

Unterstationen sind vorzuziehen unter folgenden Umständen:

Betriebskraft teuer, Anlage groß, Lampenverteilung dicht, Kabel billig und Abschreibung für dieselben gering.

Spannungserhöher. Bei Wechselstromanlagen mit lan Speiseleitungen werden manchmal außer den Transformatore den Unterstationen noch kleine Transformatoren in der Zentral angewendet, deren Aufgabe es ist, die Spannung in jed leitung um genau den Betrag zu erhöhen, welcher dem Spannungsabfall in der Speiseleitung und den Verteil und dem Spannungsabfall im Transformator am En leitung entspricht. Diese Spannungserhöher sind Stillwell in Amerika und dem Verfasser in Engla

und sind unter dem Namen „Booster“ bekannt. Die Anordnung dieses Apparates ist in Fig. 121 dargestellt.

C sind die Sammelschienen in der Zentrale, *S* ist eine der Speiseleitungen, *T* der dazugehörige Transformator und *V* die von ihm mit Strom versorgte Verteilungsleitung. Der Spannungserhöher *B* hat eine Primärwicklung, die unmittelbar an die Sammelschienen angeschlossen ist. Die Sekundärwicklung ist in Gruppen abgeteilt und durch einen Mehrfachschalter *s* mit dem einen Leiter *S* verbunden, während der andere Leiter unmittelbar an die betreffende Sammelschiene angeschlossen ist. Die Meß- und Kontrollapparate sind, wie früher, der Einfachheit halber in der Skizze weggelassen. Der Zusatztransformator *B*, welcher die Spannungserhöhung bewirkt, wird also dauernd magnetisiert, und seine sekundäre Wicklung ist so bemessen, daß sie gerade hinreicht, den größten möglichen

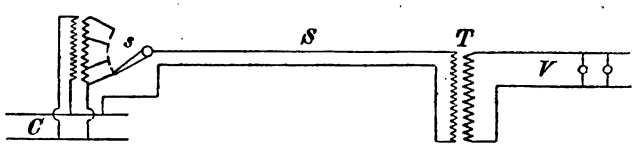


Fig. 121.

Spannungsverlust auszugleichen. Bei Vollbelastung der betreffenden Speiseleitung werden durch Einstellung des Schalthebels *s* auf den obersten Kontakt alle Windungen der sekundären Spule mit der Speiseleitung in Serie geschaltet. Bei geringerer Belastung wird der Hebel *s* entsprechend herabgerückt, so daß nunmehr nur ein Teil der sekundären Spule zur Wirksamkeit kommt. Steht der Hebel in der gezeichneten Stellung, so ist die sekundäre Spule ganz ausgeschaltet, und die Spannung am Anfang der Speiseleitung ist genau gleich jener, welche zwischen den Sammelschienen herrscht. Diese Stellung des Hebels entspricht dem Minimalbedarfe an Strom; steigt der Bedarf, so wird der Hebel schrittweise auf die höheren Kontakte gebracht, so daß die Spannung in der Verteilungsleitung bei allen Belastungen nahezu konstant bleibt. Da der Spannungsabfall von der Stromstärke in der Speiseleitung abhängt, so kann die Einstellung des Kontakthebels nach den Anzeigen des Amperemeters in der Speiseleitung von Hand erfolgen; oder es können auch Prüfdrähte von der Unterstation nach der Zentrale zurückgeführt und an ein Voltmeter angeschlossen werden, nach dessen Anzeigen man

den Hebel einstellt. In diesem Falle kann mittels Relais und Elektromotors die Einstellung des Schalters auch automatisch erfolgen. Es ist wichtig, zu beachten, daß der Schalthebel wie bei Zellenschaltern aus zwei isolierten Teilen bestehen muß, welche durch einen ohmischen oder induktiven Widerstand verbunden sind, damit beim Übergang von einem Kontakt auf den andern weder Stromunterbrechung noch Kurzschluß einer sekundären Windungsgruppe eintreten kann.

Die Notwendigkeit, den ganzen Speisestrom durch einen Mehrfachschalter zu senden, bringt eine gewisse Verminderung der Betriebssicherheit mit sich, denn wenn dieser Schalter in Unordnung gerät, wird die ganze Speiseleitung und der am entfernten Ende ange-

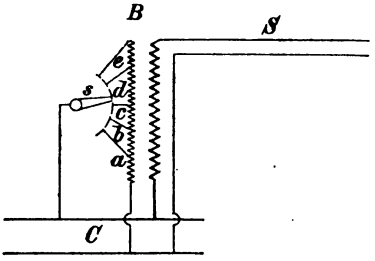


Fig. 122.

schlossene Transformator dadurch außer Betrieb gesetzt. Um dieser Gefahr zu begegnen, kann man den Spannungserhöher in einer etwas andern Form anordnen, welche in Fig. 122 dargestellt ist. Dabei wird die Hauptleitung nicht durch einen Schalter unterbrochen, sondern sie ist fest mit der Sekundärspule des Spannungserhöhers verbunden, während der Mehrfachschalter in die Primärspule verlegt wird. Die Primärspule ist nun in die Gruppen *a*, *b*, *c*, *d*, *e* geteilt. Die erste Gruppe (*a*) muß noch so viel Windungen enthalten, daß die Induktion die durch die Erhitzung des Apparates gegebenen Grenzen nicht übersteigt. Für die tiefste Stellung des Schalthebels *s* ist die Induktion ein Maximum und mithin auch die in der Sekundärspule des Apparates induzierte EMK ein Maximum. Stellen wir den Hebel höher, so nimmt die primäre Windungszahl zu, die Induktion also entsprechend ab, und die Spannungserhöhung ist geringer. Es ist also auch hier durch entsprechende Einstellung des Schalthebels möglich, die Verteilungsspannung mit einer für die

Praxis genügenden Annäherung konstant zu halten. In dieser Anordnung des Spannungserhöhers wird der Hauptstromkreis S durch keinerlei Kontakte oder Schalter unterbrochen. Der Schalter ist in den Primärkreis des Transformators B eingeführt, braucht also nur für eine geringe Stromstärke gebaut zu sein. Er ist also billiger herzustellen als im andern Falle, Fig. 121. Dagegen wird der Transformator selbst etwas größer, denn die erste Gruppe a muß so viel Windungen enthalten als die ganze Spule in Fig. 121, und die andern Gruppen, die allerdings aus dünnerem Draht bestehen können, kommen noch dazu. Die Konstruktion hat jedoch den großen Vorteil, daß ein Unfall am Schalter die Speiseleitung nicht unterbricht.

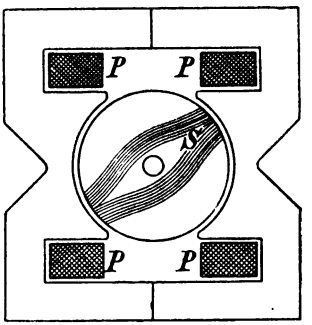


Fig. 123.

Endlich gibt es noch eine dritte Konstruktion von Spannungserhöhern, bei welcher weder im sekundären noch im primären Stromkreise Schalter nötig sind. In seiner Anordnung gleicht der Apparat einer gewöhnlichen zweipoligen Dynamo. Das Magnetgestell sowohl als auch der Ankerkern bestehen aus Blechen, und die Feldspulen $P\,P$, Fig. 123, bilden die primäre Wicklung, welche unmittelbar an die Sammelschienen angeschlossen ist. Die sekundäre Wicklung S ist auf dem Anker angebracht und wird durch biegsame Leitungen mit der Speiseleitung in Serie geschaltet. Auf der Ankerwelle ist ein Schneckenrad festgekeilt, das durch eine Schnecke entweder von Hand oder automatisch gedreht werden kann. Auf diese Weise kann die Winkelstellung der Spule S der gewünschten Spannungserhöhung gemäß bewirkt werden. Steht die Spule vertikal, so geht die größte Zahl der Kraftlinien durch sie, die Spannungs-

erhöhung ist also ein Maximum. Dreht man nun mittels des Schneckengetriebes den Anker um 90°, so daß die Spule horizontal zu stehen kommt, so gehen die Kraftlinien bei der Spule vorbei, nicht aber durch sie. Die Spannungserhöhung ist dann Null. Bringt man die Spule in eine Zwischenstellung, so geht nur ein Teil der Kraftlinien vorbei, und der andere Teil geht durch, bewirkt also eine gewisse Spannungserhöhung. Wenn man den Drehbereich des Ankers größer als 90° macht, so kann dieser Apparat sowohl zur Erhöhung als auch zur Verminderung der Spannung benutzt werden. Verglichen mit den früher beschriebenen Konstruktionen hat Fig. 123 zwei Vorteile. Erstens haben wir in beiden Stromkreisen nur feste Verbindungen und keine Schalter, die in Unordnung geraten können,

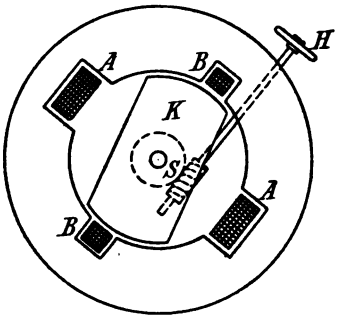


Fig. 124.

und zweitens läßt sich die Spannung auf rein mechanischem Wege genau auf den richtigen Wert einstellen anstatt sprungweise und nur annähernd, wie das bei Anwendung eines Schalters der Fall ist.

In dem oben beschriebenen Apparat muß der Anschluß an die Spule *S* mit Schleifringen oder beweglichen Drähten vermittelt werden. Fig. 124 zeigt eine andere Ausführung desselben Gedankens, bei der jedoch nur fest verlegte Drähte nötig sind. Der bewegliche Teil ist ein unbewickelter Blechkern *K*, der dazu dient, den durch die Spule *A* erzeugten Kraftfluß in dem einen oder andern Sinne durch die Spule *B* zu leiten. Der Kern ist mittels Handrad *H* und Schneckengetriebe *S* drehbar. Je nachdem man ihn einstellt, wird die Spannung des durch *B* fließenden Stromes erhöht oder vermindert. Die Spule *A* liegt im Nebenschluß zur Stromquelle, während die Spule *B* in Reihenschaltung mit der Fernleitung

liegt. Auch in diesem Fall kann die Einregulierung der zusätzlichen Spannung beliebig genau bewirkt werden. Fig. 125 zeigt eine äußere Ansicht eines solchen Spannungsregulators, wie er von der General Electric Co. ausgeführt wird.

Um in einer Drehstromleitung die Spannung zu erhöhen oder zu vermindern, kann man die drei Phasen des Ankers eines Drehstrommotors in Serie mit der Leitung schalten. Der Anker rotiert jedoch in diesem Falle nicht, sondern wird mittels Handrad und Schneckengetriebe in eine bestimmte Lage eingestellt. Je nach der

Fig. 125.

Einstellung wirkt die in den Ankerphasen erzeugte EMK zusätzlich oder abzüglich zur EMK der Stromquelle. Die in den Ankerphasen erzeugte EMK hat immer denselben Wert, und die Regulierung erfolgt nicht wie bei Fig. 123 durch eine Änderung des Kraftflusses durch S, sondern durch Verschiebung der Phase einer konstanten EMK. Die Feldwicklung des Drehstrommotors liegt im Nebenschluß zur Stromquelle. Das rotierende Feld ist also konstant. Während seiner Rotation schneidet es die drei Phasenwicklungen des Ankers und erzeugt in jeder dieselbe EMK, jedoch treten die Maxima der EM-Kräfte in den drei Phasen nicht gleichzeitig, sondern mit einer gegenseitigen zeitlichen Verschiebung von ein Drittel-Periode auf. Ob das Maximum der EMK in einer Anker-

phase genau gleichzeitig mit dem Maximum der betreffenden Phase der Stromquelle auftritt, hängt von der gegenseitigen Lage von Anker und Feld ab. Diese Lage ist aber durch das Handrad verstellbar, und man kann somit die EMK des Phasenankers in jede beliebige Phasenstellung zur EMK der Stromquelle bringen. Ist die Phasenspannung der Stromquelle E und jene des Motorankers e, so kann man offenbar die Phasenspannung der Leitung auf jeden beliebigen Wert E_1 einstellen, der zwischen den Grenzen $E+e$ und $E-e$ liegt, wie das kleine Vektordiagramm in Fig. 126 erkennen läßt. Der Radius des punktierten Kreises ist die Phasenspannung des Ankers. Je nachdem man den Anker einstellt, liegt e so, daß die Spannung in der Leitung erhöht oder vermindert wird.

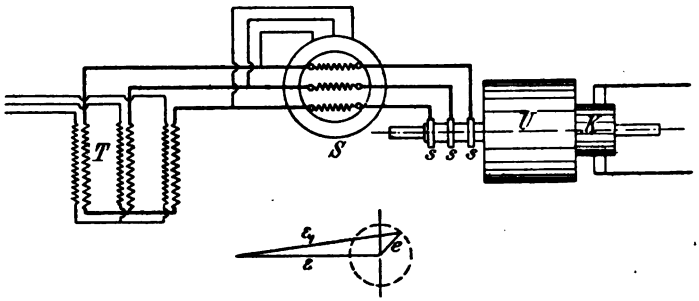


Fig. 126.

Allerdings ist damit eine kleine Phasenverschiebung des Stromes verbunden, und diese ist positiv oder negativ, je nachdem e auf der einen oder andern Seite der Horizontalen liegt. Nur für den maximalen und minimalen Wert von E_1 verschwindet diese Phasenverschiebung, weil die Vektoren e und E in dieselbe Richtung fallen. Für Zwischenwerte ist Phasenverschiebung vorhanden. Das ist jedoch kein Nachteil, denn erstens ist die Phasenverschiebung an und für sich klein, und zweitens kann dieser kleine Wert durch entsprechende Wahl der Stellung von e dazu benutzt werden, die ursprüngliche Phasenverschiebung zu vermindern. Wie man sieht, ist der Drehstrommotor mit fest eingestelltem Anker nichts anderes als ein Transformator, dessen Kraftfluß, anstatt in einem rechteckigen Rahmen hin und her zu wogen, in einem zylindrischen Rahmen rotiert.

Die Anwendung eines solchen Transformators zur Regulierung der Spannung eines Umformers ist in Fig. 126 dargestellt. *T* ist der Haupttransformator, der Strom unter hoher Spannung von einer Fernleitung empfängt und aus seiner sekundären Wicklung den Strom zum Betriebe des Umformers unter jener Spannung abgibt, die der gewünschten Spannung auf der Gleichstromseite entspricht. Je nach der Konstruktion des Umformers ist die verkettete Wechselspannung 60 bis 66% der verlangten Gleichspannung. Das Umsetzungsverhältnis kann jedoch durch Veränderung in der Erregung des Umformerfeldes nur wenig beeinflußt werden. Will man auf der Gleichstromseite die Spannung variieren, so muß man die Wechselspannung variieren, und dazu dient der Reguliertransformator *S*. Der äußere Kreis bedeutet sein Feld und der innere seinen Anker. Die drei Phasenwicklungen sind durch parallel gezeichnete Spulen angedeutet. In Wirklichkeit haben die Spulen oder Wicklungen natürlich nicht diese geometrische Lage, sondern ihre Schaltung ist entweder als Stern mit aufgelöstem Nullpunkt oder, was gleichwertig ist, als Dreieck mit aufgelösten Ecken aufzufassen; ich habe jedoch die einfachere Darstellung gewählt, um das Kreuzen der Drähte zu vermeiden. *U* ist der Anker des Umformers, *s* sind seine Schleifringe, und *K* ist sein Kommutator. Es ist ohne weiteres klar, daß auf den Anker des Reguliertransformators ein bedeutendes Drehmoment wirken muß, denn er würde, wenn nicht durch das Schneckenrad gehalten, als Motoranker rotieren. Bei großen Apparaten ist also, besonders in der einen Richtung, viel Kraft erforderlich, um den Anker einzustellen. Um diese Schwierigkeit zu vermeiden, kann man (wie zuerst von der Firma Siemens & Halske A.-G. bei Reguliertransformatoren für die Anlage in Paderno angewendet) zwei solche Transformatoren nebeneinander stellen und die Anker mechanisch miteinander kuppeln. Schaltet man nun die Felder so, daß eins rechts herum und das andere links herum läuft, so heben sich die in beiden Ankern auftretenden Drehmomente auf, und die Einstellung erfordert nur wenig Kraft. Es ist selbstverständlich, daß auch dieser Apparat entweder von Hand oder automatisch mittels Relais und Elektromotor betätigt werden kann.

Serienschaltung. Transformatoren lassen sich auch mit Vorteil bei Serienschaltung von Lampen in Stromkreisen von konstanter Stromstärke verwenden. Wenn wir die Lampen selbst in Serie schalten würden, so müßte die Isolation jeder einzelnen Lampe der

gesamten Spannung entsprechen, was bei einigermaßen ausgedehnten Stromkreisen praktisch nicht zu erreichen ist. Wenn wir jedoch die Lampen durch Serientransformatoren speisen, so braucht nur die Isolation der Transformatoren der gesamten Spannung zu entsprechen; jene der Lampen dagegen braucht nur so gut zu sein, daß sie die Lampenspannung aushalten kann. Die Anordnung ist in Fig. 127 skizziert. *T* sind die Transformatoren und *L* die Lampen. Die Rückleitung ist nicht gezeichnet. Diese Anordnung hat jedoch einen Übelstand. Wenn durch Zerstörung des Kohlenfadens bei Glühlampen oder Herausfallen der Kohlen bei Bogenlampen oder aus irgend einem andern Grunde der sekundäre Stromkreis eines Transformators unterbrochen wird, so steigt bei Transformatoren gewöhnlicher Konstruktion die Induktion im Eisen und die primäre

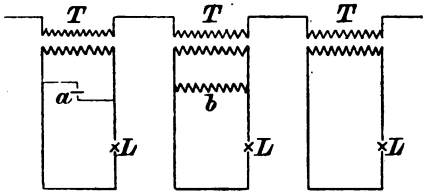


Fig. 127.

Gegenspannung sehr bedeutend an. Der Primärstrom muß, der anderen Lampen wegen, konstant erhalten werden, was nur möglich ist, indem man die Spannung der Maschine entsprechend erhöht. Dabei muß sich natürlich der außer Betrieb gesetzte Transformator bedeutend erhitzen und schließlich verbrennen. Um dieses zu vermeiden, ist es notwendig, dem Sekundärstrom einen andern Weg als durch die Lampe zu geben. Das kann auf zwei Arten geschehen. Wir können wie in Fig. 118 bei *a* eine automatische Sicherung einsetzen, bestehend aus zwei Elektroden, die im normalen Zustand durch ein dünnes Blättchen aus paraffiniertem Papier oder Glimmer getrennt sind. Solange der Lampenstrom fließt, herrscht zwischen diesen Elektroden nur die normale Lampenspannung, der das Blättchen vollkommen gut widerstehen kann. Wird der Lampenstrom jedoch unterbrochen, so steigt die Spannung, und das Blättchen wird durchgeschlagen. Die Elektroden schweißen zusammen und schließen die sekundäre Spule kurz. Damit ist die Gefahr eines Verbrennens des Transformators beseitigt.

Eine andere Methode, dasselbe Ziel zu erreichen, besteht in der Anwendung einer Drosselspule *b*, die der Lampe parallel geschaltet wird. Durch diese Spule fließt ein Strom, welcher der Klemmenspannung (in diesem Falle also der Lampenspannung) proportional ist und ihr in der Phase um nahezu 90° nacheilt. Die in der Drosselspule verbrauchte Leistung ist lediglich Eisen- und Stromwärme; sie ist viel kleiner als das Produkt von Strom und Spannung. Durch gute Konstruktion ist es also immer möglich, die Drosselspule so einzurichten, daß kein erheblicher Effektverlust eintritt, wenngleich Strom scheinbar verloren geht. Ein Beispiel möge zur Erläuterung dienen. Nehmen wir an, die Lampe brauche 35 Volt und 20 Ampere und habe einen Leistungsfaktor von 80 %. Die wirklich verbrauchte Leistung ist also 560 Watt. Die Drosselspule sei so konstruiert, daß bei 35 Volt auch 20 Ampere durchgehen, und zwar unter einem Effektverlust von 20 Watt. Der Leistungsfaktor ist also $20 : (35 \times 20) = 2{,}85\,\%$. Zeichnet man nun das Vektordiagramm, so findet man, daß der vom Transformator zu liefernde Strom 36 Ampere beträgt. Wird nun die Lampe ausgeschaltet, so muß die Drosselspule die ganzen 36 Ampere durchlassen, was eine Spannungserhöhung auf $35 \times \frac{36}{20} = 63$ Volt hervorbringt. Der Transformator wird also in dem gleichen Verhältnis magnetisch stärker beansprucht, nämlich um 80 %. Diese Mehrbeanspruchung ist jedoch nicht so stark, als daß eine Beschädigung zu befürchten wäre.

Es kommt manchmal vor, daß ein Transformator zur Speisung einer Anzahl in Serie geschalteter Lampen verwendet wird, wobei möglichste Konstanthaltung des sekundären Stromes bei veränderlicher Lampenzahl angestrebt wird. Dieses Ziel ist ohne weiteres erreichbar, wenn der Primärstrom konstant gehalten wird, und die Primärwickelungen der einzelnen Transformatoren in Serie geschaltet werden. Nun bedingt aber diese Schaltung die Anwendung von besonderen Schutzmitteln, wie oben erwähnt. Will man letztere vermeiden, so muß die Primärwickelung im Nebenschluß zum Primärstromkreis angeordnet werden, und dann würde sich ein Transformator mit sehr wenig magnetischer Streuung nicht eignen, denn ein solcher hält die Spannung konstant, nicht aber die Stromstärke. Bei Serienschaltung der Lampen ist es aber gerade die Stromstärke, welche konstant erhalten werden soll, während die Spannung im

Verhältnis mit der Zahl der eingeschalteten Lampen variieren muß. Dieser Bedinguug kann nun annähernd genügt werden, wenn man den Transformator absichtlich so baut, daß er ziemlich viel magnetische Streuung hat. Bei einer solchen Anordnung, Fig. 128, ist der Eisenkörper des Transformators mit Ansätzen $a\,b$ versehen, zwischen denen ein bedeutendes Streufeld[1]) entsteht, wenn die beiden Spulen Strom führen. Die Primärspule ist mit der Speiseleitung s im Nebenschluß verbunden, und die sekundäre Spule ist mit der Lampenleitung L verbunden. Die Lampen sind alle in Serie geschaltet; jede einzelne kann jedoch kurz geschlossen und so außer Betrieb gesetzt werden. Es ist ohne weiteres klar, daß bei unterbrochenem sekundären Stromkreis das Streufeld zwischen a und b nur unbedeutend sein kann, denn die Kraftlinien können ihren Weg ungehindert durch die sekundäre Spule nehmen. Fließt jedoch in

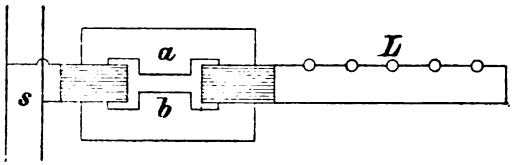


Fig. 128.

dieser Spule ein Strom, so werden die Kraftlinien zurückgestaut und müssen ihren Weg über die Ansätze $a\,b$ und die zwischenliegende Luftschicht nehmen. Je stärker der Strom, desto mehr Kraftlinien werden zurückgestaut und desto weniger gehen durch die sekundäre Spule, d. h. desto kleiner ist die im sekundären Stromkreise induzierte EMK. Schließt man nun eine der Lampen kurz, so würde bei konstanter EMK die Stromstärke infolge der Verminderung im Widerstande steigen. Das Anwachsen der Stromstärke bewirkt jedoch eine Vergrößerung des Streufeldes und eine entsprechende Verminderung der sekundären EMK, und es wird auf diese Weise eine Regulierung auf konstante Stromstärke in der Sekundärspule wenigstens annähernd erzielt. Die Grenzen, zwischen welchen dies stattfindet, lassen sich leicht durch ein Vektordiagramm, Fig. 129, festsetzen. Es sei $O\,A$ der Strom und $O\,E_2$ die sekundäre Klemmenspannung bei voller Belastung (maximale Lampenzahl). Die Belastung

[1]) Vergl. auch Fig. 86 Seite 182.

ist als induktionslos vorausgesetzt. Es sei ferner $E_2 E_1$ der Vektor der durch Selbstinduktion und Widerstand bedingten EMK, so ist $O E_1$ der Vektor der primären Klemmenspannung, wobei wir der Einfachheit halber ein Übersetzungsverhältnis von 1 : 1 voraussetzen. Die Länge der Linie $E_2 E_1$ ist proportional der Stromstärke. Werden nun so viele Lampen kurz geschlossen, daß nur die halbe EMK zum Betriebe der Lichtleitung nötig ist, so rückt der Punkt E_2 nach E_2' und E_1 nach E_1'. Der Strom ist jetzt der Strecke $E_1' E_2'$ proportional, also etwas größer als früher. Wird die gesamte Lichtleitung kurz geschlossen, so fällt E_2 mit O zusamen, und der Strom ist $O E_1''$ proportional. Das Anwachsen der Stromstärke von Vollbelastung bis auf Kurzschluß ist also durch das Verhältnis der

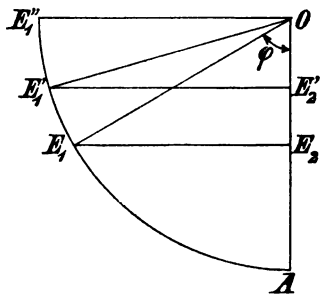


Fig. 129.

Strecken $E_2 E_1$ und $O E_1''$ gegeben, und es ist sofort klar, daß wir durch entsprechende Konstruktion des Transformators auf starke Streuung (wobei φ groß wird) den prozentualen Zuwachs des Stromes bei abnehmender Belastung beliebig klein machen können. Allerdings wird dabei der Transformator verhältnismäßig groß und kostspielig. Auch muß sein Wirkungsgrad geringer ausfallen als bei der Konstruktion mit möglichst wenig Streuung, welche sich für Parallelbetrieb der Lampen eignet. Es ist auch zu bemerken, daß bei Lampen, welche Selbstinduktion haben, diese Art der Regulierung auf konstante Stromstärke viel weniger tauglich ist, wie man sofort aus dem Umstande erkennt, daß im Diagramm Fig. 129 der Vektor $O E_2$ nicht mehr senkrecht, sondern schräg zu stehen kommt, der Unterschied zwischen den Längen $E_2 E_1$ und $O E_1''$ also bedeutend größer ausfällt.

Drosselspulen. Bei Lampen, die in Parallelschaltung arbeiten, bilden Drosselspulen ein sehr bequemes Mittel, die Spannung der Lampe entsprechend zu regulieren. Erfordert die Lampe eine kleinere Spannung, als jene ist, welche zwischen den Zuleitungsdrähten herrscht, so kann man durch Vorschalten einer Drosselspule die überschüssige Spannung gewissermaßen abdämpfen. Allerdings ließe sich der gleiche Zweck auch durch einen Vorschaltwiderstand

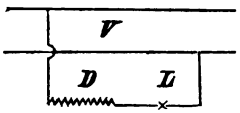


Fig. 130.

erreichen, aber dann unter einem bedeutenden Effektverlust, welcher gleich ist dem Produkt von Strom und abgedämpfter Spannung. Bei Anwendung einer Drosselspule anstatt eines Widerstandes ist der scheinbare Effektverlust gleich diesem Produkt, der wirkliche jedoch wegen der Phasenverschiebung viel kleiner. Die Verwendung einer Drosselspule ist in Fig. 130 schematisch dargestellt. V ist die Verteilungsleitung, D die Drosselspule und L die Lampe. Fig. 131 ist das zugehörige Vektordiagramm. OI ist der Strom und OE_w

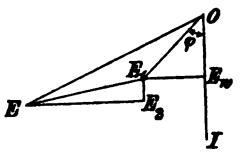


Fig. 131.

die Wattkomponente der Spannung. Die Strecke OE_1 stellt die Spannung dar, welche zwischen den Klemmen der Lampe herrscht, wobei φ die Phasenverschiebung ist. Bei einer Glühlampe würde E_1 und E_w zusammenfallen, wobei $\varphi = 0$. Bei einer Bogenlampe findet Phasenverschiebung statt, und OE_1 ist größer als OE_w. Die zur Deckung der Effektverluste in der Drosselspule nötige Spannung ist durch den Vektor E_1E_2 dargestellt und ihre gegenelektromotorische Kraft durch E_2E. Der Vektor E_1E stellt somit die Spannung zwischen den Klemmen der Drosselspule dar, und OE ist der Vektor der Spannung zwischen den Verteilungsleitungen.

Ausgleichsspulen. Die in Fig. 130 skizzierte Anordnung findet Anwendung, wenn eine Bogenlampe an einen Wechselstromkreis angeschlossen werden soll, dessen Spannung die Betriebsspannung der Lampe übersteigt. Für eine Wechselstromlampe genügt eine Spannung von 30—35 Volt. Man könnte also drei solcher Lampen in Serie an eine Leitung von 110 Volt anschließen. Wird jedoch nur eine Lampe benötigt, so muß die überschüssige Spannung in der oben erläuterten Weise durch eine Drosselspule abgedämpft werden. Nehmen wir nun den Fall an, daß zwischen den zwei Drähten der Leitung gerade die Spannung herrscht, welche zwei in Serie geschaltete Bogenlampen brauchen, also etwa 65 Volt. Um die eine oder die andere der Lampen allein zu brennen, können wir die in Fig. 132 gezeichnete Anordnung verwenden. D_1 und D_2 sind

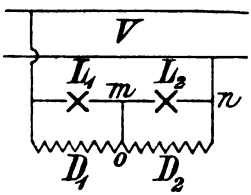


Fig. 132.

zwei übereinander liegende Windungen mit gemeinschaftlichem Eisenkern. In der Zeichnung sind sie der Einfachheit halber nebeneinander gezeichnet. Die beiden Spulen sind im Punkte o verbunden, und die Richtung der Wickelung möge derart sein, daß ein in D_1 von links nach rechts fließender Strom in D_2 eine von rechts nach links wirkende EMK induziert und umgekehrt. Denken wir uns nun eine der Lampen, z. B. L_1, ausgeschaltet, so fließt der Strom durch D_1 zunächst bis zum Punkte o und hat dann zwei Wege, den einen durch D_2 und den andern durch die Lampe L_2. Es ist sofort klar, daß der erste Weg für den Strom unpassierbar ist; denn die in D_2 induzierte EMK ist seiner Richtung entgegengesetzt und erzeugt selbst einen Strom, der auch durch die Lampe fließt. Die zwei Spulen können also als ein Transformator mit dem Umsetzungsverhältnis 1 : 1 angesehen werden, wobei D_1 die primäre und D_2 die sekundäre Wickelung ist. Nehmen wir an, daß die Lampen 12 Ampere Strom brauchen, dann würde bei einem Wirkungsgrad des Transformators von 100 % durch D_1 ein Strom von 6 Ampere

fließen und durch D_2 ein genau gleicher Strom, aber in entgegengesetzter Richtung. Die zwei Ströme addieren sich in o, und die Lampe L_2 erhält einen Strom von 12 Ampere. Bei n teilt sich dieser Strom wieder, indem 6 Ampere zur Spule D_2 fließen und 6 Ampere zum andern Pol der Leitung. Da der Wirkungsgrad des Apparates jedoch etwas kleiner als 100 % sein muß, so wird D_2 etwas weniger als die Hälfte des Lampenstromes beitragen, oder, was auf das gleiche hinauskommt, die Leitung muß etwas mehr als den halben Lampenstrom liefern. Der Mehrbetrag dient zur Deckung der Verluste.

Es ist also möglich, durch Parallelschaltung eines Transformators zu den zwei Lampen dieselben voneinander unabhängig zu machen, trotzdem sie zueinander in Serie geschaltet sind. Der Transformator

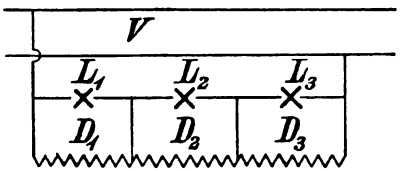


Fig. 133.

hat drei Klemmschrauben, von denen o für beide Spulen gemeinschaftlich ist. Er wirkt hier als eine Art elektromagnetischer Ausgleichsvorrichtung zwischen zwei Stromkreisen, und das gleiche Prinzip läßt sich auch auf mehr als zwei Stromkreise anwenden. So sind z. B. in Fig. 133 drei Lampen in Serie geschaltet und an die Verteilungsleitung V angeschlossen. Der Transformator hat jetzt drei übereinander gewickelte Spulen mit gemeinsamem Eisenkern. Es sei der Lampenstrom wieder 12 Ampere, und es seien die Lampen L_2 und L_3 ausgeschaltet. Dann fließt durch D_2 und D_3 ein Strom von etwas über 4 Ampere und induziert in D_1 einen Strom von etwas unter 8 Ampere, der sich zum Primärstrom addiert, so daß die Lampe L_1 mit der normalen Stromstärke von 12 Ampere gespeist wird. Solche Transformatoren werden in Hausinstallationen zum Anschluß von Bogenlampen vielfach verwendet, weil man dadurch die Vorteile der Serienschaltung und Unabhängigkeit jeder Lampe von den andern gleichzeitig erzielt. Auch ist die Leistung der Transformatoren kleiner als jene von Einzeltransformatoren für jede Lampe, wie man leicht aus folgender Über-

legung sieht. Es sei e die Spannung in der Verteilungsleitung und P der Effektbedarf einer Lampe bei dem Normalstrom i. Dann ist für Fig. 130 bei $\cos \varphi = 1$ die Leistung des Transformators $e \times \frac{i}{2} = \frac{P}{2}$, während jene von zwei Einzeltransformatoren sein würde $2 \times \frac{e}{2} \times i = P$. Mit andern Worten: der gemeinsame Transformator für zwei Lampen in Serienschaltung enthält nicht mehr Material als ein gewöhnlicher Transformator für eine Lampe in Parallelschaltung. Bei der Anordnung Fig. 131 muß der Transformator für die Spannung e und die Stromstärke $\frac{2}{3}\, i$ konstruiert sein. Der Materialverbrauch entspricht also einer Leistung von

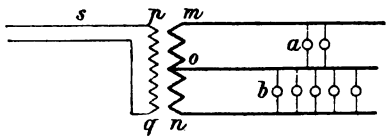


Fig. 134.

$\frac{2}{3}\, P$, während die Gesamtleistung von 3 Einzeltransformatoren $3 \times \frac{i}{3} \times e = P$ sein würde. Die Anwendung eines kombinierten Transformators ist also auch in diesem Falle vorteilhaft.

Dreileitersystem. Transformatoren mit kombinierter Sekundärwickelung lassen sich auch bei Stromverteilung mit Dreileitersystem vorteilhaft anwenden. Die Primärwickelung, welche den Hochspannungsstrom von der Speiseleitung s, Fig. 134, erhält, hat nur zwei Klemmen, $p\, q$. Die Sekundärwickelung hat drei Klemmen, $m\, o\, n$, von denen o für beide Teile des Verteilungsnetzes gemeinsam ist. Die Spannung zwischen m und n ist doppelt so groß als jene in den Stromkreisen a und b, und die Verteilungsleitungen können genau wie beim Dreileitersystem für Gleichstrom entsprechend leichter gehalten werden.

Ausgleichstransformator. Liegt der Transformator in einiger Entfernung vom eigentlichen Beleuchtungsgebiet, so braucht der Mittelleiter gar nicht zu ihm zurückgeführt zu werden, sondern man kann den Ausgleich zwischen den zwei Teilen des Dreileitersystems

durch einen besondern Ausgleichstransformator in ähnlicher Weise wie in Fig. 130 an Ort und Stelle bewirken. Die Anlage besteht dann aus dem Haupttransformator T auf der Unterstation, Fig. 135, und einem kleinen Ausgleichstransformator T_1, welcher mitten im Beleuchtungsgebiet eingesetzt werden kann. Die Leistung dieses Transformators braucht nicht größer bemessen zu werden, als der halben Differenz in der Belastung der beiden Stromkreise entspricht. Es sei i_a die maximale Strombelastung in a und i_b die gleichzeitig auftretende Stromstärke in b, so muß die eine Spule des Ausgleichstransformators den Strom $\frac{i_a - i_b}{2}$ aufnehmen und die andere den gleichen Strom abgeben. Ist e die Spannung in jedem Stromkreise, so ist die Leistung des Ausgleichstransformators $\frac{i_a - i_b}{2} e$. Die Lei-

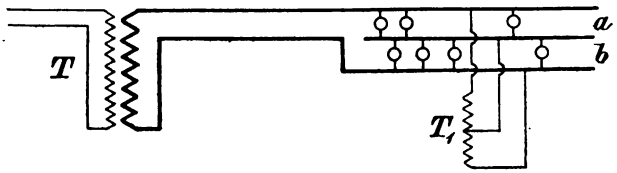


Fig. 135.

stung des Haupttransformators ist zur gleichen Zeit $\frac{(i_a + i_b)}{2} 2\,e$; da es aber doch vorkommen kann, daß zu gewissen Zeiten beide Stromkreise die maximale Belastung führen, muß dieser Transformator für eine Leistung von $2\,i_a\,e$ gebaut sein. Bezeichnet nun p das Verhältnis der Belastungsdifferenz zur Maximalbelastung eines Stromkreises, also $i_b = (1 - p)\,i_a$, so muß der Ausgleichstransformator für die Leistung $\frac{p}{2} i_a\,e$ gebaut sein, und seine Größe wird sich zu jener des Haupttransformators verhalten wie $2 : \frac{p}{2} = 4 : p$. Bei einer Belastungsdifferenz von 100, 50, 20 und 10 % würde er also bezw. für $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{20}$, und $\frac{1}{40}$ der Leistung des Haupttransformators gebaut werden müssen. Man sieht, daß ein verhältnismäßig sehr kleiner Ausgleichstransformator die Zurückführung des Mittelleiters nach der Unterstation entbehrlich macht.

Scotts System der Stromverteilung. Eine andere Anwendung finden Transformatoren bei der Umwandlung eines Zweiphasen- in ein Dreiphasensystem und umgekehrt. Die Anordnung, wie sie Fig. 136 zeigt, ist von C. F. Scott[1]) angegeben worden. G ist ein Zweiphasengenerator, dessen Stromkreise die Primärspulen

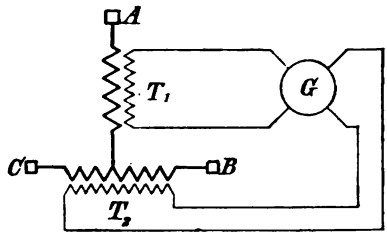


Fig. 136.

von zwei gesonderten Transformatoren T_1 und T_2 enthalten. Die Sekundärspulen sind, wie die Figur zeigt, verbunden und haben drei Klemmschrauben A, B, C für die Außenleitung. Da die Primärströme in T_1 und T_2 gegeneinander um 90° verschoben sind, so sind die EM-Kräfte in den zwei Sekundärspulen auch um 90°

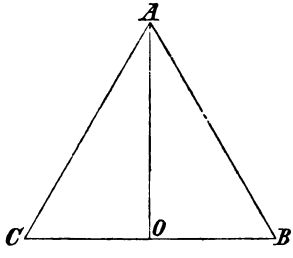


Fig. 137.

gegeneinander verschoben. Die im äußern Stromkreis AB wirkende EMK setzt sich also aus zwei Komponenten zusammen, nämlich jener, die in der Sekundärspule von T_1 erzeugt wird, und jener, die in der halben Sekundärspule von T_2 erzeugt wird. Seien OA und BO in Fig. 137 diese Komponenten, so ist BA die Resultante, d. h. die EMK zwischen B und A. Ebenso ist CA die EMK

[1]) The Electrician, April 6, 1894.

zwischen C und A. Die EMK zwischen B und C ist BC. Nun ist sofort klar, daß man es durch geeignete Wahl der sekundären Windungszahlen erreichen kann, daß diese Resultanten der Größe nach einander gleich werden. Man muß die sekundären Spulen so wickeln, daß $OB = \frac{1}{2} AB$. Dann ist aber $OA = AB\sqrt{\frac{3}{4}}$, $OA = 0{,}867\ AB$, und Fig. 137 ist ein gleichseitiges Dreieck. Im rotierenden Vektordiagramm gehen also die drei EM-Kräfte durch Null in Intervallen von 60°, d. h. jede zweimal in einer vollen Periode. Ebenso folgen sich die Maxima beider Vorzeichen in Inter-

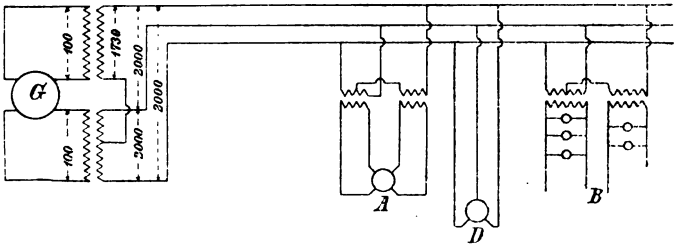


Fig. 138.

vallen von 60°, und wenn wir nur positive oder nur negative Maxima betrachten, ist der Abstand 120°. Die drei Stromkreise gehen also durch die gleiche Phase in Intervallen von 120° oder mit andern Worten, es besteht zwischen ihnen eine Phasenverschiebung von 120°. Es ist somit durch die eigentümliche Anordnung der Transformatoren der zweiphasige Primärstrom in einen dreiphasigen Sekundärstrom verwandelt worden.

Der Vorteil, den Scott für sein System beansprucht, ist, daß die Stromerzeugung und Stromverwendung bei zwei Phasen, die Übertragung jedoch mittels dreier Phasen geschehen kann; ersteres erleichtert die Regulierung bei gemischtem Betrieb von Motoren und Lampen, und letzteres führt eine Ersparnis in Leitungsmaterial herbei. Die von Scott angegebene Anwendung ist in Fig. 138 dargestellt.

G ist ein Zweiphasengenerator, dessen 100 V-Spannung in den Transformatoren auf 2000 und 1730 V erhöht wird, so daß zwischen je zwei Drähten der dreifachen Speiseleitung 2000 V herrschen. An der Verbrauchsstelle wird wieder nach Bedarf auf 100 voltigen

Zweiphasenstrom herabgesetzt für Motoren- oder Lampenbetrieb (*A* bezw. *B*) oder der dreiphasige Strom direkt zum Betrieb von Motoren verwendet, *D*. Trotz der Verkettung der Stromkreise macht die Regulierung auf konstante Lampenspannung nicht mehr Schwierigkeiten, als wären die Lampen unmittelbar an den Generator angeschlossen.

Zehntes Kapitel.

Der Transformator und seine Stromkreise. — Elektrische Konstanten der Leitungen. — Konzentrische Kabel. — Resonanz. — Spannungserhöhung durch Resonanz. — Kabeldurchschläge in weit verzweigten Netzen.

Der Transformator und seine Stromkreise. Ein Transformator kann nie für sich allein angewendet werden, sondern nur in Verbindung mit andern Apparaten. Er bildet gewissermaßen das verkettende Glied zwischen zwei Stromkreisen, deren jeder EMK, Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität enthalten kann. Je nachdem diese Eigenschaften relativ zueinander entwickelt sind, wird auch der Arbeitszustand des Transformators beeinflußt werden, und deshalb müssen wir, um sein Verhalten zu studieren, ihn nicht als Apparat für sich, sondern als Teil eines ganzen Stromsystems betrachten. Für eine solche Betrachtung ist es bequem, wenn man die elektrischen Eigenschaften des Transformators in einer einfachen Weise darstellen kann. Um zu einer solchen Darstellung zu gelangen, wollen wir voraussetzen, das Umsetzungsverhältnis sei 1 : 1. Diese Voraussetzung ist zulässig, wenn wir jeden der beiden Stromkreise für sich betrachten. Ist aber das Umsetzungsverhältnis 1 : 1, so können die beiden Stromkreise leitend verbunden sein, und der Transformator kann ersetzt werden durch eine Gruppe von Spulen, die Widerstand und Induktanz haben, und zwar in solcher Anordnung und Größe, daß die Arbeitszustände in beiden Stromkreisen genau dieselben sind als bei Zwischenschaltung eines wirklichen Transformators mit dem Umsetzungsverhältnis 1 : 1. Die linke Seite der Fig. 139 stellt den wirklichen Transformator, die rechte die gleichwertige Anordnung von Induktanz und Widerstand dar.

In beiden Fällen bedeuten $a\ b$ die Klemmen des gespeisten oder sekundären Stromkreises, zwischen denen die Spannung e besteht. Der Leerlaufstrom ist i_0, seine Watt-Komponente i_h und seine watt-

lose Komponente i_μ. Der in den gespeisten Stromkreis übertragene Strom sei i. Im wirklichen Transformator wird bei Leerlauf die Leistung

$$P_v = e\, i_h = w_1\, i_h^2$$

in Wärme umgesetzt, d. h. zur Erhitzung des Eisens verwendet. Die Kupferwärme ist bei Leerlauf so gering, daß wir sie nicht zu beachten brauchen oder als zur Hysteresis zugeschlagen annehmen können. Um in der rechts in Fig. 139 gezeichneten äquivalenten Anordnung diesen Verlust ebenfalls einzuführen, müssen wir uns einen Widerstand W_0 zwischen die Primärleitungen gelegt denken.

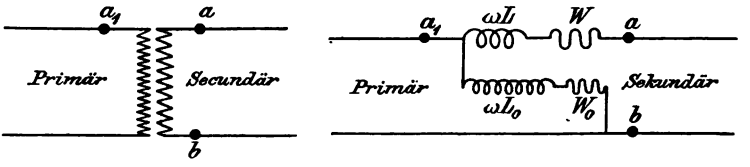


Fig. 139.

Seine Größe bestimmt sich aus der Bedingung

$$W_0\, i_0^2 = e\, i_h.$$

Ist ωL_1 die Induktanz der Primärspule im wirklichen Transformator bei Leerlauf, so ist

$$e = i_\mu\, \omega L_1.$$

Um die Wirkung von L_1 in der äquivalenten Anordnung darzustellen, müssen wir die Induktanz ωL_0 in Serie mit W_0 schalten. Die Größe von W und ωL_0 bestimmt sich aus folgender Überlegung. In der äquivalenten Anordnung ist e die Resultante der wattlosen Komponente $e_s = \omega L_0\, i_0$ und der Watt-Komponente $e_w = W_0\, i_0$. Im wirklichen Transformator ist i_0 die Resultante der wattlosen Komponente i_μ und der Watt-Komponente i_h. Wir haben also

$$W_0\, i_0^2 = e\, i_h$$

$$W_0 = \frac{e}{i_0} \cdot \frac{i_h}{i_0}.$$

Die Werte i_0 und i_h sind für eine gegebene Primärspannung, wie im 4. Kapitel angegeben, zu berechnen. Bedeutet P die Belastung primär in KVA und λ den Prozentsatz des Leerlaufstroms, so daß

$$\lambda = 100 \frac{i_0}{i},$$

so ist $P = e\,i\ 10^{-3}$ und $\frac{1}{i_0} = \frac{100}{\lambda\, i}$

$$\frac{1}{i_0} = \frac{100}{\lambda P} \frac{e}{1000}$$

$$W_0 = \frac{1}{\lambda P} \left(\frac{e}{1000}\right)^2 \left(\frac{i_h}{i_0}\right) 10^5 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 37)$$

Ebenso haben wir

$$i_0\, e_s = i_\mu\, e$$

$$\omega\, L_0\, i_0^2 = i_\mu\, e$$

$$\omega\, L_0 = \frac{e}{i_0} \frac{i_\mu}{i_0}$$

$$\omega\, L_0 = \frac{1}{\lambda P} \left(\frac{e}{1000}\right)^2 \left(\frac{i_\mu}{i_0}\right) 10^5 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 38)$$

Es ist also aus den elektrischen Daten des wirklichen Transformators, nämlich Spannung, Leerlaufstrom und seinen Komponenten, möglich, den Widerstand und die Induktanz der äquivalenten Anordnung, soweit sie sich auf Leerlauf bezieht, zu berechnen.

In ähnlicher Weise können diese Konstanten für Belastung bestimmt werden. In Fig. 139 sind sie mit W und $\omega\, L$ bezeichnet. Ist W_1 der Widerstand der Primärwickelung, W_2 jener der Sekundärwickelung, und sind n_1, n_2 die Windungszahlen, so ist W, auf die Primärseite bezogen,

$$W = W_1 + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 W_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 39)$$

Die Induktanz $\omega\, L$ finden wir aus folgender Überlegung. Bei einem induktiven Spannungsabfall von

$$e_{s_1} + \frac{n_1}{n_2}\, e_{s_2} = e_s$$

ist

$$\omega\, L\, i = e_s.$$

Dabei ist i der Primärstrom, der sich aus

$$i = \frac{1000\, P}{e}$$

berechnen läßt. Es ist bequem, den induktiven Spannungsabfall in Prozenten auszudrücken, so daß, wenn σ den Prozentsatz bedeutet, wir schreiben können

$$\sigma = 100 \frac{e_s}{e}$$

$$\omega L i = \frac{\sigma e}{100}$$

$$\omega L \frac{1000 P}{e} = \sigma \frac{e}{100}$$

$$\omega L = \frac{\sigma}{P} \left(\frac{e}{1000} \right)^2 10 \quad \ldots \ldots \quad 40)$$

Ein Beispiel möge die Anwendung dieser Formeln zeigen. Wir wählen zu diesem Zweck einen 20 KVA-Transformator für $\nu = 45$; primär 3000 V, Umsetzungsverhältnis 25 (also bei Leerlauf 3000 auf 120 V), Leerlaufstrom 3,3 %, Eisenverlust 300 Watt und Kupferverlust bei Vollbelastung auch 300 Watt. Der induktive Spannungsabfall bei Vollbelastung sei 4 %. Bei gleicher Stromwärme in beiden Wickelungen haben wir $W_1 = 3{,}37$; $W_2 = 0{,}0054$. Für diesen Transformator sind die elektrischen Konstanten, auf die Hochspannungsseite bezogen,

$$P = 20 \qquad \lambda = 3{,}3 \qquad \sigma = 4$$

$$\frac{e}{1000} = 3 \qquad i = 6{,}67 \qquad W = 6.75$$

$$i_0 = 0{,}22 \qquad i_h = 0{,}1 \qquad i_\mu = 0{,}196.$$

Für Leerlauf bestimmt sich W_0 aus 37) zu

$$W_0 = 6200 \text{ Ohm}$$

und ωL_0 aus 38) zu

$$\omega L_0 = 12\,100 \text{ Ohm}$$

$$L_0 = 43 \text{ Henry.}$$

Der Transformator wirkt also bei Leerlauf wie eine Spule, die behaftet ist mit einem ohmischen Widerstand von 6200 Ohm und einem Selbstinduktionskoeffizienten von 43 Henry. Diese Spule liegt im Nebenschluß zu den Zuleitungsdrähten. In Serie mit einem dieser Drähte liegt außerdem noch eine Spule, die behaftet ist mit dem ohmischen Widerstand W und dem Selbstinduktionskoeffizienten L. Diese beiden Werte finden wir aus den Gleichungen 39) und 40) zu

$$W = 6{,}75 \text{ Ohm}$$

$$\omega L = 18$$

$$L = 0{,}064 \text{ Henry.}$$

Wäre das Umsetzungsverhältnis 1 : 1, so würde der sekundäre Stromkreis eine Spannung erhalten, die wir finden, indem wir von 3000 V vektoriell jene Spannung abziehen, die in der Spule (W, ωL) verloren geht. Den Primärstrom würden wir erhalten, indem wir

zu dem sekundären Strom von 6,67 A vektoriell den Leerlaufstrom 0,22 A addieren. Da das Umsetzungsverhältnis aber in Wirklichkeit 25 : 1 ist, so ist der sekundäre Strom $25 \times 6{,}67 = 166{,}75$ A, und die sekundäre Spannung ist nur $^1/_{25}$ des oben angegebenen Wertes.

Daß die in Fig. 139 skizzierte Anordnung von zwei Spulen, die eine im Nebenschluß und die andere in Serie mit der Leitung, ein vollkommener Ersatz für den wirklichen Transformator ist, sieht man ohne weiteres aus dem Vektordiagramm. Es sei in Fig. 140 OA der den Verbrauchsapparaten zugeführte Strom, OE seine Spannung und φ die Phasenverschiebung zwischen beiden, die natür-

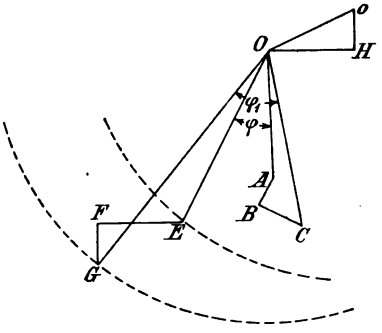


Fig. 140.

lich nur durch den Charakter der Verbrauchsapparate bestimmt ist. Wir machen

$$EF = \omega L i$$
$$FG = Wi.$$

Dann ist OG die zwischen den Klemmen $b\,a_1$ in Fig. 139 bestehende Spannung, und diese ist bei Leerlauf gleich der zwischen $a\,b$ bestehenden Spannung. Machen wir

$$AB = i_h$$

und parallel zu OG und ferner

$$BC = i_\mu$$

und senkrecht zu OG, so ist OC der durch die Klemme a_1 fließende Strom. Die Gruppe von zwei Spulen erhält also den Strom OC und die Spannung OG unter der Phasenverschiebung φ_1; sie gibt

ab den Strom OA mit der Spannung OE und bei einer Phasenverschiebung φ. Auf eine kleine Ungenauigkeit im Diagramm muß noch hingewiesen werden. FG ist eine Wattkomponente und deshalb dem Stromvektor OA parallel gezeichnet. Nun besteht FG in Wirklichkeit aus zwei Teilen, nämlich dem ohmischen Spannungsabfall in der Sekundärspule, dessen Vektor jenem des Sekundärstromes OA parallel sein muß, und dem ohmischen Spannungsabfall in der Primärspule, dessen Vektor jenem des Primärstromes OC parallel sein muß. Nun sind aber AB und BC so kleine Strecken im Vergleich mit OA, daß die Vektoren OC und OA sehr nahezu ineinanderfallen, und wir deshalb FG ohne weiteres dem Vektor OA parallel zeichnen können. Einen ähnlichen Fehler haben wir auch bei Ableitung der Methode zur graphischen Bestimmung des Spannungsabfalles zugelassen. In der Tat ist Fig. 140 zum Teil eine Wiederholung des in Fig. 78 gegebenen Diagramms, wie man sofort sieht, wenn man OH gleich und parallel mit FE und Ho gleich und parallel mit GF macht. Die aus O und o gezeichneten Kreise entsprechen genau den für einen wirklichen Transformator gezeichneten Kreisen in Fig. 78.

Elektrische Konstanten der Leitungen. Jede Leitung hat Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität. Alle diese Eigenschaften sind der Länge proportional. Der Einfluß der Selbstinduktion wird mit wachsender Stromstärke mehr fühlbar, jener der Kapazität mit wachsender Spannung.

Konzentrische Kabel. Um die Selbstinduktion eines konzentrischen Kabels zu finden, müssen wir den Kraftfluß innerhalb des ringförmigen Raumes zwischen Innen- und Außenseite berechnen. Ist in Fig. 141 r_1 der äußere Radius des Innenleiters und r_2 der innere Radius des Außenleiters, so ist unter Vernachlässigung des in der Masse des Leiters selbst auftretenden Kraftflusses die Induktion B im Abstand r vom Mittelpunkt gegeben durch

$$B = \frac{4\pi i}{2\pi r},$$

wobei r zwischen den Grenzen r_1 und r_2 liegt. Der Kraftfluß in l cm Länge ist

$$\Phi = l \int_{r_1}^{r_2} B\, dr$$

$$\Phi = 2\, l\, i \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Bezeichnet L den Koeffizienten der Selbstinduktion, so ist

$$\Phi = L\,i.$$

$$L = 2\,l\,ln\,\frac{r_2}{r_1}.$$

in absolutem Maß. Für praktische Zwecke ist es bequem, L in Henry und die Länge des Kabels in km auszudrücken. Auch wollen wir gewöhnliche statt natürlicher Logarithmen einführen. Das gibt

$$L = 4{,}6\,l\log\frac{r_2}{r_1}\,10^{-4}\ \text{Henry} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 41)$$

Ein konzentrisches Kabel ist ein Kondensator, dessen Belegungen konzentrische Zylinder sind. Der ringförmige Raum zwischen beiden ist von radial gerichteten elektrischen Kraftlinien durchsetzt,

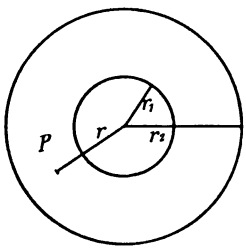


Fig. 141.

deren Dichte in einem Punkte P, r cm von der Achse entfernt, B sein möge. Die Kraft, welche auf die Einheit der Elektrizitätsmenge in diesem Punkte wirkt, ist also radial gerichtet und der Größe nach gleich B. Denken wir uns nun den inneren Zylinder auf einen kleineren Durchmesser zusammengeschrumpft, ohne daß die auf ihm lagernde Elektrizitätsmenge vermindert wird, so bleibt die Kraftliniendichte in P, also auch die dort wirkende Kraft, unverändert. Das gilt auch für den allerdings nicht erreichbaren Grenzfall, daß der innere Zylinder bis zu einer mathematischen Linie zusammengeschrumpft ist, während die Ladung in der Längeneinheit sich nicht vermindert hat. Dieser Zustand ist praktisch nicht erreichbar, weil die Potentialdifferenz zwischen den beiden Belegungen unendlich groß sein müßte. Theoretisch ist diese Anschauungsweise jedoch statthaft, und wir nehmen sie vorübergehend an, um den Gegenstand in einfacher Weise mathematisch behandeln zu können. Wir haben dann den Fall eines unendlich langen gerad-

linigen Leiters, dessen Ladung q pro Längeneinheit beträgt, und der auf den Punkt P, wenn sich dort die Elektrizitätsmenge 1 befindet, die Kraft B ausübt. Ist in Fig. 142 dx ein Element des Leiters, x seine Entfernung von o, und b seine Entfernung von P, so ist die senkrecht zum Leiter gerichtete Komponente der Anziehungskraft

$$-dF = -\frac{q\,dx}{b^2} \cdot \sin\alpha.$$

Da

$$dx = \frac{r\,d\alpha}{\sin^2\alpha} \quad \text{und} \quad b = \frac{r}{\sin\alpha},$$

so haben wir auch

$$-dF = \frac{q}{r}\sin\alpha\,d\alpha$$

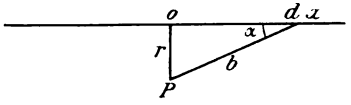


Fig. 142.

und

$$-B = \int_0^{-\pi} dF = -\int_0^{-\pi} \frac{q}{r}\,d(\cos\alpha)$$

$$B = \frac{2q}{r}.$$

Der gesamte Kraftfluß in der Längeneinheit ist $\Phi = 2\pi r B$

$$\Phi = 4\pi q,$$

also unabhängig von den Radien der Zylinder.

Wir können jetzt den Begriff des zur Linie zusammengeschrumpften inneren Zylinders fallen lassen und die Energie berechnen, welche aufzuwenden ist oder gewonnen wird, wenn wir die Einheit der Elektrizitätsmenge von einem Zylinder nach dem andern bringen. Diese Energie ist gleich der Potentialdifferenz zwischen beiden Zylindern. Sie ist

$$\int_{r_1}^{r_2} B\,dr = 2q\,ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right).$$

Da das Produkt von Potentialdifferenz und Kapazität gleich der Ladung $q\,l$ in l Längeneinheiten des Kabels ist, so haben wir in elektrostatischem Maß

$$K\,2\,q\,ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = l\,q$$

$$K = \frac{l}{2\,ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

für ein Kabel, dessen Isoliermaterial die Dielektrizitätskonstante 1 hat. Hat diese Konstante den Wert ε, so ist die Kapazität

$$K = \frac{\varepsilon\,l}{2\,ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}.$$

Für den praktischen Gebrauch ist es zweckmäßig, diese Formel in anderer Form zu schreiben, indem wir die Längen nicht in cm, sondern in km einführen, und Briggsche Logarithmen benützen. Auch wollen wir die Kapazität in Mikrofarad und nicht in elektrostatischen Einheiten angeben. Die elektrostatische Einheit der Kapazität ist 900 000 mal kleiner als das Mikrofarad. Wir haben also

$$K = \frac{1}{900\,000} \cdot \frac{\varepsilon\,l\,10^5}{2\,.\,2{,}3\,\lg\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

$$K = \frac{0{,}024\,\varepsilon\,l}{\log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \text{ Mikrofarad} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 42)$$

wenn l in Kilometern eingesetzt wird. Dabei ist ε die Dielektrizitätskonstante und für imprägnierte Papier- oder Faserkabel von der Größenordnung 2.

Für Luftleitungen vom Radius r, die im Abstand d voneinander parallel geführt werden, hat Steinmetz[1]) die Werte von L und K angegeben. Sie sind

$$L = 9{,}2\,l\log\frac{d}{r}\,10^{-4} \text{ Henry} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 43)$$

$$K = \frac{0{,}012\,l}{\log\frac{d}{r}} \text{ Mikrofarad} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 44)$$

Diese Formel ist abgeleitet unter der Voraussetzung, daß d im Vergleich mit r ziemlich groß ist. Bei verseilten Kabeln ist diese Bedingung jedoch nicht erfüllt, und es gibt der Ausdruck

[1]) ETZ 1893, S. 478.

$$K = \frac{0{,}012\, l\, \varepsilon}{\log \frac{d}{r}} \text{ Mikrofarad}$$

in diesem Fall einen zu kleinen Wert für die Kapazität.

Eine etwas genauere, aber allerdings auch nur eine Näherungsformel hat Lichtenstein[1]) angegeben. Ist R der innere Radius des Bleimantels, a der Radius des Kreises, der durch die Mittelpunkte der drei Kabelquerschnitte gelegt werden kann, also $a\sqrt{3}$ die gegenseitige Entfernung der Mittelpunkte und r der Radius des einzelnen Kabels, so ist die Kapazität in MF per km

$$K = \frac{0{,}048\, \varepsilon}{\log \left[\frac{3\, a^2}{r^2} \cdot \frac{(R^2 - a^2)^3}{(R^6 - a^6)} \right]}.$$

Es ist das jene Kapazität, welche zu rechnen ist, wenn man aus der Sternspannung den Ladestrom im einzelnen Leiter berechnen will.

Ein Vergleich der Formeln 41 bis 44 zeigt, daß bei konzentrischen Kabeln die Selbstinduktion viel geringer ist als bei Luftleitungen, daß aber dafür bei letzteren die Kapazität viel geringer ist als bei konzentrischen Kabeln. Um einen Begriff von der Größenordnung der Werte zu erhalten, sind in der folgenden kleinen Tabelle die elektrischen Konstanten für eine 10 km lange Leitung von 50 qcm Querschnitt zusammengestellt. Der Drahtabstand bei der Luftleitung ist zu 60 cm angenommen. Die Frequenz sei 50, also $\omega = 314$.

Einfache Länge der Leitung 10 km	Konzentrisches Kabel	Luftleitung
Widerstand der ganzen Leitung in Ohm	7	7
L in Henry	$1{,}65 \times 10^{-3}$	20×10^{-3}
ωL in Ohm	0,52	6,28
Gegenseitige Kapazität in Mikrofarad .	2,5	0,055
Bei 3000 V ist der Ladestrom in Ampere	2,34	0,052

Wie diese Tabelle zeigt, verschwindet beim konzentrischen Kabel der induktive Widerstand fast gänzlich gegen den ohmischen Widerstand, während bei der Luftleitung der Ladestrom fast gänzlich verschwindet gegenüber dem Strom, den eine Leitung von 50 qmm Querschnitt führen kann. Dagegen ist der Ladestrom des konzentrischen Kabels nicht so klein, daß man ihn vernachlässigen könnte,

[1]) ETZ 1904, S. 126.

besonders dann nicht, wenn das Kabel von einem Transformator herauftransformierten Strom erhält. Dann ist nämlich die Selbstinduktion des Transformators mit der Kapazität des Kabels in Serie geschaltet und es treten gewisse Erscheinungen auf, die man im Allgemeinen mit dem Namen Resonanz bezeichnet und die unter Umständen für das Kabel sowohl als für den Transformator gefährlich werden können.

Resonanz. Um das Entstehen von Resonanz an einem einfachen Beispiel zu erklären, wollen wir annehmen, wir hätten das oben erwähnte konzentrische Kabel verlegt und wollen es mit einer Spannung von 6000 V prüfen[1]). Da die Schienenspannung in der Zentrale nicht wesentlich höher sein kann als die normale Betriebsspannung von 3000 V, so müssen wir die Spannung mittels eines

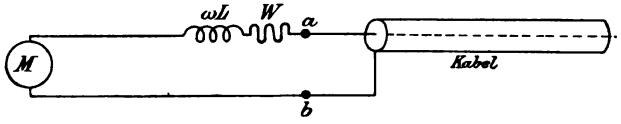


Fig. 143.

Transformators herauftransformieren. Die Frequenz sei 50, wie in deutschen Zentralen üblich. Dieser Transformator muß sekundär abgeben den Ladestrom bei 6000 V. Nach obiger Tabelle ist der Ladestrom bei 3000 V von der Größenordnung 2,34 A; er wird also bei 6000 V etwa 4,7 A betragen und es ist für die Kabelprüfung ein Transformator von 28 KVA Leistungsfähigkeit notwendig. Da jedoch der Transformator nur kurze Zeit gebraucht wird, kann er etwas überlastet werden. Wir wollen annehmen, daß uns für die Prüfung ein Transformator von 24 KVA zur Verfügung steht und daß wir diesem auf kurze Zeit bis zu 30 KVA belasten können. Wir wollen, um die Untersuchung zu vereinfachen, von dem im ersten Abschnitt dieses Kapitels eingeführten Begriff, der äquivalenten Spulen, Gebrauch machen. Dann kann die Anordnung durch Fig. 143 dargestellt werden.

Die Spule (W_0, ωL_0) ist in dieser Skizze weggelassen, weil sie nur die Maschine M in der Zentrale belastet, aber auf den Vorgang

[1]) Eine solche Prüfung ist in Übereinstimmung mit den Sicherheitsvorschriften des V. D. E., § 1 d.

zwischen Kabel und Spule (W, ωL), der uns augenblicklich allein interessiert, keinen Einfluß hat.

Das Kabel, dessen Kapazität K Mikrofarad sein möge, nimmt einen Ladestrom auf, der nach 25) Seite 153 berechnet wird; es ist

$$i = K \omega e 10^{-6} = 4{,}68.$$

Dieser Strom fließt auch durch die Spule (W, ωL). Der Transformator, welcher durch die Spule (W, ωL) ersetzt wird, habe $1\frac{1}{2}\%$ Kupferverlust und 4% induktiven Spannungsabfall. Es ist also für

$$i = 4 \qquad P = 24 \qquad \sigma = 4 \qquad P_v = 360 = Wi.$$

Dann wird

$$W = 360 : 4^2$$
$$W = 22{,}5 \text{ Ohm}$$

und ωL berechnet sich aus 40) Seite 268 zu

$$\omega L = 60 \text{ Ohm}.$$

Der Ladestrom von 4,68 A erzeugt also in W einen ohmischen Spannungsabfall von 105 V und in ωL eine induktive Spannungserhöhung von rund 280 V, so daß die Maschine nur 5720 V geben darf, wenn das Kabel genau 6000 V erhalten soll. Der Transformator würde für kurze Zeit eine viel größere Stromstärke vertragen. Diese tritt auf, wenn wir das Kabel verlängern. Dann muß aber auch der Unterschied zwischen Maschinenspannung und Spannung am Kabel wachsen, eine Erscheinung, die zuerst bei der Verlegung der konzentrischen Ferranti-Leitungen zwischen Deptford und London beobachtet worden ist und die deshalb den Namen Ferranti-Effekt erhalten hatte. Es wäre richtiger gewesen, die Erscheinung Resonanzeffekt zu nennen, denn sie wird tatsächlich durch eine Resonanz zwischen Kapazität und Selbstinduktion hervorgebracht.

Spannungserhöhung durch Resonanz. In dem eben durchgerechneten Beispiel war die Spannungserhöhung nur unbedeutend. Es kam das daher, daß die Induktanz des Transformators und die Kapazität des Kabels klein waren. Nun können aber Fälle eintreten, wo die Verhältnisse nicht so günstig liegen. Denken wir uns eine Zentrale mit weit verzweigtem konzentrischen Kabelnetz und betrachten wir zunächst ein Kabel, an dessen entferntem Ende ein Transformator angeschlossen ist. Die Belastung auf der sekundären Seite sei Null. Wir können also in der äquivalenten Anord-

nung die Spule (W, ω L) fortlassen und brauchen uns nur mit der Spule (W_0, ω L_0) zu beschäftigen. Das Kabel hat nicht nur Kapazität zwischen Innen- und Außenleiter, sondern auch, und zwar eine größere, Kapazität zwischen Außenleiter und Bleimantel. Da aber der Bleimantel von Erde nicht isoliert ist, so hat der Außenleiter Kapazität gegen Erde. Diese schwankt je nach der Größe des Kabels zwischen etwa 0,6 und 1,5 Mikrofarad pro km. In Fig. 144 seien S die Sammelschienen in der Zentrale, T der am entfernten Ende des Kabels angeschlossene Transformator, C_1 die Kapazität des Außenleiters gegen Erde und C_2 die Kapazität sämtlicher andern Außenleiter im ganzen Hochspannungsnetz gegen Erde. Denken wir uns nun den Außenleiterschalter a geöffnet, so fließt

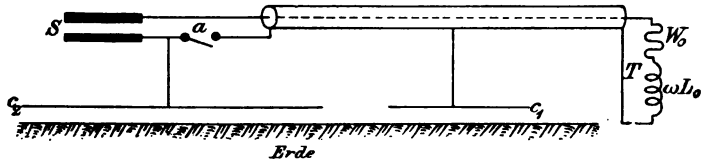


Fig. 144.

der Strom von der oberen Sammelschiene ausgehend durch den Innenleiter in die Spule (W_0 ω L_0), von dort nach dem Außenleiter, und da bei a die Verbindung unterbrochen ist, durch den Kondensator C_1 zur Erde und von Erde durch den Kondensator C_2 zur untern Sammelschiene. Es sind also die beiden Kapazitäten in Serie geschaltet mit der Spule (W_0 ω L_0). Die Kapazität von zwei in Serie geschalteten Transformatoren ist bekanntlich

$$C = \frac{C_1 \, C_2}{C_1 + C_2} .$$

Nun ist C_1 die Kapazität nur eines Kabels und C_2 die aller übrigen Kabel; es ist also C_1 immer sehr klein gegen C_2 und wir können mit genügender Annäherung schreiben

$$C = C_1 .$$

Die Außenleiter des ganzen Stadtnetzes wirken also, als ob sie Erdschluß hätten, und die Isolierung des abgeschalteten Außenleiters muß der ganzen Spannung des Ladestromes widerstehen. Diese Spannung kann aber infolge von Resonanz stark anwachsen und

darin liegt die Gefahr des Durchschlagens des abgeschalteten Außenleiters. Um uns ein Bild über die Größe dieser Gefahr zu machen, wollen wir als Beispiel ein Stadtnetz von 100 km konzentrischer Hochspannungskabel annehmen. Die Betriebsspannung sei primär 3000 V, die Frequenz 45. Die Kapazität von Außenleiter gegen Blei hängt von der Beschaffenheit des Isoliermaterials, seiner Dicke und dem Kabelquerschnitt ab. Wir können, ohne uns auf langwierige Berechnung irgend einer besonderen Anlage einzulassen, annehmen, daß sie im Durchschnitt von der Größenordnung 1 Mikrofarad pro Kilometer ist. Wir wollen ferner annehmen, daß der mit dem einseitig abgeschalteten Kabel noch verbundene Transformator eine Leistung von 20 Kilovolt-Ampere hat, und daß seine elektrischen Konstanten die auf Seite 268 angegebenen Werte haben. Um nun zu untersuchen, unter welchen Umständen eine gefährliche Erhöhung der Spannung eintritt, ist es am bequemsten, wenn man für verschiedene Werte der Klemmenspannung diejenige Kapazität bestimmt, welche nötig ist, damit der Ladestrom genau gleich wird dem dieser Klemmenspannung entsprechenden primären Leerlaufstrom. Dabei nehmen wir an, daß die Maschinenspannung (welche der Kombination von Transformator und Kapazität aufgedrückt wird) in allen Fällen 3000 V beträgt, also konstant ist. Letzteres entspricht den tatsächlichen Verhältnissen, denn die Generatoren in modernen Elektrizitätswerken sind so groß, daß ihre Klemmenspannung durch die Vorgänge, um die es sich handelt, so gut wie gar nicht beeinflußt wird.

Wie schon oben angegeben, nehmen wir an, daß das Sekundärnetz am Ende des Kabels, das wir in diesem Falle als Ausläufer ansehen können, unbelastet ist. Dieser Fall ist möglich, wenn der Ausläufer ein Villenquartier mit Strom versorgt, in dem zu gewissen Zeiten weder für Lampen noch Motoren ein Strombedarf besteht; er kann aber auch eintreten, wenn behufs Herstellung eines neuen Anschlusses das Sekundärnetz vom Transformator abgeschaltet werden muß.

Wenn man die magnetischen Eigenschaften des Eisens im Transformator kennt, so kann man für jede Klemmenspannung den Leerlaufstrom und die Verluste, also auch die Phasenverschiebung des Leerlaufstromes, berechnen. Die Rechnung ist so einfach, daß sie nicht im Einzelnen durchgeführt zu werden braucht. Für eine bestimmte Sorte Eisen erhalten wir die in Fig. 145 zeichnerisch dar-

gestellten Werte. In dieser Figur bedeutet P_v den Eisenverlust beim Leerlauf, i_0 den Leerlaufstrom, i_h seine Wattkomponente und i_μ seine wattlose Komponente. Der Verlust im Kupfer ist, weil unerheblich, in P_v nicht berücksichtigt.

Um nun für irgend eine Klemmenspannung, z. B. 3500 V, die entsprechende Kapazität zu finden, verfährt man folgendermaßen. Man zeichnet (Fig. 146) in einem beliebigen Voltmaßstabe $OA = 3500$ und in einem beliebigen Amperemaßstabe $OB = 0{,}23$. Das ist

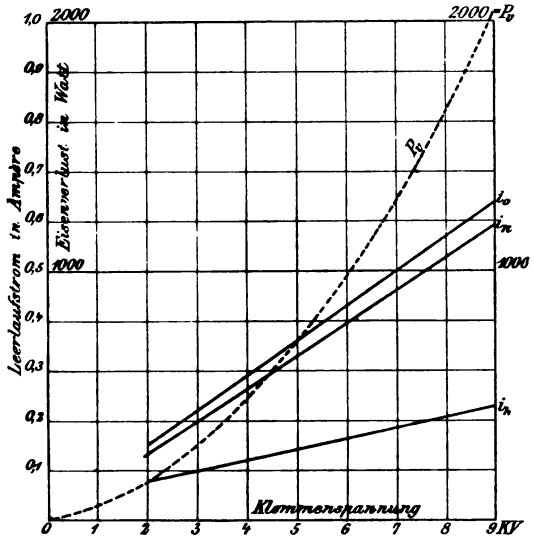


Fig. 145.

20 KVA-Transformator bei 3000 V $\nu = 45$
800 Watt Eisenverlust, 3.3 % Leerlaufstrom.

die dem Diagramm Fig. 145 entnommene wattlose Komponente des Leerlaufstromes. Sie steht auf OA senkrecht. Die Wattkomponente BC ist OA parallel. In unserem Falle ist $BC = 0{,}11$. Die Strecke OC stellt den Leerlaufstrom dar und muß natürlich auf dem Vektor der Kondensatorspannung senkrecht stehen. Durch diese Bedingung ist die Lage AD dieses Vektors festgesetzt. Seine Länge ist durch die Bedingung festgestellt, daß die Maschinenspannung 3000 V betragen muß. Wenn wir also mit dem Radius 3000 aus O einen Kreis schlagen, so geben seine Schnittpunkte E und F mit der

Geraden AD die zwei Ecken der Kräftedreiecke, deren gemeinschaftliche Seite OA die angenommene Klemmenspannung von 3500 V ist. Die Spannung von Außenleiter zu Blei ist also entweder

$$AE = 5700 \text{ V}$$

oder

$$AF = 575 \text{ V}.$$

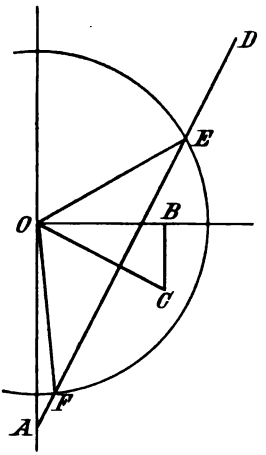


Fig. 146.

Ein anderer Wert ist bei der Klemmenspannung von 3500 V am Transformator nicht möglich. Damit aber der eine oder der andere Wert eintritt, muß die Kapazität des Außenleiters gegen Blei einen bestimmten Wert haben. Der Ladestrom ist (nach Gleichung 25)

$$i = Ce\omega 10^{-6},$$

also in unserem Fall

$$0{,}26 = 282\, Ce\, 10^{-6}.$$

Aus dieser Formel kann die Kapazität C in Mikrofarad berechnet werden. Sie ist für

$$e = 5700 \qquad C = 0{,}161$$

und für

$$e = 575 \qquad C = 1{,}60.$$

In ähnlicher Weise kann die Kapazität, die jeder andern Klemmenspannung entspricht, gefunden werden. Wir erhalten für Klemmenspannungen größer als 3000 V jedesmal zwei Werte der

Kapazität, einen kleinern, dem die höhere Spannung zwischen Außenleiter und Blei entspricht, und einen größern, dem eine kleinere Spannung entspricht. Für die Klemmenspannung von 3000 V ist der größere Wert der Kapazität unendlich. Das ist einleuchtend, denn die unendliche Kapazität ist gleichbedeutend mit Kurzschluß zwischen Außenleiter, Blei und Außenleitersammelschiene. Dann ist aber zwischen Außenleiter und Blei keine Spannung und im Diagramm fallen die Punkte A und F zusammen. Streng genommen kann dieser Fall bei isoliertem Außenleiter jedoch nicht eintreten, weil die Kapazität nicht unendlich sein kann. Er tritt jedoch ein, wenn wir den Außenleiter an irgend einem Punkt, z. B. in der Zentrale, an Erde legen. Es ist dadurch ein bequemes Mittel gegeben, die Gefahr des Durchschlagens zu vermeiden. Für Klemmenspannungen kleiner als 3000 V ist AF negativ, d. h. die Kapazität müßte negativ, also eine Selbstinduktion sein, was natürlich unmöglich ist. Für diese Werte ist also nur AE zu berücksichtigen.

Wenn man die Konstruktion für verschiedene Werte der Klemmenspannung durchführt und die Ergebnisse graphisch aufträgt, so erhält man die in Fig. 147 gezeichnete Kurve. Die Kapazität ist als Abszisse und die Spannung von Außenleiter zu Blei als Ordinate aufgetragen. Der leichteren Übersicht halber ist auch die Kurve der Klemmenspannung eingetragen. Eigentlich sollte noch eine Korrektion gemacht werden, um dem Umstande Rechnung zu tragen, daß C_1 gegenüber C_2 nicht unendlich klein ist, also $C < C_1$ ist. Diese Korrektion wollen wir jedoch vernachlässigen, denn es ist praktisch ganz gleichgültig, ob der Außenleiter gegen Blei 6000 oder 6100 V bekommt; beides ist gleich gefährlich.

Da unserer Voraussetzung gemäß der Ausläufer nur den Transformator von 20 Kilovoltampere speist, so wird der Querschnitt eines jeden Leiters nicht größer als etwa 16 qmm zu sein brauchen. Der oben angegebene Durchschnittswert von 1 Mikrofarad ist für dieses Kabel zu hoch. Seine Kapazität ist etwa von der Größenordnung 0,6 Mikrofarad pro Kilometer. Wenn wir eine Spannung über 5000 V von Außenleiter gegen Blei als gefährlich betrachten, so zeigt Fig. 147, daß die gefährliche Kapazität zwischen den Grenzen 0,13 und 0,35 Mikrofarad, die gefährliche Länge mithin zwischen 215 und 580 m liegt. Am gefährlichsten ist ein Außenläufer von 420 m Länge, da er mit einer Spannung von über 8000 V belastet wird.

Es ist vielfach die Ansicht verbreitet, daß die Gefahr des Durchschlagens bei verseilten Kabeln nicht vorhanden ist. Das ist nicht richtig; sie ist zwar geringer, aber nicht ganz beseitigt. Das verseilte Kabel unterscheidet sich vom konzentrischen erstens durch die gleich gute Isolierung aller Leiter und zweitens durch die viel geringere Kapazität. Ein für 3000 V gebautes Kabel muß eine Prüfspannung von 6000 V aushalten und wird wahrscheinlich noch mehr vertragen. Die gleiche Beanspruchung kann man dem Außenleiter eines konzentrischen Kabels nicht zumuten. Die Kapazität

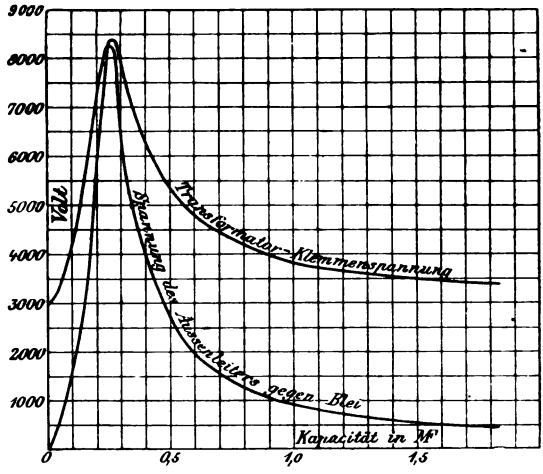


Fig. 147.

20 KVA-Transformator, 3,3% Leerlaufstrom, 300 Watt Eisenverlust, 3000 V, $\nu = 45$. Leerlauf. Außenleiter am Anfang abgeschaltet, am Ende mit Transformator verbunden.

eines Leiters gegen Blei ist bei einem verseilten Kabel wegen des größeren Durchmessers des Bleimantels viel kleiner als die des Außenleiters bei einem gleichwertigen konzentrischen Kabel. Wenn sie z. B. nur ein Fünftel von dieser beträgt, so würde bei einer gefährlichen Spannungsgrenze von 6000 V die gefährliche Länge des Ausläufers bei Verwendung eines verseilten Kabels zwischen 1400 und 2000 m betragen. Ist die Länge kleiner oder größer, so ist kein Durchschlagen zu befürchten, wenn ein Leiter am Anfang des Ausläufers

abgeschaltet wird. Liegt aber zufälligerweise die Länge des Ausläufers zwischen den angegebenen Grenzen, so ist Gefahr vorhanden. Um sie zu vermeiden, wird man zweckmäßig alle Leiter immer gleichzeitig zu- oder abschalten. Nun kann es vorkommen, daß infolge eines Kurzschlusses im Sekundärnetz dieses sich durch Schmelzen seiner Sicherungen abschaltet und gleichzeitig nicht alle, sondern nur eine der Sicherungen am Anfang des Primärkabels abschmilzt. Dadurch kann ein gefährlicher Zustand eintreten. Es ist also auch das verseilte Kabel gegen die Gefahr des Durchschlagens nicht absolut geschützt, wenn man nicht den Kunstgriff gebraucht, die Sicherungen am Anfang bedeutend stärker zu machen als am Ende. Das konzentrische Kabel kann geschützt werden, indem man dem Außenleiter gar keine Sicherung gibt, so daß sich nur der Innenleiter abschalten kann.

Wir haben bisher angenommen, daß das Sekundärnetz am Ende des Ausläufers vom Transformator abgeschaltet und auch mit den übrigen Sekundärkabeln nicht in Verbindung ist. Nun wollen wir, ohne eine Verbindung mit den übrigen Sekundärkabeln herzustellen, das gewissermaßen als Insel ausgebildete Sekundärnetz mit dem Transformator verbinden und eine gewisse Belastung annehmen. Dann liegen die Verhältnisse bedeutend günstiger. Selbst eine sehr geringe Belastung reicht schon aus, um auch bei abgeschaltetem Außenleiter eine gefährliche Erhöhung seiner Spannung gegen Blei zu vermeiden. Fig. 148 gibt Kurven für Transformator- und Außenleiterspannung unter der Voraussetzung, daß sekundär ein Zehntel der Belastung angeschlossen ist, und daß der Leistungsfaktor im sekundären Stromkreis 0,9 ist. Die Kurven sind unter Anwendung der in Fig. 146 gegebenen Konstruktion erhalten, nur mit dem Unterschied, daß jetzt OC nicht nur den Leerlaufstrom, sondern die Resultate von Leerlaufstrom und Belastungsstrom darstellt. Wie man aus Fig. 148 sieht, ist das Maximum der Außenleiterspannung 3800 V. Es tritt ein für einen Ausläufer von etwa 1 km bei einem konzentrischen und etwa 5 km bei einem verseilten Kabel. Man kann diesen Zustand als ungefährlich betrachten. Der Grund, warum selbst bei geringer Sekundärbelastung die Gefahr sehr vermindert wird, ist die geringe Phasenverschiebung ($\cos \varphi = 0{,}9$) im Sekundärnetz. Da nun geringe Phasenverschiebung die Gefahr vermindert, so ist anzunehmen, daß große Phasenverschiebung sie erhöhen wird. Das ist in der Tat der Fall. Nehmen wir an, daß

der Ausläufer nicht zur Beleuchtung eines Villenquartiers, sondern zum Betrieb eines Motors verwendet wird. Der Motor, der von dem 20 Kilovoltampere-Transformator gespeist wird, habe bei Vollbelastung einen Leistungsfaktor von 0,8. Seine Induktanz wird (in den Primär-

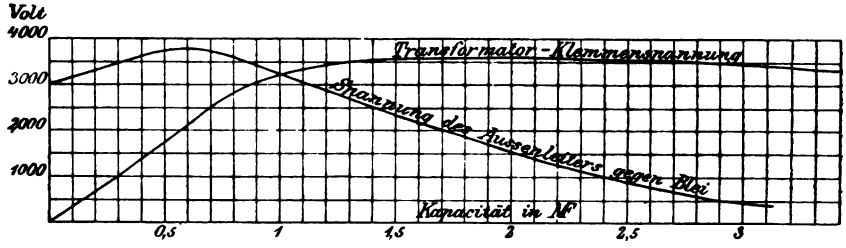


Fig. 148.

20 KVA-Transformator. 3,8 % Leerlaufstrom. 800 Watt Eisenverlust. 3000 V, $\nu = 45$. Belastung $^1/_{10}$ der Vollbelastung. Sekundär $\cos \varphi = 0{,}9$. Anfang des Ausläufers nur am Innenleiter mit der Stromquelle verbunden, Außenleiter abgeschaltet. Am äußeren Ende sind beide Leiter mit dem Transformator verbunden.

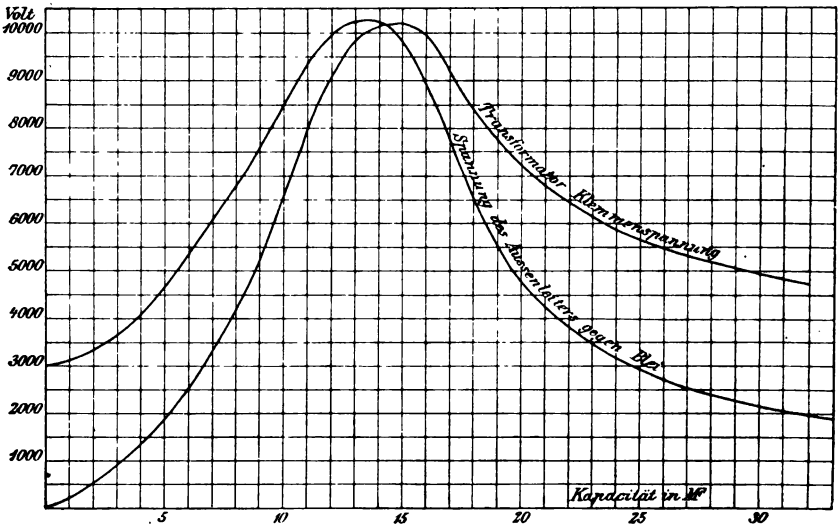


Fig. 149.

Am Ende des Ausläufers ist ein 20 KVA-Transformator angeschlossen, der einen 20 PS Motor treibt. Induktanz des Motors übersetzt in die Primärspule ist bei $\cos \varphi = 0{,}8$ $\omega L = 270$. Es ist vorausgesetzt daß beim Anlassen $\cos \varphi = 0{,}3$ und daß die Sicherung am Anfang des Außenleiters durchgeht. Transformator hat 3,8 % Leerlaufstrom. $1^1/_2$ % = 300 Watt Eisenverlust. Er ist nur durch den Motor belastet.

stromkreis übersetzt) von der Größenordnung 270 sein. Beim Anlauf sei der Leistungsfaktor 0,3. Geht nun gleich nach dem Anlassen die Sicherung am Anfang des Außenleiters durch, so tritt ein gefährlicher Zustand ein. Fig. 149 zeigt die Spannungskurven für diesen Fall. Sie sind in ähnlicher Weise wie in den früheren Beispielen erhalten worden. Die gefährlichen Längen des Ausläufers sind jetzt bedeutend größer als früher. Für mäßige Entfernungen sind mithin verseilte Kabel vollkommen ungefährlich und konzentrische können dadurch geschützt werden, daß man den Außenleiter nicht sichert.

Bisher haben wir angenommen, daß Transformator und Kabel nur durch die Kapazität des letzteren mit dem übrigen Kabelnetz verbunden sind, und daß durch Abschalten des Außenleiters Resonanz und eine gefährliche Spannungserhöhung eintritt. Um sie zu vermeiden, braucht man nur die alte Schaltregel zu befolgen:

Außenleiter zuerst einschalten,
Innenleiter zuerst ausschalten.

Oder man kann durch Weglassung aller Sicherungen und Schalter im Außenleiter dafür sorgen, daß ein gefährlicher Zustand unter allen Umständen vermieden wird. Resonanz der hier behandelten Art kann also dann nicht eintreten. Es kann aber Resonanz einer anderen Art eintreten, wenn ein Innenleiter Erdschluß erhält.

Kabeldurchschläge in weit verzweigten Netzen. Es sei bei einem zusammenhängenden Sekundärnetz in Fig. 150 P und S die Primär- und Sekundärspule eines Transformators auf einer Unterstation. J ist Innenleiter und A Außenleiter der zu dieser Unterstation führenden Speiseleitung. Diese Unterstation ist mit anderen Unterstationen durch Primärkabel verbunden. J_1 stelle sämtliche Innenleiter und A_1 sämtliche Außenleiter dieser Verbindungskabel dar. Die übrigen Unterstationen sind nicht gezeichnet; zu einigen davon oder auch zu allen führen von den Zentralen aus Speiseleitungen. $J_2 A_2$ sind die Innen- und Außenleiter der sekundären Verteilungskabel, die nach den benachbarten Unterstationen führen. Wird nun J absichtlich oder durch Abschmelzen der Sicherung s abgeschaltet, so wird dadurch P nicht spannungslos, denn es erhält von anderen Speiseleitungen über J_1 noch Spannung. Selbst wenn s und s_1 abschmelzen, wird P noch nicht spannungslos, denn diese Spule erhält Spannung durch die Sekundärspule S, die von anderen Unterstationen durch die Leiter J_2 und A_2 gespeist wird. Damit P

spannungslos werde, muß die Verbindung sowohl auf der primären als auch auf der sekundären Seite unterbrochen werden.

Nehmen wir nun an, es entstehe bei D, z. B. an der Einführungsmuffe in den Transformator, Erdschluß. Dann werden die Sicherungen s, s_2 und s_1 abschmelzen. Welche früher abschmilzt, ist ganz gleichgültig, denn der Erdschluß bleibt auch nach dem Abschmelzen bestehen. Die Stromzufuhr zum Transformator findet

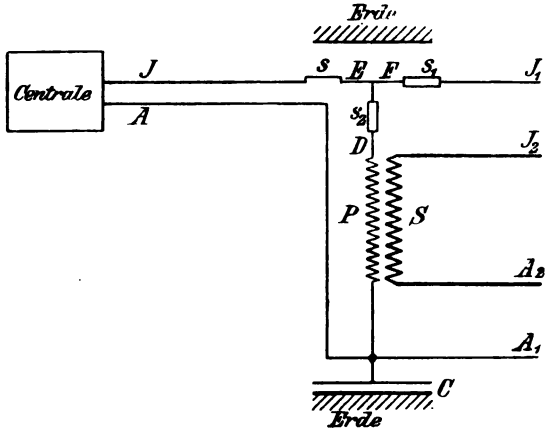


Fig. 150.

jetzt auf der sekundären Seite statt, und seine Primärspule wird in eine Quelle von Wechselspannung verwandelt, die behaftet ist mit Induktanz und Widerstand. Der Stromlauf ist jetzt folgender: Von der über dem Diagramm gezeichneten „Erde" (gleichbedeutend mit Bleimantel des ganzen Kabelnetzes) nach D durch P nach A_1 und durch die Kapazität C aller Außenleiter gegen Blei nach der unter dem Diagramm gezeichneten „Erde". Es ist zu beachten, daß jetzt die Induktanz viel kleiner ist als in den früher behandelten Fällen, denn sie rührt nur von der magnetischen Streuung im Transformator her, dafür ist aber die Kapazität jetzt viel größer, nämlich die des ganzen Kabelnetzes. Es kann also Resonanz und mithin ein sich über das ganze Kabelnetz erstreckender gefährlicher Zustand eintreten. Ob das der Fall sein wird oder nicht, hängt von der Belastung des Sekundärnetzes und der Dimensionierung der Sicherungen ab. Ist die Belastung sehr groß, und sind die Leiter J_2 A_2 verhält-

nismäßig schwach gesichert, so ist es denkbar, daß der Strom durch S noch vor dem Abschmelzen der Sicherungen s_2 und s_1 unterbrochen wird. Dadurch wird natürlich jede Gefahr vermieden. Die Wahrscheinlichkeit, daß die sekundären Sicherungen schnell abschmelzen, wird durch große lokale Belastung natürlich vergrößert, und in diesem Sinne wird die Gefahr des Durchschlagens durch Größe und Verteilung der Belastung im Sekundärnetz beeinflußt. Einen Schutz kann man jedoch in dieser Weise nicht erzielen, denn es ist praktisch unmöglich, Sicherungen mit der nötigen Genauigkeit einzustellen. Nun könnte man allerdings geltend machen, daß ein genaues Einstellen der Sicherungen nicht nötig ist, da es sich ja um einen Erdschluß in P und diesem entsprechend um einen Kurzschluß in S handelt, so daß die Sicherungen in $J_2 A_2$ unfehlbar durchbrennen müssen. Das tun sie auch, nur brauchen sie Zeit dazu. Im dritten Kapitel ist das Gesetz entwickelt worden, nach dem sich für einen Transformator die zur Erreichung einer bestimmten Temperatur nötige Zeit berechnen läßt. Dieses Gesetz gilt natürlich nicht nur für Transformatoren, sondern für alle durch Strom erwärmten Körper, also auch für Schmelzsicherungen. Ist w der Widerstand des Schmelzstreifens, i die Stromstärke, T die Schmelztemperatur, c eine Konstante, die von der Wärmekapazität des Streifens und seiner Klemmen abhängt, und k ein Faktor, der die Wirksamkeit der Kühlung darstellt, so ist die Zeit vom Kurzschluß bis zur Stromunterbrechung (vergleiche Seite 56) gegeben durch

$$t = 2{,}3 \frac{c}{k} \log \left(1 - \frac{kT}{wi^2}\right).$$

Besondere Genauigkeit in der Bestimmung von t ist nicht nötig, denn wenn t überhaupt größer ist als die Zeit weniger Perioden, so ist das ausreichend, um Resonanz gefährlicher Art hervorzurufen. Eine angenäherte Rechnung zeigt nun, daß bei einer Sicherung, die bei der doppelten Normalstromstärke in 100 Sekunden abschmilzt (und schwächer wird man wohl aus praktischen Rücksichten nicht sichern dürfen), bei zwanzigfacher Stromstärke immer noch 0,7 und bei 50- bis 60-facher 0,13 Sekunden braucht, um abzuschmelzen. Es würden also selbst in diesem extremen Fall noch 6 Perioden vor Unterbrechung des Stromes durchlaufen werden, und das ist völlig ausreichend, um Unheil anzurichten. Wir können also sagen, daß Sicherungen zur Verhütung des Durchschlagens wertlos sind. Das

gilt natürlich auch von der Sicherung s_2. Wir haben bisher angenommen, daß der Erdschluß in D (Fig. 150) eintritt. Findet er jedoch jenseits dieser Sicherung, also in E oder F statt, so bildet dies auch keinen Schutz gegen das Auftreten von Resonanzerscheinungen, wenn s und s_1 früher abschmelzen als s_2.

Die obigen Überlegungen zeigen, daß trotz Sicherungen im Innenleiter und trotz Fortlassung der Sicherungen im Außenleiter Resonanz entstehen kann. Die Frage ist nur noch, ist das eine gefährliche Resonanz? Um diese Frage zu beantworten, greifen wir auf das frühere Beispiel eines Stadtnetzes mit insgesamt 100 Mikrofarad Außenleiter-Kapazität zurück. Wir hatten einen Transformator von 20 Kilovoltampere Leistungsfähigkeit angenommen. Der Eisenverlust bei normaler Spannung war 300 Watt, und den Kupferverlust hatten wir bei normaler Belastung auch zu 300 Watt, den ohmischen Spannungsabfall also zu $1\frac{1}{2}\,\%$ angenommen. Der induktive Spannungsabfall war $\sigma = 4\,\%$. In die Primärwicklung übersetzt, bedeutet das bei Vollbelastung

$$\begin{aligned} e_w &= W\,6{,}7 = 45 \\ e_s &= \omega L\,6{,}7 = 120 \\ e &= \sqrt{45^2 + 120^2} = 128. \end{aligned}$$

Wenn wir also den Sekundärklemmen Strom unter einer Spannung von

$$100 \cdot \frac{128}{3000} = 4{,}26\,\%$$

der normalen Sekundärspannung zuführen, so wird in der kurzgeschlossenen Primärspule die normale Stromstärke entstehen.

Die Gleichungen zeigen, daß, je größer der Transformator ist, desto kleiner Widerstand und Induktanz sind. Für ähnlich gebaute Transformatoren können also diese Werte als der Leistungsfähigkeit umgekehrt proportional angesehen werden. Ist P die Leistungsfähigkeit in Kilovoltampere, so würden wir für Transformatoren derselben Type und Spannung allgemein haben

$$W = \frac{134}{P}$$

$$\omega L = \frac{360}{P},$$

wobei W und ωL als in den Primärkreis übersetzt aufzufassen sind.

Wir nehmen nun an, der Erdschluß des Innenleiters finde bei einem Transformator von $P = 20$ statt. Um die Außenleiterspannung gegen Erde zu finden, verfahren wir, wie folgt. Wir nehmen irgend einen Ladestrom, z. B. 40 A, willkürlich an. Die Wattkomponente ist

$$40 \cdot \frac{45}{128} = 14$$

und die wattlose Komponente ist

$$40 \cdot \frac{120}{128} = 37{,}5.$$

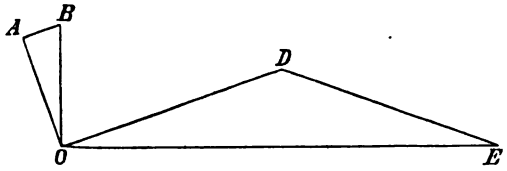


Fig. 151.

In Fig. 151 ist $OA = 37{,}5$, $AB = 14$ und $OB = 40$. Die Klemmenspannung muß auf OA senkrecht stehen, und ihre Größe bestimmt sich aus

$$e = 128 \cdot \frac{40}{6{,}7}$$

zu $e = 764$ V, wobei wir wegen seiner Kleinheit den Einfluß des Verlustes im Eisen unberücksichtigt lassen. Wir erhalten so den Vektor der Klemmenspannung $OD = 764$. Damit nun ein Strom von 40 A den Kondensator ladet, ist eine Spannung nötig, die sich aus

$$i = \omega C e \, 10^{-6}$$

zu 1420 V bestimmt. Wir ziehen also eine Senkrechte auf OB und machen $OE = 1420$. Es ist also $DE = 750$ V die Spannung, welche der Kombination: Transformator und Kabelnetz zugeführt werden muß, damit der angenommene Strom von 40 A fließt. Nun wird aber der Spule P nicht eine Spannung von 750 V, sondern eine viel höhere Spannung zugeführt. Wenn das Sekundärnetz keinen Widerstand hätte, würde die normale Sekundärspannung in S herrschen und die in P übersetzte würde $DE = 3000$ V geben. Wegen des Widerstandes in den sekundären Kabeln ist die Span-

nung etwas geringer. Wieviel die Reduktion beträgt, können wir nur annähernd bestimmen. Sind die Verbindungsleitungen zwischen den Unterstationen so bemessen, daß der Spannungsverlust 1,5% beträgt, und sind mit der betrachteten Unterstation drei andere in Verbindung, so wird der Transformator durch drei Kabel gespeist. Der Verlust bei Normalbelastung von 6,7 A primär würde also nur $^1/_3$ von 1,5% oder 0,5% betragen. Nun ist die Belastung aber nicht 6,7 A, sondern nahezu

$$40 \cdot \frac{3000}{750} = 160 \text{ A}$$

und der Verlust ist mithin

$$0{,}5 \cdot \frac{160}{6{,}7} = 12\%.$$

Es ist also die zugeführte Spannung $3000 \cdot 0{,}88 = 2640$ V.

Mit der willkürlichen Annahme von $i = 40$ haben wir also nicht das Richtige getroffen. Es sind jedoch sehr leicht aus Fig. 151 die richtigen Werte für Strom und Spannung zu finden. Wir brauchen nur den Maßstab zu ändern, und zwar so, daß DE im neuen Maßstab 2640 V mißt. Der Vergrößerungsfaktor ist also

$$\frac{2640}{750} = 3{,}5$$

und die Außenleiterspannung wird $3{,}5 \times 1420 = 5000$ V, die Klemmenspannung wird rund 2800 V und der Strom 147 A betragen. Das ist die 22-fache normale Stromstärke. Bevor diese die Sicherungen zum Schmelzen bringt, werden rund 25 volle Perioden durchlaufen, also reichlich genug, um bei 5000 V den Außenleiter an vielen Stellen gleichzeitig zum Durchschlagen zu bringen.

Ein ähnlicher Vorgang kann auch bei verseilten Kabeln eintreten, die Gefahr ist dann aber lange nicht so groß. Um dieselbe Kapazität zu haben, müßte das Kabelnetz eine Ausdehnung von etwa 500 km haben. Dann würde aber der Widerstand der Verbindungskabel schon an und für sich die Spannung herabdrücken, und man würde auch viel größere Transformatoren anwenden, deren Induktanz bedeutend geringer ist. Bei einem Netz von 100 km würde die Kapazität von der Größenordnung 20 Mikrofarad sein, und wenn man für diesen Fall und für einen 20 Kilovoltampere-Transformator die oben erläuterte Rechnung durchführt, so findet man, daß der Ladestrom nur 10 A und die Spannung nur rund

3000 V beträgt. Eine Gefahr des Durchschlagens ist also in diesem Falle nicht vorhanden. Damit sie eintritt, müßte die Betriebsspannung weit über 3000 V erhöht oder die Größe des Transformators erheblich vermindert werden.

Für ein konzentrisches Kabelnetz kann man, wie oben gezeigt, die Außenleiterspannung für verschiedene Größen von Transformatoren berechnen und so die Kurve Fig. 152 aufzeichnen, welche die Gefahr des Durchschlagens als Funktion der Größe der Unterstation darstellt.

Wie man sieht, ist bei sehr kleinen Transformatoren und bei sehr großen keine Gefahr. Wenn wir, wie früher, 5000 V Außen-

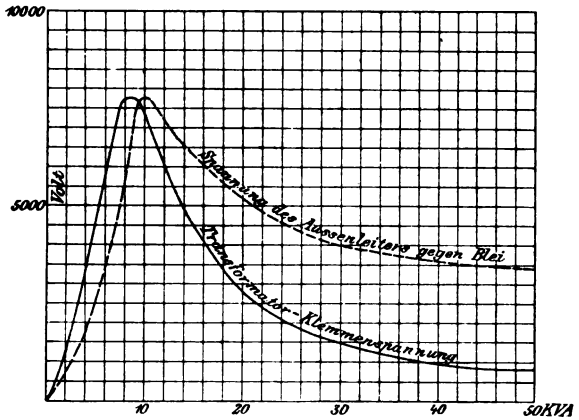


Fig. 152.

leiterspannung gegen Blei als Gefahrgrenze ansehen, so sind alle Unterstationen mit Transformatoren von über 7 und unter 22 Kilovoltampere unzulässig. Man wird jedoch gut tun, auch diese Grenzen noch etwas zu erweitern; denn die hier entwickelte Methode zur Bestimmung dieser Grenzen kann nicht Anspruch auf große Genauigkeit machen. Im Interesse einer einfachen und übersichtlichen Behandlung haben wir gewisse Annahmen gemacht, die nicht ganz zutreffend sind. So hat z. B. die Induktanz bei den sehr hohen Kurzschlußstromstärken höchst wahrscheinlich einen andern Wert als bei niedrigen Stromstärken, und der Widerstand ändert sich ebenfalls. Ferner ist der Widerstand der Verbindungskabel

ohne Rücksicht auf die Stromdichte nur oberflächlich geschätzt worden und anderes mehr. Eine genaue Berücksichtigung aller dieser Faktoren hat aber schon deshalb keinen praktischen Wert, weil wir ja gar nicht wissen können, ob gerade 5000 V die Gefahrgrenze für die Außenleiterspannung ist. Eine kleine Verschiebung dieses Wertes bedeutet aber, wie Fig. 152 zeigt, eine große Verschiebung in der gefährlichen Leistungsfähigkeit der Transformatoren. Es hat also keinen Wert, letztere mit peinlicher Genauigkeit festzustellen.

Da die hier behandelten Erscheinungen immer wegen zu großen, nie wegen zu kleinen Ladestromes in die gefährliche Zone hinüberspielen, so wird man im allgemeinen gut tun, die Betriebsspannung nicht unnötigerweise hoch zu nehmen. Ein besonders kleiner Eisen- und Kupferverlust im Transformator erhöht die Gefahr, jedoch lange nicht in dem Maße als großer Leerlaufstrom und großer induktiver Spannungsabfall. Man wird also in erster Linie sein Augenmerk auf eine möglichst günstigste Konstruktion der Transformatoren in dieser Beziehung zu richten haben.

Elftes Kapitel.

Beschreibung ausgeführter Transformatoren.

Um dem Leser einen allgemeinen Überblick in bezug auf die konstruktive Ausbildung von Transformatoren zu geben, sind hier

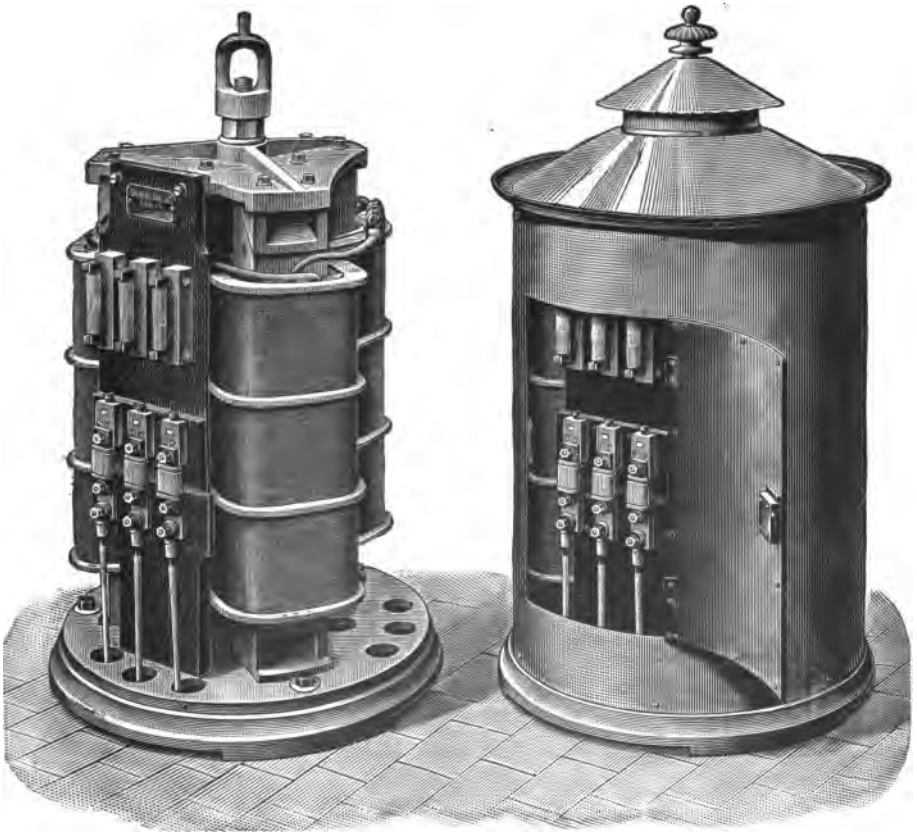


Fig. 153.

Illustrationen von einer Anzahl Typen beigefügt, wie sie gegenwärtig von den verschiedenen Firmen gebaut werden.

Siemens & Halske A.-G., Berlin, bauen Kerntransformatoren sowohl für Einphasen- also auch Mehrphasenstrom. Fig. 153 stellt

Fig. 154.

einen Transformator für Dreiphasenstrom dar, mit und ohne Gehäuse. Die Kerne sind wie in Fig. 17 angeordnet und durch Gußplatten mit schrägen Ansätzen gegen die Jochscheiben gedrückt. Die Klemmschrauben und Abschmelzsicherungen sind auf Tafeln montiert, die auch an den Endplatten befestigt sind. Die Zuführung der Leitungen geschieht durch entsprechende Löcher in der Grund-

platte. Fig. 154 zeigt einen Drehstromtransformator in einem Gehäuse aus perforiertem Blech, welches der Luft überall Zutritt gestattet, aber natürlich nur zur Aufstellung in trockenen Räumen geeignet ist. Zur Aufstellung im Freien muß die Konstruktion Fig. 153 mit vollkommen dicht abgeschlossenem Gehäuse benützt werden. Für einphasigen Wechselstrom werden die Transformatoren ähnlich gebaut, nur daß zwei anstatt drei Kerne zur Anwendung kommen. Die Fig. 155 und 156 in Verbindung mit den Tabellen geben die äußeren Dimensionen der Apparate für verschiedene Leistungen an.

Tabelle für die Dimensionen der Drehstromtransformatoren.

Die eingeschriebenen Maße sind Millimeter.

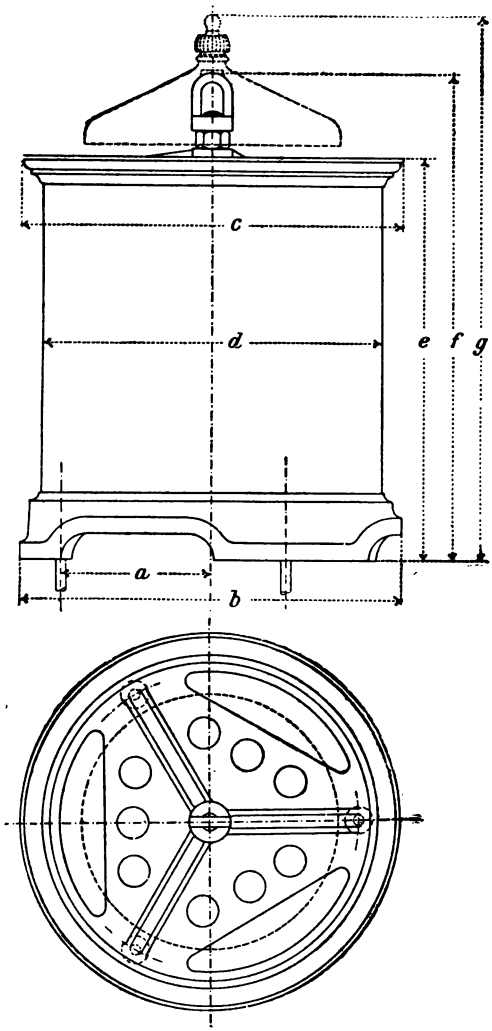
KW	a	b	c	d	e	f	g
2,5	235	595	595	530	630	760	850
5	300	720	720	655	690	855	940
7,5	300	720	720	655	690	855	940
10	305	730	740	675	850	1020	1110
15	350	820	830	765	870	1065	1150
20	350	820	830	765	1070	1265	1350
30	405	980	1020	885	1250	1515	1660
50	425	1020	1060	925	1500	1730	1900
75	490	1160	1200	1065	1540	1855	2025
100	490	1160	1200	1065	1540	1855	2025
150	550	1300	1320	1185	1840	2155	2285
200	610	1400	1440	1305	2150	2455	2625

Tabelle für die Dimensionen der Wechselstromtransformatoren.

Die eingeschriebenen Maße sind Millimeter.

KW	a	b	c	d	e	f	g
1	210	510	530	475	470	590	675
2,5	240	590	590	530	610	745	830
5	295	720	710	665	660	825	910
7,5	300	730	740	675	820	990	1075
10	350	820	830	765	870	1065	1160
15	350	820	830	765	1070	1265	1360
20	405	980	1020	885	1245	1500	1635
30	425	1020	1060	925	1500	1750	1880
50	480	1160	1200	1065	1540	1830	1960
75	480	1160	1200	1065	1540	1830	1960
100	540	1300	1320	1185	2070	2145	2280
150	610	1400	1440	1305	2140	2455	2285

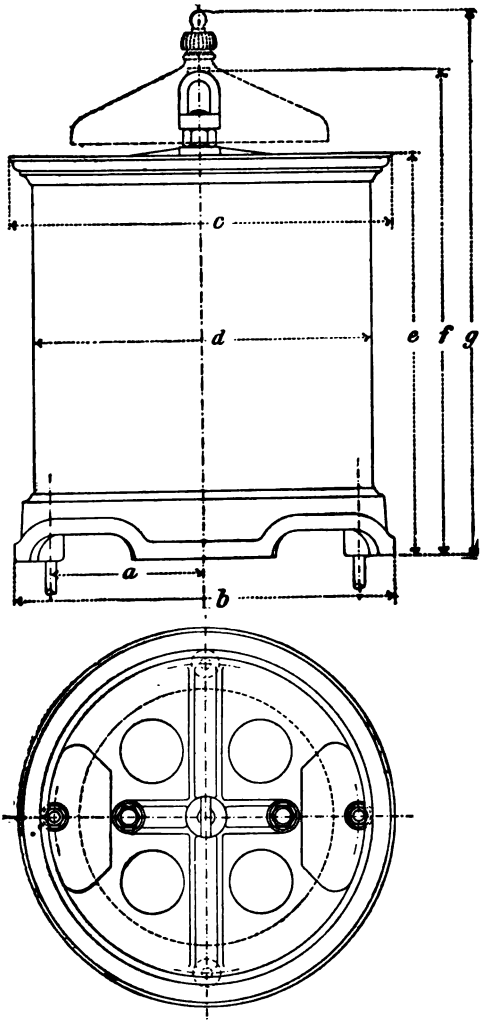
Die Siemens-Schuckert Werke in Nürnberg bauen einphasige Transformatoren nach der Manteltype und Drehstromtransformatoren nach der Kerntype. Die ersteren sind durch Fig. 157



Drehstrom.

Fig. 155.

(2 KW) und Fig. 158 (40 KW) veranschaulicht; die letzteren durch Fig. 159 (10 KW). Bei den Apparaten für Einphasenstrom sind die Spulen vollständig in Eisen eingebettet und auch oben und unten durch



Wechselstrom.

Fig. 156.

Fig. 157.

Fig. 158.

besondere Gehäuse geschützt. Die Verbindung der Gehäuse geschieht durch starke Schraubenbolzen, welche gleichzeitig die Bleche gegeneinander pressen. Seitlich sind die Bleche durch Eckschienen

Fig. 159.

und Schraubenbolzen ebenfalls gesichert. Bei dem Transformator für Drehstrom ist die Wickelung auf jedem Kerne behufs Verminderung der Streuung in eine Anzahl flacher Spulen unterteilt. Die Spulen

sind durch einen zylindrischen äußeren Mantel geschützt, welcher jedoch in der Illustration fehlt. Die Einführung der Leitungen geschieht durch Stopfbüchsen im oberen Deckel.

Die Berliner Maschinenbau-Aktien-Gesellschaft vormals L. Schwartzkopff baut für Einphasenstrom Transformatoren der Manteltype mit langem Kern (vgl. Fig. 13d), macht aber den Querschnitt des Mantels erheblich größer als jenen des Kernes, um den Hysteresisverlust zu vermindern. Der Eisenkörper wird,

Fig. 160.

Fig. 161.

wie Fig. 160 zeigt, durch zwei kräftige, gußeiserne Rahmen mittels Schraubenbolzen zusammengehalten. Die in der Mitte angeordneten Spulen werden durch perforierte Bleche (Fig. 161) vor Beschädigung geschützt.

Siemens Brothers & Co. Ltd. in London bauen ebenfalls die Manteltype mit langem Kern, vermeiden aber Stoßfugen, indem sie die ausgestanzten Bleche einzeln und in der Weise einführen, daß die Fuge einer Lage durch das volle Blech der nächsten Lage abgedeckt wird. Der Eisenkörper wird, wie Fig. 161 zeigt, durch gußeiserne Rahmen und Schraubenbolzen zusammengehalten. Die Spulen werden auf einen Zylinder von besonderem Isoliermaterial

gewickelt, welches durch Erhitzung nicht leidet. Der Zylinder ist mit Flanschen aus Holz versehen. Die einzelnen Lagen der Hochspannungswickelung sind ebenfalls durch dünne Schichten desselben Isoliermaterials voneinander getrennt. Die Niederspannungswickelung besteht in dem vorliegenden Transformator aus einer Anzahl parallel gewickelter Drähte, die durch zwei Sammelschienen mit den Klemmen verbunden sind. Diese Klemmen sind unmittelbar auf der

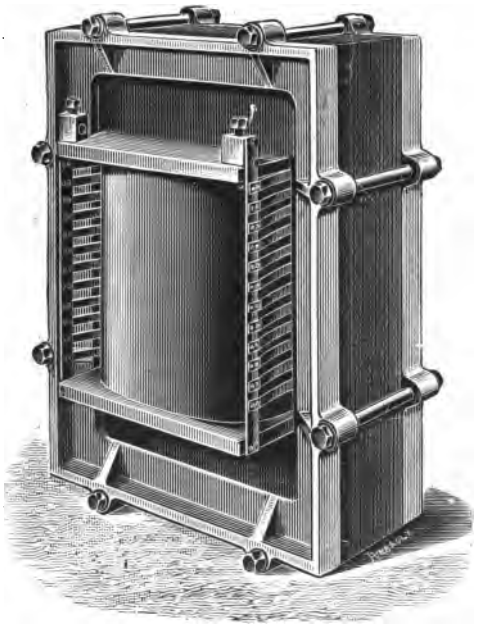


Fig. 162.

oberen Holzflansche befestigt, während jene für die Hochspannungswickelung ebenfalls auf dieser Flansche, aber auf der gegenüberliegenden Seite, und zwar mitels besonderer Isolierstücke von Hartgummi, angebracht sind.

Brown, Boveri & Co. in Baden (Schweiz) bauen große Transformatoren nach der Type Fig. 13e und Fig. 19, für kleine Leistungen und Einphasenstrom jedoch eine besondere Art von Transformatoren, welche, streng genommen, weder der Kern- noch der Manteltype angehören, sondern gewissermaßen eine Mittelstellung einnehmen.

Fig. 163.

Fig. 164.

Die Spulen sitzen auf einem Kern, der nur einseitig durch ein Joch von solcher Form ⌊⌋ zu einem magnetischen Kreise geschlossen ist. Fig. 164 zeigt die Einzelheiten dieser Konstruktion. Die Jochbleche werden in den unteren Verbindungssteg zwischen den Endstücken des Gehäuses dicht eingetrieben, und der Kern wird, nachdem die Spulen aufgehoben sind, darüber gelegt und durch Schraubenbolzen angepreßt. Die Spulen werden einzeln hergestellt, so daß eine in die andere geschoben werden kann. Die Verbindung mit der Leitung geschieht durch Schrauben und Stifte, welch letztere durch isolierte Ausbohrungen in den Endstücken des Gehäuses durchgehen. Der Kern ist nahezu zylindrisch und an den Enden etwas eingeschnitten, um die Berührungsfläche mit den Jochblechen zu vergrößern. Die Spulen werden, wie Fig. 163 zeigt, durch eine Umhüllung von perforiertem Blech gegen mechanische Beschädigung von außen her geschützt.

Die Felten, Guillaume, Lahmeyer Werke in Frankfurt a. M. bauen sowohl für Ein- als auch Mehrphasenstrom Kerntransformatoren. Die Konstruktion ist in Fig. 165 und 166 veranschaulicht. Der illustrierte Einphasen-Transformator ist bestimmt für eine Leistung von 30 KW und der Drehstromtransformator für eine solche von 40 KW, wobei in beiden Fällen das Umsetzungsverhältnis 5000 zu 110 Volt ist. Wegen der hohen Primärspannung sind die Primärspulen in viele Abteilungen unterteilt, und es ist dadurch die größtmögliche Sicherheit gegen Durchschlagen der Hochspannungswickelung erzielt worden. Um etwas an Draht zu sparen, sind die Kerne quadratisch und mit abgeschrägten Kanten versehen. Die Spulen sind unabhängig voneinander gewickelt und ineinander geschoben. Die übrigen Einzelheiten der Konstruktion sind aus den Zeichnungen leicht zu nehmen.

Die Brush Electrical Engineering Co. Ltd. in London baut die von William Mordey konstruierten Transformatoren, welche der Mantellype angehören. Die Art der Zusammenstellung des Eisenkörpers ist schon im dritten Kapitel beschrieben worden. Nachdem die Bleche eingebaut sind, werden sie durch kräftige gußeiserne Rahmen und Schraubenbolzen, wie Fig. 167 zeigt, zusammengefaßt und in einen Kasten, Fig. 168, eingesetzt. Der obere Rahmen enthält einen Aufbau zur Befestigung einer starken Porzellanplatte, auf welcher Klemmschrauben, Sicherungen und ein Hochspannungsschalter angebracht sind. Der Griff für den Schalter

ragt durch die Wand des Kastens knapp unter dem Deckel heraus (Fig. 168), so daß der Transformator von der Hochspannungsleitung

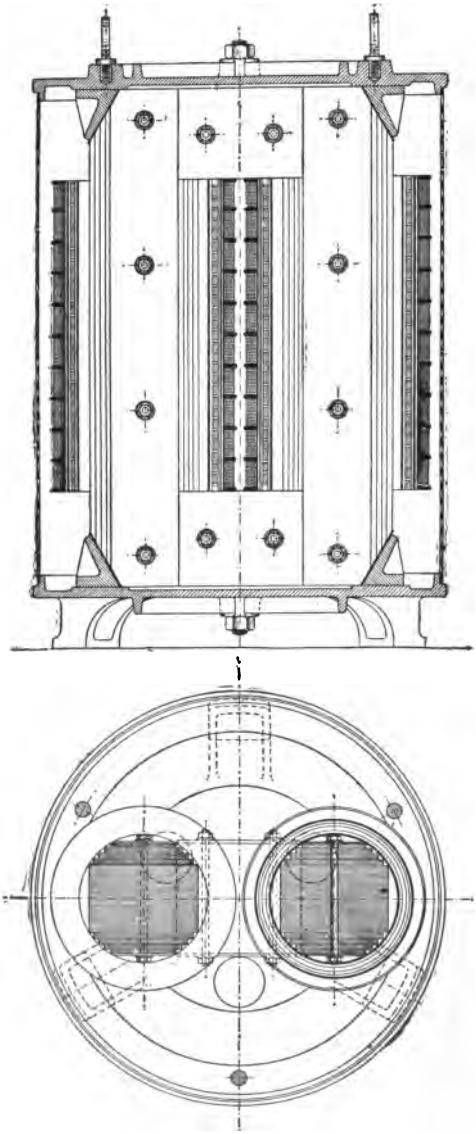


Fig. 165.

abgetrennt werden kann, ohne daß man deshalb den Deckel abzunehmen braucht.

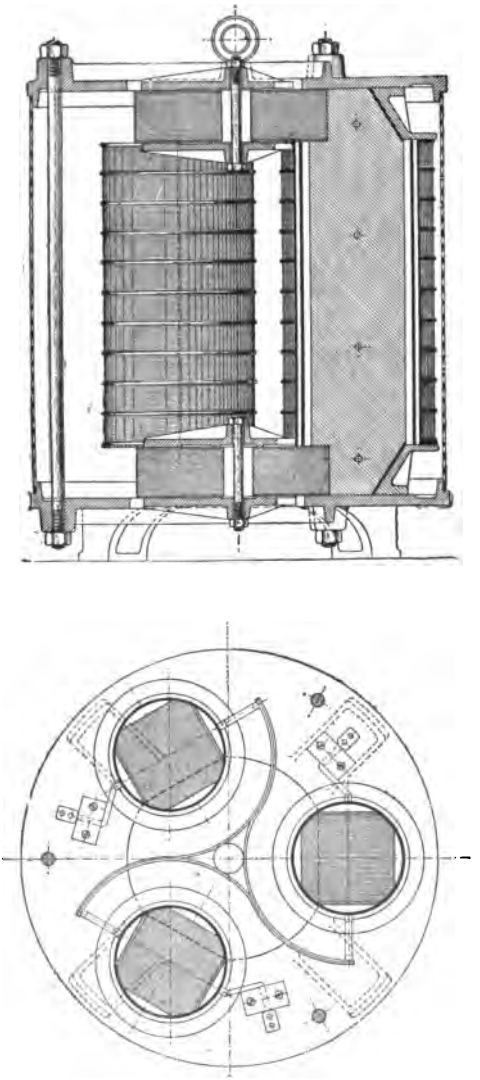


Fig. 166.

Die Leitungen werden durch isolierte Stopfbüchsen eingeführt. Der Spannungsabfall bei induktionsfreier Belastung wird von der Firma zu $2^1/_2\,\%$ für alle Größen angegeben. Der Hysteresisverlust

Fig. 167.

Fig. 168.

bei $\nu = 100$ schwankt nach den Angaben der Firma zwischen 6% bei der kleinsten Type von 750 Watt und 0,75% bei der größeren von 50 KW. Die folgende Tabelle gibt das Gewicht einschließlich des Kastens für verschiedene Größen.

Leistung in KW	1,5	3	6	12	24	50
Gewicht in kg	132	247	359	559	863	2038

Die Hoch- und Niederspannungswickelung sind durch ein Metallschild, welches mit der Erde in leitender Verbindung steht, getrennt, so daß ein Übertreten der hohen Spannung in die Niederspannungsspule nicht möglich ist. (Vergl. neuntes Kapitel — Sicherheitsmaßregeln.)

Johnson & Phillips in London bauen den vom Verfasser konstruierten Transformator. Die Einzelheiten dieser Kontruktion sind aus den Fig. 44 bis 48 zu ersehen, bedürfen daher keiner eingehenden Beschreibung. Fig. 169 zeigt Teile eines 2 KW-Trans-

Fig. 169.

formators, und Fig. 170 zeigt eine Gesamtansicht eines 10 KW-Transformators und des dazugehörigen Kastens.

Ganz & Co. in Budapest bauen Manteltransformatoren mit kurzem Kern (Fig. 171). Der Eisenkörper besteht aus E-förmigen Blechen, die in starken Endplatten entsprechend gehalten und mittels Schraubenbolzen zusammengepreßt werden. Die Endplatten sind

kreisrund, so daß der Apparat auf dem Boden gerollt werden kann, ohne Schaden zu nehmen. Die Klemmen sind auf Porzellanunter-

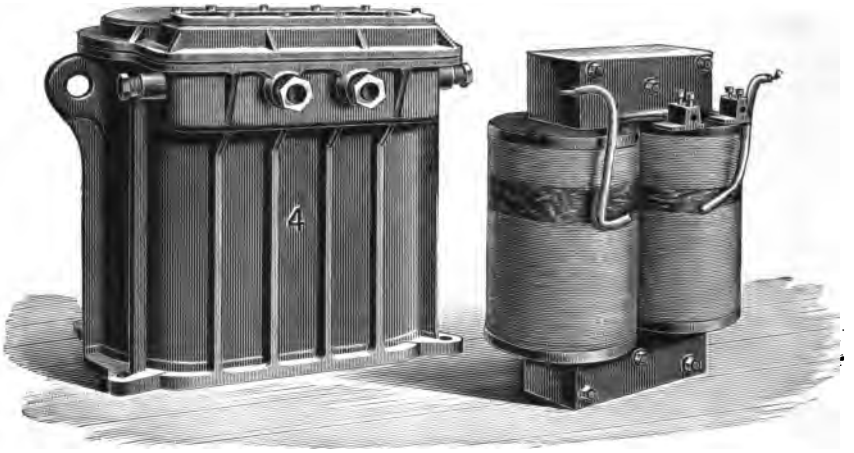


Fig. 170.

Fig. 171.

lagen montiert, und jene für die Hochspannungswickelung sind mit Abschmelzsicherungen versehen. Die Drähte sind auf besonderen,

aus Preßspan hergestellten Spulenträgern gewickelt, wodurch eine vorzügliche Isolation erzielt wird. Die Wickelungen sind behufs Verminderung der Streuung unterteilt, wodurch die einzelnen Spulen die Form von flachen und breiten Scheiben erhalten.

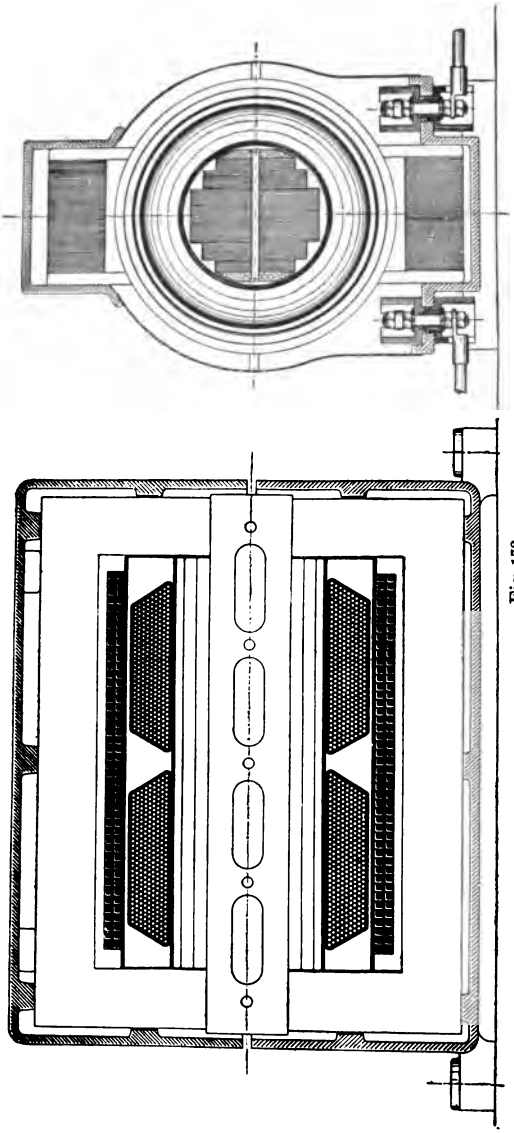


Fig. 172.

Die Maschinenfabrik Oerlikon baut sowohl Einphasen- als auch Mehrphasen-Transformatoren; die ersteren nach der Manteltype mit langem Kern, die letzteren nach der Kerntype. Fig. 172 zeigt die Konstruktion eines gewöhnlichen Einphasen-Transformators.

Fig. 173.

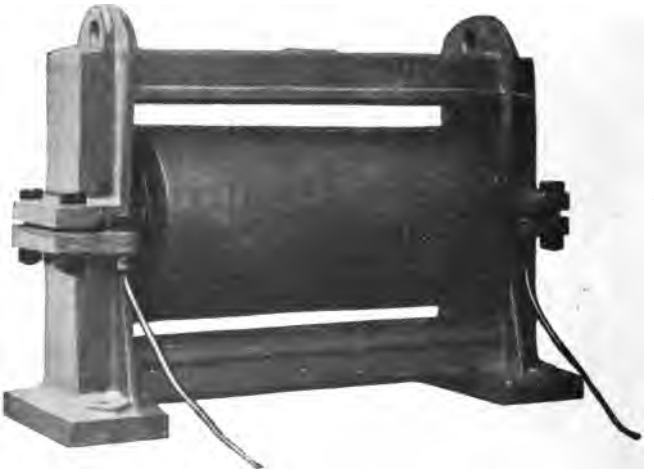


Fig. 174.

Der Kern ist aus Blechen verschiedener Breite zusammengesetzt, die so abgestuft sind, daß der Querschnitt des Kernes einem Kreis möglichst nahe kommt. Die Bleche werden seitlich durch Messing-

platten und Bolzen zusammengehalten, und der Kern ist an den Enden beiderseits so weit eingeschnitten, daß die Verbindung mit den ⌊⌋förmigen Jochblechen über seine ganze Breite stattfindet. Die Spulen sind unabhängig voneinander auf Papierzylinder gewickelt, wobei die Dimensionen so gewählt sind, daß die Spulen bequem aufgeschoben werden können. Die Joche werden in den zwei Hälften eines gußeisernen Kastens gehalten und durch Schrau-

Fig. 175.

benbolzen gegen den Kern gedrückt. Zum Schutz der Spulen wird der Kasten zu beiden Seiten mittels perforierten Bleches abgedeckt, wie das Fig. 173 zeigt. Fig. 174 zeigt eine ähnliche Konstruktion, jedoch ohne Schutzbleche.

Für Drehstrom baut die Firma zwei Typen, die eine mit kreisförmigen Jochen, Fig. 175 und 176, und die andere mit geraden Jochen, Fig. 177. Theoretisch genommen, ist die erstere Anordnung vorzuziehen, weil dabei die Länge des magnetischen Pfades für alle drei Phasen genau gleich ist, und mithin vollkommene Symmetrie besteht; vom praktischen Standpunkt aus ist dieser Vorteil jedoch

nicht wesentlich. Der magnetische Widerstand des Joches selbst ist gegenüber jenem der Stoßfugen so unbedeutend, daß der Mangel an Symmetrie bezw. die Verschiedenheit in der Länge des magnetischen Pfades bei der Konstruktion Fig. 177 gar nicht ins Gewicht

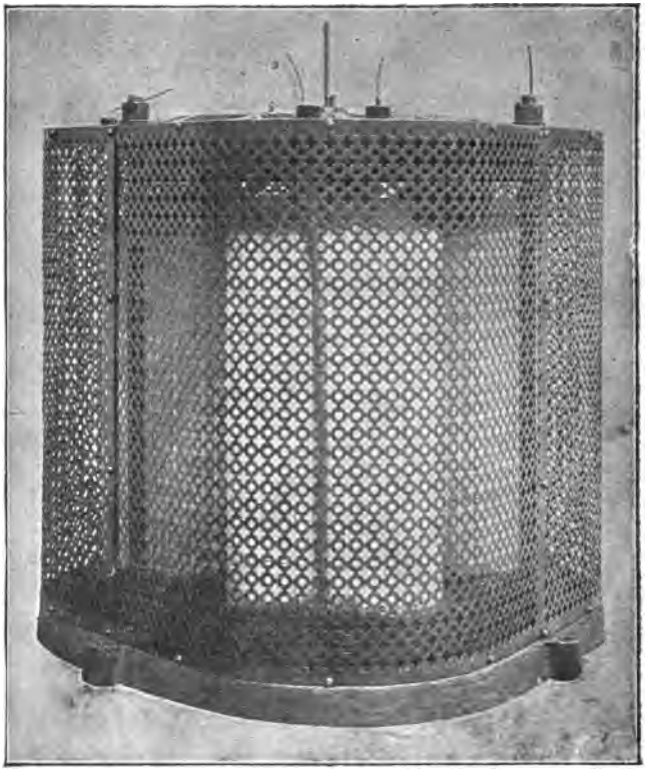


Fig. 176.

fällt. Andererseits ist diese Konstruktion in der Ausführung etwas bequemer.

Die Firma Electric Construction Company Ltd. in Wolverhampton war eine der ersten in England, welche sich mit dem Bau von Transformatoren beschäftigte, und zwar nach der Manteltype, welche sie bis heute beibehalten hat. Während ihre ersten Ausführungen ziemlich stark an amerikanische Konstruktionen erinnerten, hat sie nunmehr interessante Neuerungen

eingeführt, welche eine bessere Ausnützung des Materiales und einen höheren Wirkungsgrad zum Zwecke haben. Fig. 178 stellt einen 10 KW- und Fig. 179 einen 40 KW-Transformator dar. Die Spulen sind ziemlich lange Rechtecke, d. h. der Eisenkörper

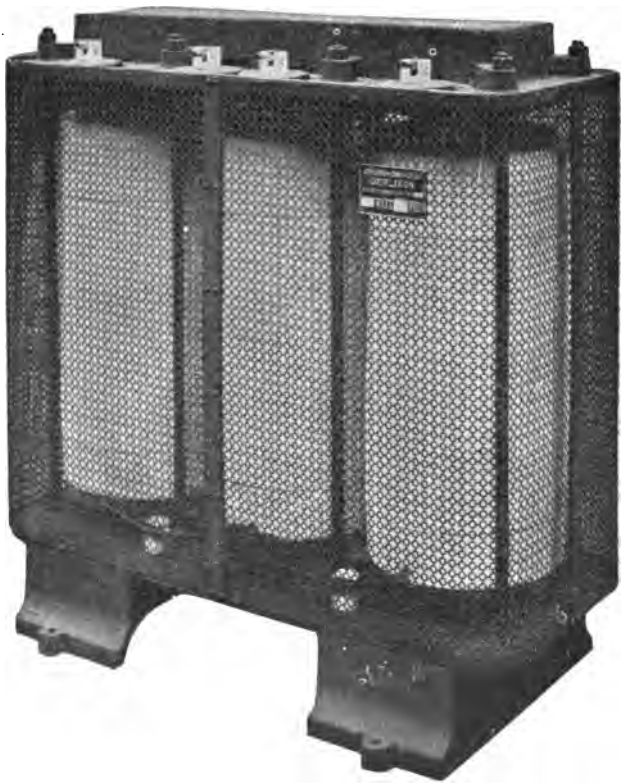


Fig. 177.

ist im Vergleich zur Kerndicke lang, und in dem größeren Apparat ist ein Versuch gemacht worden, die Leistung mit einem möglichst geringen Aufwand von Eisenblech zu erreichen. Zu diesem Zwecke sind die Querschnitte der Spulen so gewählt, daß sie einen Kreis genau ausfüllen.

Die Fenster in den Blechscheiben sind also hier nicht rechteckig, sondern kreisrund, und die Bleche selbst sind kreisförmige

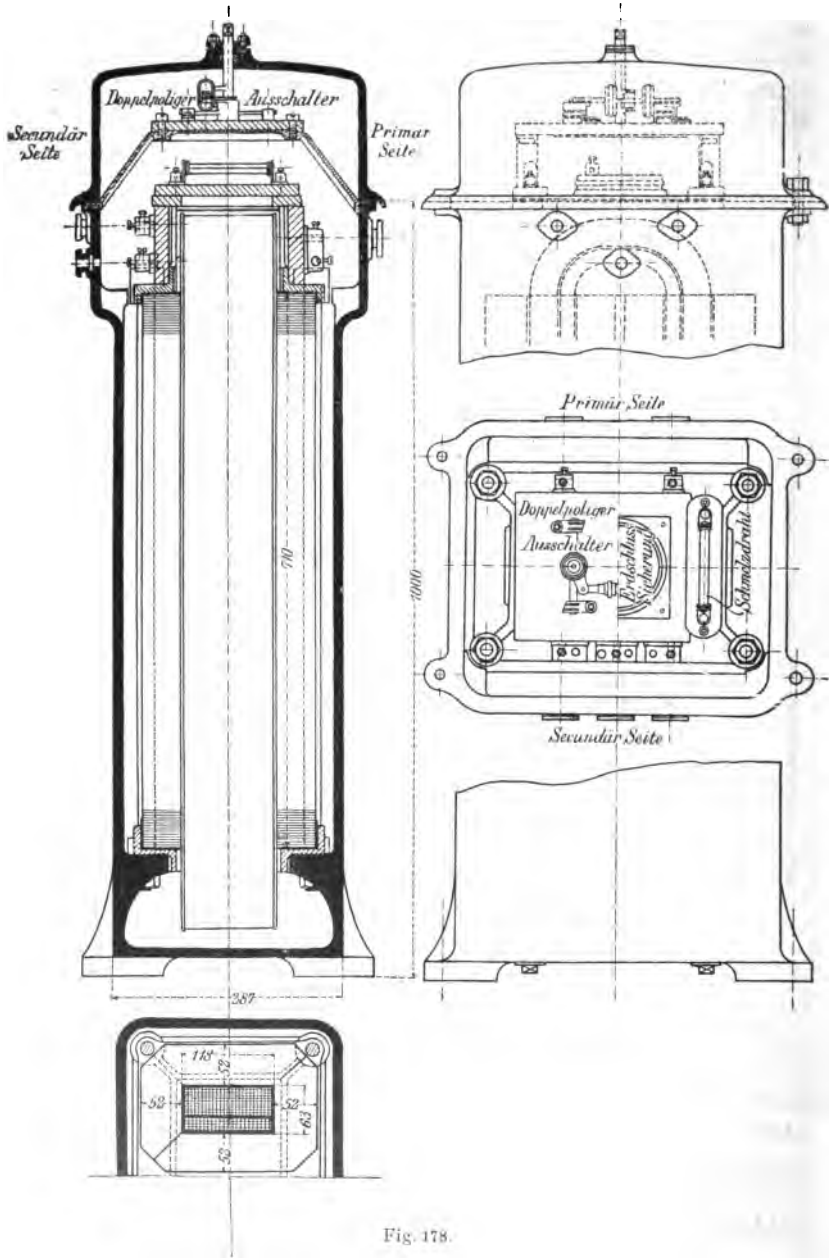

Doppelpoliger Ausschalter
Sekundär Seite
Primär Seite
710
1000
387
Primär Seite
Doppelpoliger Ausschalter
Erlöschfunken Sicherung
Schmelzdraht
Sekundär Seite
118
52
52
52
63
52

Fig. 178.

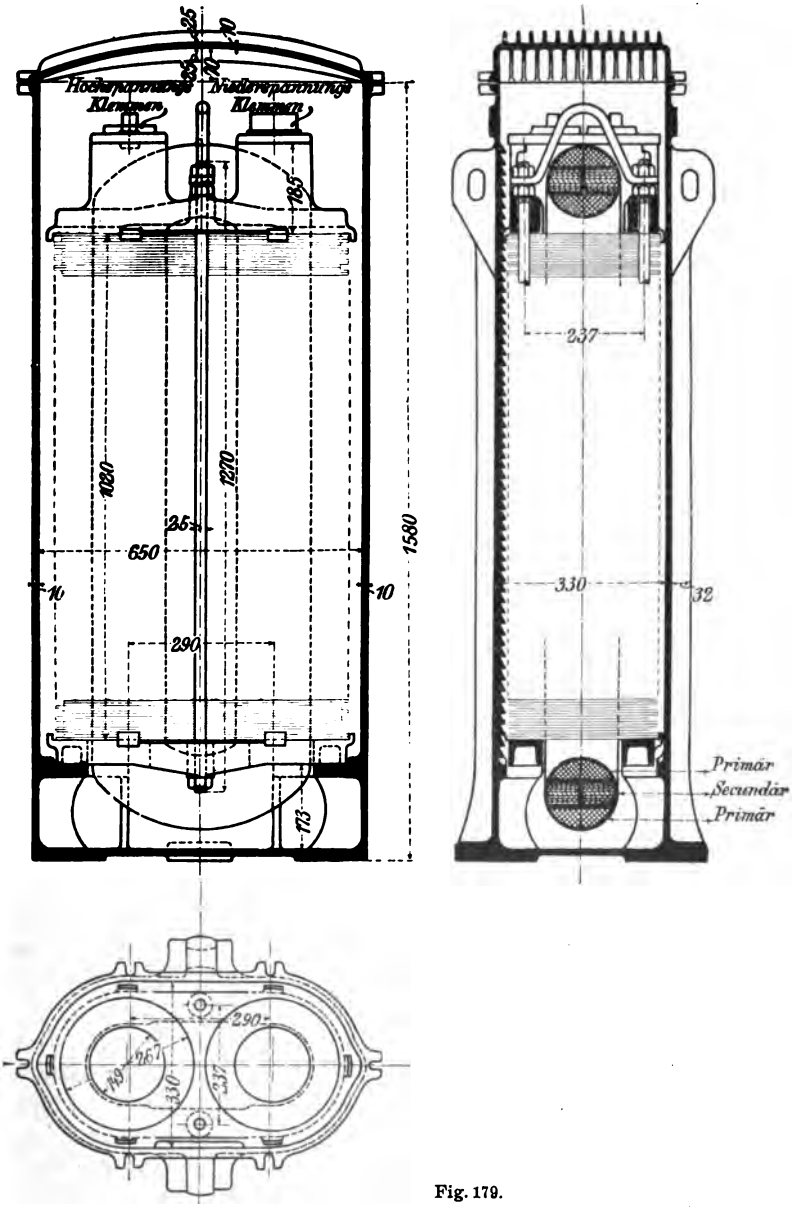

Hochspannungs Klemmen
Niederspannungs Klemmen
25
10
65
185
1080
1220
1580
35
650
10
10
290
175
237
330
32
Primär
Secundär
Primär
290
267
110
330
337

Fig. 179.

Scheiben. Alle Scheiben haben den gleichen inneren Durchmesser; der äußere Durchmesser ist jedoch verschieden, und bei dem Aufbau des Eisenkörpers wird abwechselnd eine Partie kleinerer und eine Partie größerer Scheiben eingeführt, wodurch die Abkühlungsfläche des Eisenkörpers bedeutend vergrößert wird. Gleichzeitig ist die Fähigkeit des Gehäuses, Wärme aufzunehmen und weiter zu leiten, dadurch gesteigert worden, daß die Innenfläche mit feinen Rippen versehen wurde. Diese Transformatoren werden aufrecht

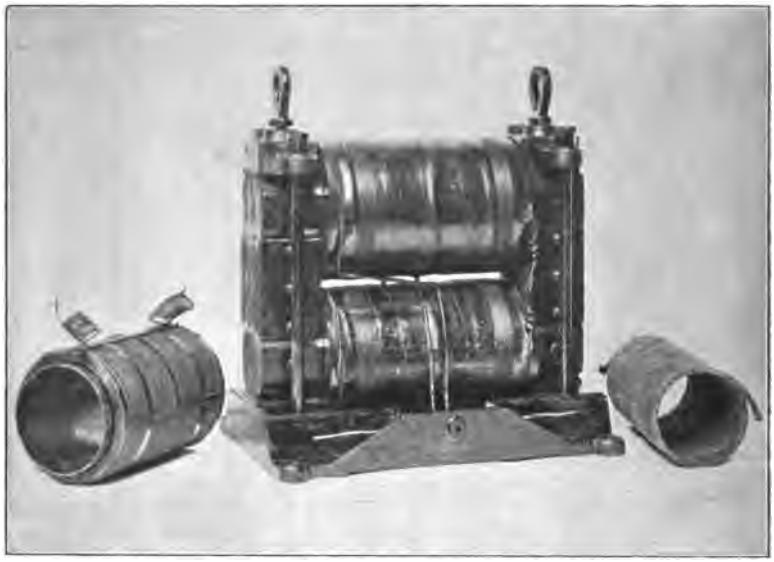


Fig. 180.

stehend angeordnet, und zwar ist das Gehäuse hoch genug, damit Raum bleibt für einen doppelpoligen Ausschalter, Abschmelzsicherungen und eine Cardewsche Sicherung gegen Übertritt der hohen Spannung in die Niederspannungswickelung.

Die Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft in Berlin baut sowohl für Einphasen- als auch Mehrphasenstrom Transformatoren nach der Kerntype. Die Kerne sind von solchem Querschnitt, daß der kreisförmige Raum innerhalb der Spulen gut ausgenützt wird. Der Querschnitt wird durch die seitlich angelegten und zur Verbindung der Bleche dienenden Metallplatten teilweise zu einem Kreis

ergänzt. An den Enden sind die Kerne eingeschnitten, um die Breite der Stoßfuge gleich der vollen Dicke des Kernes zu machen. Die Jochstücke sind in gleicher Weise durch Seitenplatten und Bolzen zusammengehalten und von rechteckigem oder quadratischem Querschnitt. Die Sekundärspulen werden bei den kleineren Transformatoren nicht auf Papierzylinder, sondern ohne solche Unterlage gewickelt und auf die stark isolierten Kerne einfach aufgeschoben, was eben durch den nahezu kreisförmigen Querschnitt der Kerne möglich gemacht wird. Dadurch wird die mittlere Windungslänge in beiden Wickelungen auf das tunlichst kleinste Maß gebracht. Die Primärspulen werden auf Zylinder aus Mikanit gewickelt und mit möglichst wenig Spielraum über die Sekundärspulen geschoben. Die Entfernung zwischen dem äußeren Radius der Sekundär- und dem inneren Radius der Primärspule beträgt nur etwa 5 mm. Infolgedessen ist auch die Streuung und der Spannungsabfall sehr gering. Fig. 180 zeigt einen 10 KW-Transformator und Teile desselben. Dieser Apparat wurde nach der Methode des Verfassers von v. Dolivo-Dobrowolsky auf seine Streuung untersucht. Der ohmische Widerstand bedingt einen Spannungsverlust von 2 %, während die gesamte Spannung bei Kurzschluß nur 4 % von der normalen Betriebsspannung ausmacht. Der aus diesen Zahlen mittels des Vektordiagrammes bestimmte Spannungsabfall bei Vollbelastung ist

für	$\varphi = 0^0$	2,3 %
-	$\varphi = 60^0$	4,0 %
-	$\varphi = 90^0$	3,9 %.

Fig. 181 zeigt einen Drehstromtransformator und Teile desselben. Diese Type hat eine Leistung von 40 KW und ist in der Drehstromanlage zur Beleuchtung von Straßburg i. E. in Verwendung. Um den Spannungsabfall noch kleiner zu machen, sind die Spulen nicht ineinander, sondern in der Form von flachen Scheiben nebeneinander angebracht, und zwar ziemlich viele von jeder Art. Die Kurzschlußspannung beträgt hier nur 3 % von der vollen Betriebsspannung; der Spannungsabfall kann also selbst bei Belastung mit Motoren 3 % nicht übersteigen. Die Spulen beider Stromkreise sind in Träger von Mikanit gewickelt, wodurch eine vorzügliche Isolation erzielt wird. Beide hier illustrierte Typen von Transformatoren werden durch perforierte Schutzbleche abgedeckt; diese

Bleche sind jedoch in den Illustrationen fortgelassen, um die Konstruktion deutlicher zeigen zu können.

Die neuesten von der Westinghouse Electric & Manufacturing Company zu Pittsburg ausgearbeiteten Konstruktionen

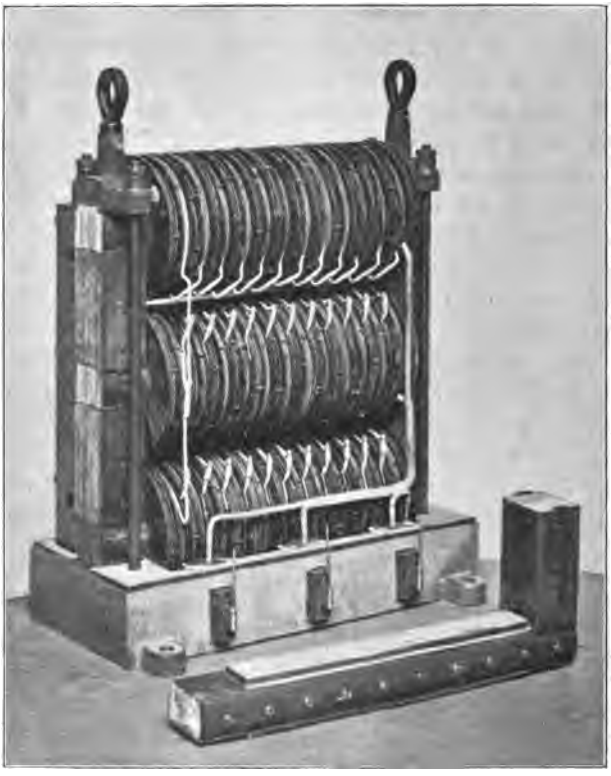


Fig. 181.

sind in Fig. 182 bis 184 dargestellt. Fig. 182 stellt die für Beleuchtungszwecke angenommene Normaltype dar, die bis zu 30 KW gebaut wird. Der Kern ist kurz und seine Dicke, senkrecht zu den Blechen gemessen, auch verhältnismäßig klein, so daß ein ziemlich großer Teil der Spulen frei liegt und durch die Luft gekühlt wird. Um diese Kühlung noch wirksamer zu machen, sind die Spulen an diesen Stellen auseinander gebogen. Die Luft findet also nicht nur an den Außenflächen, sondern auch zwischen den Spulen Zutritt.

Der Eisenkörper wird durch starke gußeiserne Rahmen zusammengehalten, und zum Schutz der Spulen sind beiderseits perforierte gußeiserne Gehäuse angebracht. Eines derselben ist jedoch in der Illustration weggelassen. Die anderen zwei Illustrationen stellen die

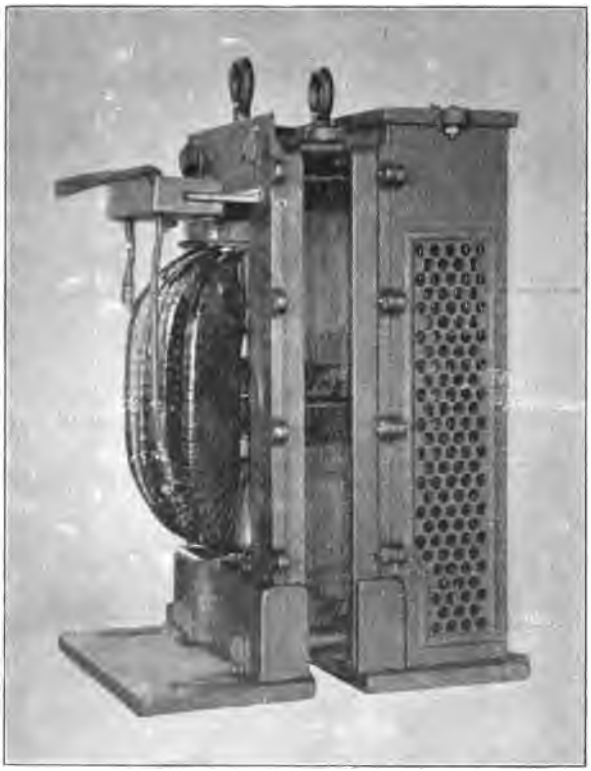


Fig. 182.

100 KW-Transformatoren dar, welche bei der Niagara-Anlage Verwendung finden. Das Umsetzungsverhältnis ist 2000 zu 150 Volt, jedoch ist die Wickelung so eingerichtet, daß dasselbe etwas geändert werden kann, zu welchem Zwecke das zweite Paar von primären Klemmschrauben vorgesehen ist. Die primären und sekundären Windungen sind in je vier Spulen angeordnet. Die letzteren sind in Parallelschaltung verbunden, die ersteren in Serienschaltung. In der Mitte des Kernes sind zwei Primärspulen; dann kommen zu

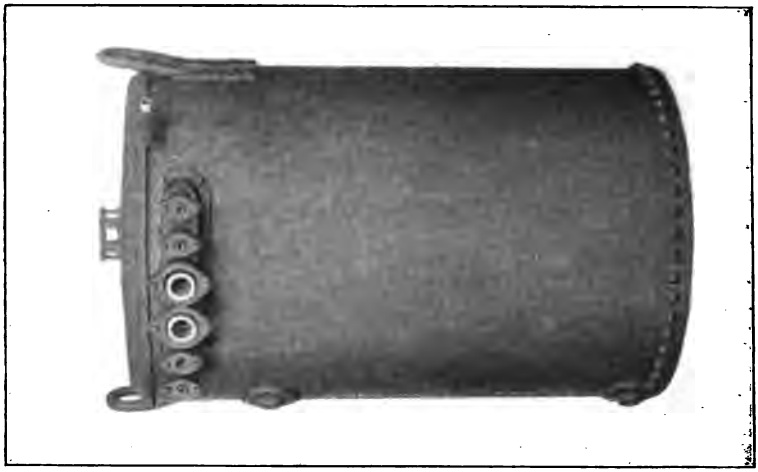


Fig. 183.

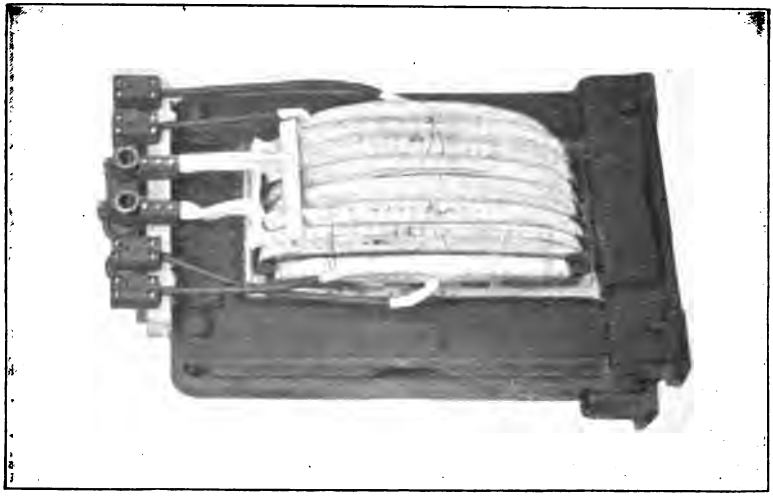
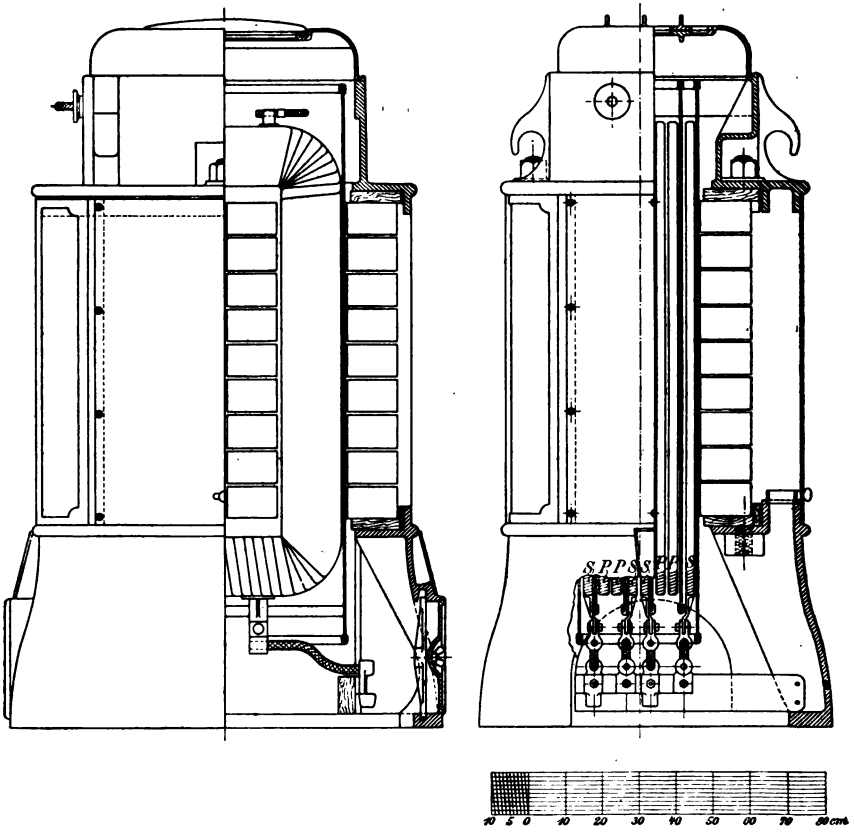


Fig. 184.

jeder Seite zwei Sekundärspulen und schließlich wieder je eine Primärspule außerhalb der letzteren. Die Spulen sind, wie schon oben beschrieben, auseinander gebogen; die Kühlung erfolgt aber nicht durch Luft, sondern durch Öl, zu welchem Zwecke der Transformator in ein zylindrisches Gehäuse eingebaut ist. Die Zuleitungen gehen durch Stopfbüchsen. Um das Öl selbst wirksam zu kühlen, ist das Gehäuse an seiner inneren Wandung mit einem schmiedeeisernen Spiralrohr, einer sog. Kühlschlange, ausgestattet, durch welche ein Strom kalten Wassers geleitet wird.

Die Union Elektrizitäts-Gesellschaft, Berlin, hat für die Umformerstationen der London Central Railway Transformatoren geliefert, die in Fig. 185 dargestellt sind. Jeder Transformator ist für eine Leistung von 300 KW d. h. 910 A bei 330 V bestimmt. Kern und Mantel, sowie die Spulen selbst, sind reichlich mit Luftzwischenräumen versehen, und die Ventilation läßt sich durch am Gehäuse angebrachte Schieber regulieren. Die Wickelung ist in 4 Primär- und 4 Sekundärspulen unterteilt. Die Primärspulen sind sämtlich in Serie, die Sekundärspulen sind zwei in Serie und zwei parallel geschaltet. In beiden Wickelungen ist nacktes Kupferband verwendet, und zwar in der Primärspule von 2,28 mm Dicke und 8,6 mm Breite, in der Sekundärspule von 3,05 mm Dicke und 16,5 mm Breite. Primär sind zwei Leiter, sekundär sechs Leiter parallel. Die Windungen sind voneinander durch geöltes Papier und Glimmer isoliert. Die fertigen Spulen sind mit gummiertem Baumwollenband auf 3 mm Dicke vollständig umwickelt und so gegeneinander und gegen Eisen isoliert. Außerdem ist zwischen je eine primäre und sekundäre Spule eine isolierende Zwischenwand aus Preßspan gelegt. Die elektrischen Daten des Transformators sind

Kernquerschnitt		$A = 2060$
Induktion		$B = 10\,400$
Kraftfluß		$N = 21{,}3 \times 10^6$
Frequenz		$\nu = 25$
Primärspannung		$e_1 = 5000$
Sekundärspannung		$e_2 = 330$
Anzahl hintereinander geschalteter Windungen	primär	$n_1 = 212$
	sekundär	$n_2 = 14$
Querschnitte in qmm		$q_1 = 39 \quad q_2 = 600$
Widerstände		$W_1 = 0{,}33 \; W_2 = 0{,}0014$



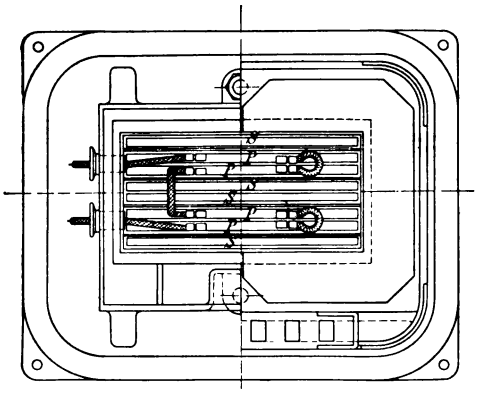


Fig. 185.

Rechnet man auf Grund obiger Zahlen den Transformator nach, so erhält man für den Magnetisierungsstrom 1,45 A, für den Wattstrom bei Leerlauf 0,74 A. Der ganze Leerlaufstrom ist mithin

$$i_0 = 1{,}63 \text{ A}$$

oder 2,65 % des Stromes bei Vollbelastung.

Das Eisengewicht ist 2450 kg. Nach den Kurven auf Seite 20 ist der Eisenverlust pro kg bei $\nu = 25$ und 0,365 mm Blechdicke

für Hysteresis	1,35	Watt
für Wirbelströme	0,17	-
Insgesamt	1,52	Watt.

Für diesen Transformator ist also der Eisenverlust

$$2450 \times 1{,}52 = 3720 \text{ Watt.}$$

Der Sekundärstrom ist 910 A, und der Primärstrom wäre 60 A, wenn der Transformator keine Eigenverluste hätte. Den wirklichen Primärstrom findet man mit einer für die Praxis ausreichenden Genauigkeit, wenn man zu dem so bestimmten Wert den Leerlaufstrom zuschlägt. Das gibt

$$i_1 = 61{,}63 \text{ A.}$$

Aus diesen Stromstärken und den Widerständen bestimmt sich die Kupferwärme, wie folgt:

Primär	1250	Watt
Sekundär	1160	-
also für beide Windungen . . .	2410	-
Der Eisenverlust ist	3720	-
Der Gesamtverlust ist	6130	-

Das ist nur 2,05 % der Leistung, so daß dieser Transformator einen Wirkungsgrad von nahezu 98 % hat.

Register.

Abkühlungskurven 59.
Ableitung der Grundgleichung 8.
Aktives Material, Gewicht und Kosten 106.
Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft 316.
Analogie, Hydraulische 4.
Anordnung der Spulen 7.
Arbeit in magnetisierter Luft 95.
Arbeitsgrößen, graphische Bestimmung 136.
Arbeitsleistung eines Wechselstromes 77.
Ausgleichsspulen 253.
Ausgleichstransformator 260.
Ayrtons Drei-Voltmeter-Methode 197.

B und μ 92.
Ballistische Methode 217.
Blakesley 82.
Blech, legiertes 22.
Blech, Untersuchung von 208.
Blechdicke, Günstigste 28.
Booster 246.
Brown Boveri 301.
Brush Electrical Engineering Co. Ltd. 303.

Cardew 239.
Crompton 43.

Dekrement, Logarithmisches 223.
Dimensionen, Einfluß der 64.
Dolivo Dobrowolsky 209.
Drei-Amperemeter-Methode 201.
Drei-Voltmeter-Methode 197.
Dreileitersystem 260.
Dreiphasentypen 40.
Drosselspule 93, 257.
Dynamometer 183.

Effektmessung 190, 196.
Effektiver Wert 11.
Einfluß der Dimensionen 64.
Einfluß der Frequenz auf den induktiven Spannungsabfall 135.
Einfluß der Kern- und Spulenform 29.
Einfluß der Spannungskurve 23.
Eisenblech, Normalien des V. D. E. für 213.
Eisengewicht, Berechnung 73.
Eisenkörper, Konstruktion 49.
Eisenprüfapparate von Dobrowolsky 209.
— — Epstein 211.
— — Ewing 216.
— — Kapp 211, 232.
— — Morris und Lister 225.
— — Oerlikon 212.
— — Picou 211.
Einzeltransformatoren 242.
Electric Construction Company 312.
Epstein, Eisenprüfapparat 211.
Erwärmung 49, 52, 54.
Erwärmungskurven 59.
Ewing, Hysteresismesser 216.

Felten, Guillaume, Lahmeyer Werke 303.
Ferranti 42, 240.
Flemings Drei-Amperemeter-Methode 201.
Formel zur oberflächlicher Berechnung der Leistung 72.
Frequenz, Einfluß der auf den induktiven Spannungsabfall 135.

Ganz & Co. 307.
Gebläse 75.
Gebräuchliche Formen 38.
Gedämpfte Schwingung 217.
Gewicht des aktiven Materials 106.
Gewicht des Eisenkörpers 73.
Görges 239.
Graphische Bestimmung der Arbeitsgrößen 136.
Günstigste Blechdicke 28.
— Verteilung des Kupfers 99.
— — der Verluste 106.

Heylands Kreisdiagramm 176.
Hydraulische Analogie 4.
Hysteresisarbeit 17.
— Bestimmung mittels ballistischer Methode 217.
— — nach Ewing 216.
— — nach Kapp 233.
— — nach Morris und Lister 225.
— — nach Scott 225.
— Schleife 228.

Igeltransformator 36.
Induktiver Spannungsabfall 125.
Intermittierender Betrieb 60.
Isolierung der Bleche, Raumverlust durch 32.

Johnson und Phillips 307.

Kabeldurchschläge in weit verzweigten Netzen 285.
Kapazität 273.
Kapp 42, 211, 233.
Kerntype 32.
Klemmenspannung, Abfall der 161.
Kondensatorstrom 153.
Kosten des aktiven Materials 106.
Konstruktion eines Transformators 97.
— des Eisenkörpers 40 bis 49.
Konstruktionsdetails 115.
Konzentrische Kabel 270.
Kreisdiagramm 176.
Kühlmittel, Wirksamkeit der 74.

Ladestrom 153.
Leerlaufstrom 87.
Legiertes Blech 22.
Leistung 83.
Leistungsfaktor 139.
Lichtenstein 274.
Linearen Dimensionen, Einfluß der 64.
Logarithmisches Dekrement 223.

Magnetische Streuung 3, 125, 252.
Manteltype 32.
Mordey 44.
Morris und Lister 225, 231.

Normalien des V.D.E. 213.

Oberfläche, Abkühlende 54.
— Spezifische 54.
Oerlikon 212, 310.

Parallelbetrieb 239.
Picou 211.
Prüfung von Blechmustern 208—225.
— — Transformatoren 202—235.

Raumverlust durch Isolierung 32.
Resonanz 275.

Schaltregel für konzentrische Kabel 285.
Scott 225, 262.
Selbstinduktion 123.
Serienschaltung 249.
Sicherheitsmaßregeln 236.
Siemens Brothers 300.
Siemens-Schuckert 239, 294.
Spannungs-Sicherung 239.
Spannungsabfalldiagramm 161.
Spannungserhöher 242.
Spannungserhöhung durch Resonanz 276.
Steinmetz 17.
Stoßfugen 45, 92.
Streuung, Magnetische 3, 125, 252.
Strom- und Spannungskurven 78.
Swinburne 36.

Theorie der Erwärmung 54.
Transformator für konstanten Strom 182.
Transformatoren, Verwendung der 238.
Transformator von Crompton 43.
— — Ferranti 42.
— — Kapp 42.
— — Mordey 44.
— — Westinghouse 41, 43.

Uebertragene Erregung 164, 169.
Übertragungskoeffizienten, Gleichheit der 173.
Union Elektrizitäts-Gesellschaft 321.
Unregelmäßige Ströme 190.
Unterstationen 242.

Vektoren 85.
Vektordiagramme 117. 141, 161.
Verband Deutscher Elektrotechniker 213.
Verhältnisse des Eisenkörpers 46.
Verluste in Blechen 20, 22, 23.
Verluste in Transformatoren 16.
Verlustziffer 215.
Versuche über Erwärmung 52, 75, 76.
Verwendung der Transformatoren 238.
Wattkomponente 148.
Wattlose Komponente 143.
Wattmeter 186.
Wesen des Transformators 1.
Westinghouse 41, 43, 318.
Wirbelstromarbeit 19.
Wirkungsgrad ganzer Anlagen 241.
—, Experimentelle Bestimmung 205.
—, jährlicher 111.
Wirtschaftlicher Betrieb 109.

Zusammensetzung von Vektoren 84.

Von demselben Verfasser sind erschienen:

Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom.

Vierte, vermehrte und verbesserte Auflage.

Mit 255 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

Elektromechanische Konstruktionen.

Eine Sammlung von Konstruktionsbeispielen und Berechnungen von Maschinen und Apparaten für Starkstrom.

Zweite, verbesserte und erweiterte Auflage.

Mit 36 Tafeln und 114 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

Die Gleichstrommaschine. Theorie, Konstruktion, Berechnung, Untersuchung und Arbeitsweise derselben. Von E. Arnold. In zwei Bänden.

I. Band: Theorie und Untersuchung. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 593 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

II. Band: Konstruktion, Berechnung, Untersuchung und Arbeitsweise der Gleichstrommaschine. Mit 484 Textfiguren und 11 Tafeln. Vergriffen; zweite Auflage in Vorbereitung.

Die Wechselstromtechnik. Herausgegeben von E. Arnold. In fünf Bänden.

I. Band: Theorie der Wechselströme und Transformatoren von J. L. la Cour. Mit 263 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

II. Band: Die Transformatoren von E. Arnold und J. L. la Cour. Mit 335 Textfiguren und 3 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

III. Band: Die Wicklungen der Wechselstrommaschinen von E. Arnold. Mit 426 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

IV. Band: Die synchronen Wechselstrommaschinen von E. Arnold und J. L. la Cour. Mit 514 Textfiguren und 13 Tafeln.

In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

In Vorbereitung befindet sich:

V. Band: Die asynchronen Wechselstrommaschinen von E. Arnold und J. L. la Cour.

Hilfsbuch für die Elektrotechnik, unter Mitwirkung namhafter Fachgenossen bearbeitet und herausgegeben von Dr. Karl Strecker. Siebente, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 675 Figuren im Text. In Leinwand gebunden Preis M. 14,—.

Motoren für Gleich- und Drehstrom. Von Henry M. Hobart, B. Sc., M. I. E. E., Mem. A. I. E. E. Deutsche Bearbeitung. Übersetzt von Franklin Punga. Mit 425 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 10,—.

Der Drehstrommotor. Ein Handbuch für Studium und Praxis. Von Julius Heubach. Mit 163 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 10,—.

Elektromotoren für Gleichstrom. Von Dr. G. Roeßler. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 49 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 4,—.

Die Fernleitung von Wechselströmen. Von Dr. G. Roeßler. Mit 60 Figuren. In Leinwand gebunden Preis M. 7,—.

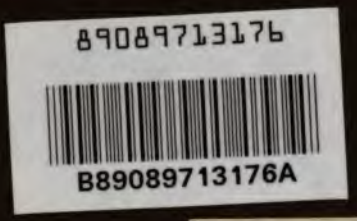
Die Isolierung elektrischer Maschinen. Von H. W. Turner, Associate A. I. E. E. und H. M. Hobart, M. I. E. E., Mem. A. I. E. E. Deutsche Bearbeitung von A. von Königslöw und R. Krause, Ingenieure. Mit 166 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 8,—.

Die Prüfung von Gleichstrommaschinen in Laboratorien und Prüfräumen. Ein Hilfsbuch für Studierende und Praktiker von Karl Kinzbrunner. Mit 249 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 9,—.

Messungen an elektrischen Maschinen. Apparate, Instrumente, Methoden, Schaltungen. Von Rudolf Krause. Mit 166 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 5,—.

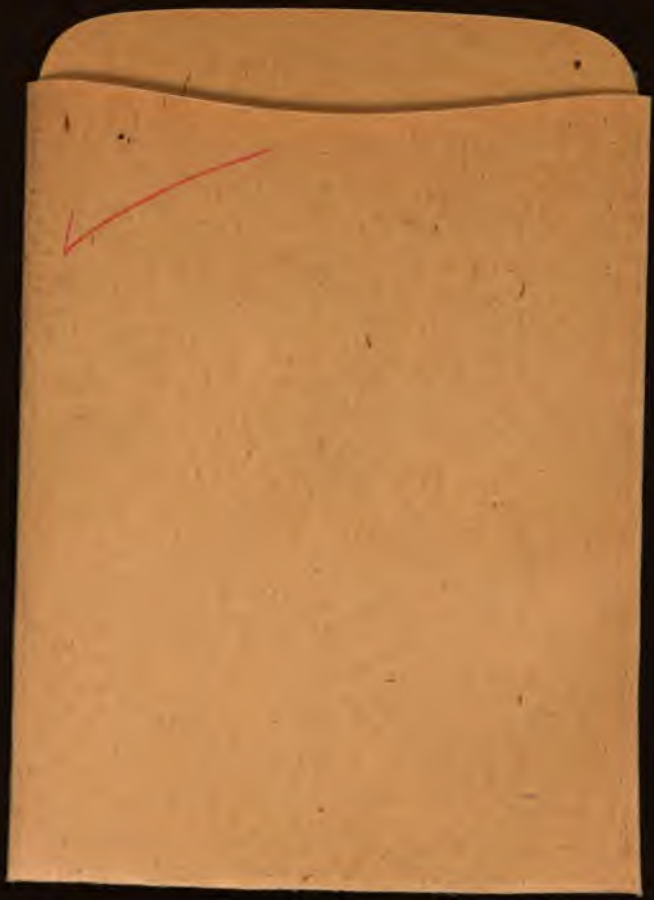
Elektrotechnische Meßkunde. Von Arthur Linker. Mit 385 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 10,—.

Elektrische und magnetische Messungen und Meßinstrumente. Von H. S. Hallo, Ingenieur bei Bruce Peebles & Co. Ltd., Edinburgh, und H. W. Land, Assistent am elektrotechnischen Institut der technischen Hochschule zu Karlsruhe. Eine freie Bearbeitung und Ergänzung des holländischen Werkes „Magnetische en Elektrische Metingen“ von G. J. van Swaay, Professor an der technischen Hochschule zu Delft. Mit 343 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 15,—.



This book may be kept
FOURTEEN DAYS
A fine of TWO CENTS will be charged for each day the book is kept overtime.

2J1'52			
DEMCO-291-B			



G.E. STECHERT
& CO.
NEW YORK

89089713176

b89089713176a